DISSERTATION

mit dem Schwerpunkt Mathematik und ihre Didaktik und dem Titel

Der Einfluss graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale

vorgelegt

der Stiftung Universität Hildesheim

Fachbereich 4, Institut für Mathematik und Angewandte Informatik

zur Erlangung des Grades
Doktorin der Philosophie (Dr. phil.)

von

Melissa Windler, M.Ed.

Hildesheim, 2018

Vorwort

Mein persönlicher Arbeitsschwerpunkt ist seit einigen Jahren das mathematische Themengebiet *Graphentheorie*. In meiner Bachelor- und Masterarbeit habe ich mich bereits mit diesem Thema fachwissenschaftlich und fachdidaktisch auseinandergesetzt.

Nach Einsicht der Ergebnisse meiner Masterarbeit kam mir der Gedanke, mich daran anknüpfend noch intensiver mit dem Einsatz der *Graphentheorie* im Mathematikunterricht der Grundschule zu beschäftigen und Gründe für solch einen Einsatz herauszuarbeiten. Dabei entstand der Gedanke, eine Unterrichtseinheit für die Grundschule zum Themenbereich Graphentheorie zu planen, durchzuführen und mithilfe von Fragebögen und Tests eventuelle psychologische Veränderungen bei Schülerinnen und Schülern herauszufinden.

Der Umstand, Stipendiatin des Promotionskollegs Unterrichtsforschung der Universität Hildesheim zu sein, und der weiterhin bestehende Kontakt zum Institut für Mathematik und Angewandte Informatik der Universität Hildesheim gaben mir die Möglichkeit, gemeinsam mit einer Kollegin ein Seminar zur *Graphentheorie in der Grundschule* innerhalb des Projektbands im Masterstudiengang Lehramt durchzuführen. Dabei kam ich in Kontakt mit den teilnehmenden Studierenden, die sich dazu bereit erklärten, meine geplante Interventionsstudie insofern zu unterstützen, dass sie während ihrer Praxisphase Unterrichtsstunden zur Graphentheorie durchführten und empirische Daten mittels Tests erhoben.

Besonderen Dank möchte ich daher den Studierenden aufgrund der praktischen Umsetzung sowie den kooperativen Lehrpersonen der teilnehmenden Grundschulen aussprechen. Sie haben mir eine Untersuchung in diesem Umfang erst ermöglicht und dadurch meine Arbeit sehr vorangetrieben.

Ebenso ist es mir sehr wichtig, mich bei meinen Betreuern Prof. Jürgen Sander und Dr. Jan-Hendrik de Wiljes zu bedanken, denn ohne sie hätte sich mir die Möglichkeit zur Promotion in diesem Bereich nicht eröffnet. Für ihre Unterstützung und Beratung bei allen wichtigen Entscheidungen möchte ich meinen herzlichen Dank aussprechen. In diesem Zusammenhang gilt mein Dank auch Prof. Brigitte Lutz-Westphal sowie Prof. Werner Greve, die mich neben der Promotion auch bei weiteren wissenschaftlichen Interessen betreut haben.

Abschließend bedanke ich mich recht herzlich bei meiner Familie, die mich zu jeder Zeit moralisch unterstützt hat und mir immer mit Rat und Tat zur Seite stand. Ganz besonders bedanke ich mich bei meinem Mann, der mir in jeder Phase dieser Arbeit geholfen hat. Lieber Torben, ein großes Dankeschön geht an dich. Wir beide wissen, dass ich es ohne deine Hilfe niemals geschafft hätte – danke für deine technische, programmbeherrschende und häufig auf Fehler hin untersuchende Unterstützung, danke für deine beratenden und immer aufbauenden Worte, danke für alles.

Hildesheim, 2018 Melissa Windler

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Unterrichtseinheit zum Themenbereich *Graphentheorie* im Mathematikunterricht der Grundschule durchgeführt und der Einfluss dieser Einheit auf die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung zum Fach Mathematik und die mathematische Leistung der Schülerinnen und Schüler untersucht.

Zu Beginn wird auf die Graphentheorie, ihre theoretischen Grundlagen und ihr didaktisches Potenzial eingegangen, um Gründe für den Einsatz dieses Themengebietes aufzuzeigen. Durch die Darstellung der Graphentheorie als ein mögliches Thema für den Mathematikunterricht der Grundschule werden psychologische Konstrukte herausgearbeitet, die sich mit den Unterrichtsinhalten verbessern lassen könnten. Hierbei handelt es sich um die Verstärkung der Motivation, des Selbstkonzepts, der positiven Einstellung zum Fach Mathematik und die Verbesserung der mathematischen Leistung. Anschließend werden die Stunden der Unterrichtseinheit mit den angestrebten Lernzielen und Kompetenzen dargelegt.

Im Rahmen einer Interventionsstudie erhalten 40 Schülerinnen und Schüler zusätzlich zum Mathematikunterricht eine Unterrichtseinheit im Umfang von fünf Schulstunden zur Graphentheorie und es werden zu zwei Messzeitpunkten die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung zum Fach Mathematik sowie die mathematische Leistung der Schülerinnen und Schüler erfasst. Die Auswirkungen dieser Unterrichtseinheit auf die genannten psychologischen Konstrukte werden anhand von t-Tests und Varianzanalysen untersucht.

Die Ergebnisse der quantitativen Datenauswertung dieser Interventionsstudie zeigen signifikante Effekte mit kleinen und mittleren Effektstärken für einzelne Bereiche des Selbstkonzepts, der Einstellung sowie der mathematischen Leistung, sodass einige Hypothesen bestätigt werden können. Innerhalb der Interpretation und Evaluation dieser Effekte wird ein Ausblick auf anknüpfende Forschungen gegeben und es werden eigene Zielsetzungen dargelegt.

Schlüsselwörter

Graphentheorie, Psychologische Konstrukte, Mathematik in der Grundschule

Abstract

In this work, a teaching module on graph theory in elementary school mathematics is conducted and the influence of this unit on motivation, self-concept, attitude towards mathematics and the mathematical performance of pupils is examined.

At the beginning, graph theory in general, its theoretical foundations and its didactic potential are discussed in order to explain the reasons for using this topic. Through the presentation of graph theory as a possible topic for primary school mathematics lessons psychological constructs are worked out, that could be improved with lesson content. These are the enhancement of motivation, self-concept, positive attitude towards mathematics and the improvement of mathematical performance. Subsequently, the lessons of the teaching module will be set out with the desired learning objectives and competences.

As part of an intervention study, 40 pupils will receive a five-lesson module on graph theory in addition to math lessons, and the motivation, self-concept, attitude towards mathematics as well as mathematical performance of the students will be recorded at two measuring points. The impact of this lesson on these psychological constructs will be examined using t-tests and variance analysis.

The results of the quantitative data analysis of this intervention study show significant effects with small and medium effect sizes for individual areas of self-concept, attitude and mathematical performance, so that several hypotheses can be confirmed. Within the interpretation and evaluation of these effects, an outlook on related research is given and own goals are set out.

Key Words

Graph Theory, Psychological Constructs, Mathematics in Primary School

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

AL	Skala Annäherungs-Leistungsziele
ARIT	Skala Arithmetik
ASK	Skala absolutes Selbstkonzept
AV	Skala Arbeitsvermeidung
DEMAT 4	Deutscher Mathematiktest 4
EG	Experimentalgruppe
EIFAMA	Skala Einstellung zum Fach Mathematik
GE	Skala Gefallen
GEOM	Skala Geometrie
GT	Graphentheorie
ISK	Skala individuelles Selbstkonzept
K	Kategorie
KG	Kontrollgruppe
KSK	Skala kriteriales Selbstkonzept
LP	Lehrperson
LZ	Skala Lernziele
m	männlich
MZP	Messzeitpunkt
NU	Skala Nutzen
SACH	Skala Sachrechnen
SELLMO-S	Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation von Schülerinnen und Schülern
SELLMO-S*	Itemauswahl aus den Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation
SESSKO	Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts

SESSKO*	Itemauswahl aus den Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts
SSK	Skala soziales Selbstkonzept
SuS	Schülerinnen und Schüler
UE	Unterrichtseinheit
VL	Skala Vermeidungs-Leistungsziele
w	weiblich

Einleitung

Mit den Fragen *„Was macht guten Mathematikunterricht aus?“* und *„Welche Unterrichtsinhalte eignen sich am besten, um die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen zu fördern?“* setzen sich zahlreiche Bücher und Artikel, Kultusministerien und Behörden, Schulleitungen und Lehrpersonen sowie Forschende immer wiederkehrend auseinander. Eine eindeutige Antwort wird es wohl nie darauf geben, da unterschiedlichste Arten von Faktoren eine Rolle spielen und dadurch nur vereinzelt Erklärungen für eine Beantwortung gefunden werden können.

Doch gibt es Unterrichtsinhalte außerhalb den derzeitig in den Curricula verankerten, die sich als *Spiritus Rector*, also als eine Art Antrieb zum Lernen und Leisten eignen?

Ein möglicher Themenbereich für den Mathematikunterricht scheint die *Diskrete Mathematik* zu sein. Dieses Teilgebiet befasst sich, wie das Wort *diskret* schon sagt, mit mathematischen Operationen über endlichen oder höchstens abzählbar unendlichen Mengen, wobei die Stetigkeit keine Rolle spielt (vgl. Baumgarten, B. 2014, S. 1). Zu den Kerngebieten gehören die Zahlentheorie, Kryptographie, Kombinatorik sowie die Graphentheorie.

Besonders im 20. Jahrhundert erlangte die diskrete Mathematik vor dem Hintergrund der digitalen Transformation und im Hinblick auf neue Anwendungsmöglichkeiten eine große Bedeutung. Die modernen Entwicklungen im heutigen Informationszeitalter lassen sich nur beurteilen, sofern die Inhalte der diskreten Mathematik bekannt und verinnerlicht sind.

Insgesamt ist die diskrete Mathematik ein derzeit stark wachsendes Gebiet mit hoher inner- und außermathematischer Relevanz. Sie befasst sich mit Problemstellungen, die Schülerinnen und Schülern aus ihrem Alltag bekannt sind. Viele Probleme (zum Beispiel *Kürzeste Wege*, *Rundreisen* und *Färbungen*) bieten die Möglichkeit, mit nur geringen mathematischen Vorkenntnissen verstanden und gelöst zu werden. Für Schulkinder bietet diese Tatsache den Vorteil, dass sie eine neue Seite der Mathematik kennenlernen können. Die leichte Zugänglichkeit und eine hohe Anwendungsfreundlichkeit sind vor allem für die Didaktik interessant.

Ansätze, die diskrete Mathematik in den Mathematikunterricht zu integrieren, gab es bereits sowohl in der Bundesrepublik Deutschland als auch in Österreich, den Niederlanden und den USA (vgl. Thies, S. 2002). Dennoch konnte dieser Bereich, mit Ausnahme der Kombinatorik (Wahrscheinlichkeitstheorie), in deutschen Curricula keinen festen Bestand erlangen. Wie sich die konkreten Kerngebiete Kombinatorik und Kryptographie der diskreten Mathematik im Schulunterricht bisher etabliert haben, steht innerhalb dieser Arbeit nicht im Vordergrund, lässt sich aber in der Dissertation von Thies, S. (ebd.) finden.

Ein aus der diskreten Mathematik zentrales Kerngebiet, welches für diese Dissertation im Vordergrund steht, ist die *Graphentheorie*. Sie bildet das Zentrum dieser Arbeit.

Graphen beschreiben und veranschaulichen (Nachbarschafts-)Relationen zwischen Objekten (vgl. Diekert, V., Kufleitner, M. und Rosenberger, G. 2013, S. 117). Diese abstrakte Darstellungsform ermöglicht es, Zusammenhänge mit Hilfe von Graphen darzustellen und Sachverhalte zu modellieren, wie zum Beispiel ein Straßennetz zwischen Städten, Spielstellungen eines Spiels oder Leitungsnetze eines Stadtgebietes (vgl. ebd., S. 117).

Die Graphentheorie ist ein relativ junges Gebiet der Mathematik, in dem viel geforscht und erforscht wird. Dennoch können manche Problemstellungen bereits von Schülerinnen und Schülern verstanden werden und es lassen sich aktuelle und ungelöste Probleme thematisieren. Es existiert ein breites Spektrum an Lösungsmethoden, wodurch diese Thematik für Schülerinnen und Schüler aller Leistungsgruppen geeignet ist. Außerdem werden bei der Bearbeitung von Aufgabenstellungen aus der Graphentheorie besonders Fähigkeiten wie Modellieren, Problemlösen und ebenso das Kommunizieren gefördert, die auch im weiteren Leben der Schülerinnen und Schüler eine wesentliche Rolle spielen. Viele Problemstellungen lassen sich algorithmisch lösen, wodurch sogar ein fächerübergreifender Unterricht unter anderem zu den Fächern Informatik, Chemie und Biologie gewährleistet werden kann.

Die genannten Aspekte können sich motivations- und leistungsfördernd auf Schülerinnen und Schüler auswirken. Es scheint daher nicht unbegründet zu sein, das Teilgebiet Graphentheorie im Mathematikunterricht aufzugreifen und zu behandeln.

Motiv der Arbeit

Themen der diskreten Mathematik, insbesondere der Bereich Graphentheorie, können aufgrund der derzeitigen digitalen Transformation und im Hinblick auf neue Anwendungsmöglichkeiten eine große Bedeutung erlangen. Sie weisen auf mögliche Unterrichtsinhalte hin, die vor allem als Basis sowohl für den Mathematikunterricht als auch für das immer stärker geforderte Schulfach Informatik für die Grundschule dienen könnten. Daher scheint es sinnvoll zu sein, eine bereits existierende Idee aus früheren Zeiten zur Integration solcher Konzepte erneut aufzugreifen und kritisch zu reflektieren.

Einen Anreiz für die Integration graphentheoretischer Inhalte und damit für ein geeignetes Promotionsthema gaben mir meine Bachelorarbeit „Graphentheorie für den Mathematikunterricht in der Grundschule?“ und Masterarbeit „Der Weg der Graphentheorie in den Mathematikunterricht der Grundschule“ (Meyer, M. 2015). Innerhalb der Bachelorarbeit habe ich mich mit der Frage auseinandergesetzt, ob und inwieweit eine Umsetzung der Graphentheorie für den Mathematikunterricht in der Grundschule möglich ist. Der Schwerpunkt lag auf den mathematischen Begründungen einer Umsetzung, sodass drei ausgewählte Beispiele aus dem Alltag von Schülerinnen und Schülern fachwissenschaftlich dargestellt und anhand entsprechender Algorithmen gelöst wurden.

Die Masterarbeit greift zwei der ausgewählten Beispiele aus der Bachelorarbeit wieder auf, welche für die Planung, Durchführung und Reflexion einer Unterrichtseinheit zur Graphentheorie im Mathematikunterricht einer dritten Klasse genutzt wurden. Die Ein- und Umsetzung berücksichtigt vor allem die Kompetenzbereiche laut des Niedersächsischen Kultusministeriums (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006). Die Schülerinnen und Schüler füllten nach der Einheit einen eigens entwickelten Fragebogen aus. Dieser sollte Aufschluss darüber geben, welches Interesse die Kinder an der Thematik haben und ob die Aufgaben für sie entsprechend aufbereitet wurden. Insgesamt zeigt die Arbeit auf, welche Möglichkeiten es gibt, die Graphentheorie in den Mathematikunterricht der Grundschule einzuführen. Die Auswertung der Fragebögen ergab, dass den meisten Schülerinnen und Schülern die Thematik Graphentheorie besser gefallen hat als die üblichen Themen des Mathematikunterrichts, dass die Aufgaben für die Kinder weder zu schwer noch zu leicht waren und dass sich der Großteil weitere Inhalte aus der Graphentheorie im Unterricht wünscht. Besonders im Gedächtnis geblieben sind die folgenden Äußerungen von Schülerinnen und Schülern, die sich in den Fragebögen gehäuft widerspiegelten (Meyer, M. 2015):

1) *„Das Thema Graphen hat mir Spaß gemacht.“*
2) *„Das Thema Graphen war sehr interessant.“*
3) *„Das Thema Graphen hat mir gefallen.“*
4) *„Man muss nicht so viel rechnen.“*
5) *„Ich konnte trotz meiner Rechenschwäche die Aufgaben lösen.“*

Die Antworten 1) und 2) stehen in einem engen Zusammenhang mit dem Begriff *Motivation*, die Aussagen 3) und 4) erinnern an die *Einstellung zum Fach Mathematik* und die Äußerung 5) impliziert zum einen das *Selbstkonzept* und zum anderen den Aspekt der *Leistung*.[1]

Die genannten Konstrukte hängen wie folgt zusammen: Die Einschätzungen der eigenen Fähigkeiten (Fähigkeitsselbstkonzept) spielen in schulischen Lern- und Leistungssituationen eine wesentliche Rolle und beeinflussen das Verhalten und die Einstellung der Schülerinnen und Schüler (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 3). Je nachdem wie hoch das eigene Fähigkeitsselbstkonzept eingeschätzt wird, hat die Einschätzung Auswirkungen auf motivationale Faktoren, diese wiederum auf den eigenen Schulerfolg und damit auf die Leistung der Schülerinnen und Schüler (vgl. ebd., S. 6).

Diese Assoziationen geben Anlass für eine weitere Forschungsarbeit, die an die Bachelor- und Masterarbeit (Meyer, M. 2015) anknüpft.

Zielsetzung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit besteht nicht in der Darstellung der genannten Zusammenhänge zwischen Motivation, Fähigkeitsselbstkonzept, Einstellung zum Fach Mathematik und Leistung. Einzelne Zusammenhänge wurden bereits untersucht und sind in der Literatur belegt worden (Meyer, W.-U. 1984). Ebenso geht es nicht darum, zu zeigen, welche Bereiche (am stärksten) Einfluss auf den Schulerfolg nehmen, da auch hierzu bereits Forschungsergebnisse existieren (Hattie, J., Beywl, W. und Zierer, K. 2013).

Diese Arbeit zielt zum einen darauf ab, Gründe für den Einsatz des Themenbereichs *Graphentheorie* theoretisch aufzuzeigen. Zum anderen erfolgt daran anknüpfend eine praktische Umsetzung, um empirisch zu überprüfen, welchen Mehrwert dieser mathematische Inhalt für die genannten Bereiche (Motivation, Fähigkeitsselbstkonzept, Einstellung zum Fach Mathematik, Leistung) mit sich bringen kann. Hierzu wird eine Interventionsstudie mit Schülerinnen und Schülern der vierten Klassenstufe durchgeführt, um anhand von Vorher- / Nachheruntersuchungen (Pre- und Posttests) herauszufinden, in welchem Maße Veränderungen durch den Einsatz graphentheoretischer Konzepte entstehen können. Abschließend wird analysiert, inwieweit dieser Bereich ebenso geeignet ist wie die derzeitigen Themen im Mathematikunterricht der Grundschule.

Aufbau der Arbeit

In der vorliegenden Studie wurde eine Unterrichtseinheit zur Graphentheorie im Mathematikunterricht der Grundschule in vierten Klassen durchgeführt. Der Schwerpunkt lag hierbei jedoch nicht auf der Planung, Durchführung und Reflexion der Unterrichtseinheit (dies war bereits Schwerpunkt der Masterarbeit (Meyer, M. 2015)), sondern auf der Analyse des Einflusses dieses mathematischen Themengebietes auf die

[1] Auf Definitionen zu den Begriffen wird vorerst verzichtet, da die folgenden Kapitel diese beinhalten.

Motivation, das Fähigkeitsselbstkonzept, die Einstellung zum Unterrichtsfach Mathematik und die Leistung der Schülerinnen und Schüler.

Während der gesamten Literaturrecherche sind mir Zitate über den Leseweg gelaufen, die für besondere Denkanstößße und einen anknüpfenden Schreibfluss gesorgt haben. Jedes Kapitel beginnt mit solch einem kurzen Zitat, das für den jeweiligen thematischen Einstieg dienen und den Leser zum Nachdenken anregen soll. Am Ende eines jeden Kapitels aus dem Theorieteil folgt ein kurzer Abschnitt *Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung*, um eine Verbindung zwischen den Kapiteln herzustellen und die Bedeutung für die gesamte Arbeit aufzuzeigen. Dabei werden die wesentlichen Inhalte des jeweiligen Kapitels zusammengefasst und Schlussfolgerungen für die Förderung der einzelnen Konstrukte abgeleitet.

Der Teil I, *Theoretische Grundlagen*, bildet mit den theoretischen Hintergründen die Basis für die empirische Untersuchung der Arbeit. Dieser thematisiert in Kapitel 1 die allgemeinen Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts an Grundschulen. In Kapitel 2 wird die historische Entwicklung der Graphentheorie in Bezug auf den schulischen Einsatz sowie eine mögliche begründete Einbindung in den heutigen Mathematikunterricht dargestellt. Dazu zählen unter anderem die Einordnung in die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen sowie das didaktische Potenzial der Graphentheorie. Die Kapitel 3, 5, 6 und 7 definieren die theoretischen Konstrukte *Motivation*, *Selbstkonzept*, *Einstellung* und *Leistung*, um die für diese Arbeit wesentlichen Aspekte herauszufiltern. Daneben umfasst Kapitel 4 das ergänzende Konstrukt *Interesse*, um dieses von den anderen Begriffen abzugrenzen. Kapitel 8 skizziert die fünfstündige Unterrichtseinheit.

Innerhalb von Teil II, *Empirische Untersuchung*, erfolgt zunächst mit Kapitel 9 die Formulierung der Forschungsfragen und Hypothesen, die sich aus den anfänglichen theoretischen Ausführungen ableiten lassen. Kapitel 10 gibt einen Überblick über die Stichprobe, die verwendeten Messinstrumente für die quantitative Datengewinnung sowie die Durchführung der Datenerhebung. Kapitel 11 stellt die Verfahren der Datenauswertung vor. Kapitel 12 präsentiert die Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule auf die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung und die Leistung der Schülerinnen und Schüler. Dabei werden die Ergebnisse nach Pre- und Posttest strukturiert und vorerst ohne Interpretationen und Schlussfolgerungen dokumentiert. Außerdem werden die ausgewerteten quantitativen Daten um qualitative aus zwei offenen Fragestellungen ergänzt.

In Teil III, *Interpretation, Evaluation und Zusammenfassung*, werden abschließend in Kapitel 13 und 14 die Ergebnisse interpretiert sowie Auswirkungen der Intervention im Hinblick auf die genannten Forschungsfragen und Hypothesen und das Studiendesign evaluiert. In Kapitel 15 werden alle Bereiche der Untersuchung zusammengefasst und in einen Zusammenhang eingeordnet.

Teil I

Theoretische Grundlagen

1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts an Grundschulen

„Die Ziele [...] eines Unterrichtsfaches sind [...] immer abhängig vom jeweiligen gesellschaftlich-politischen Grundverständnis, vom angestrebten Bild von Schule bzw. vom Menschen selbst.“

(Radatz, H. und Schipper, W. 1983, S. 19)

Dieses Kapitel weist auf den bildungspolitischen Aspekt dieser Studie hin, indem es die Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund des Bildungsauftrags der Grundschule aufzeigt. Hierzu zählen zum einen die Allgemeinbildung des Fachs Mathematik (Abschnitt 1.1) und die Anwendung der zu lernenden Inhalte im Alltag (Abschnitt 1.2), was zuerst zusammenfassend dargelegt wird. Zum anderen spielen das Niedersächsische Kerncurriculum mit den inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen sowie die Bildungsstandards eine wesentliche Rolle (Abschnitt 1.3), welche im Anschluss näher betrachtet werden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass das Kerncurriculum von 2006 (Niedersächsisches Kultusministerium 2006) und die Bildungsstandards von 2004 (Kultusministerkonferenz 2004) herangezogen wurden, da zu Beginn dieser Studie das erneuerte Kerncurriculum noch nicht vorlag.

1.1 Allgemeinbildung

„Interessant und wirklich unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert [...].“

(Winter, H. 1996, S. 36)

Der Mathematikunterricht vermittelt Lerninhalte, die eine wesentliche Bedeutung für das gegenwärtige und zukünftige Leben von Schülerinnen und Schülern haben. Der Erziehungswissenschaftler Heymann, H. W. (1996) nennt in diesem Zusammenhang vier Bereiche, für die man Allgemeinbildung innerhalb des Unterrichts erwerben sollte: Lebensvorbereitung, Stiftung kultureller Kohärenz, Weltorientierung und Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch. In all diesen Bereichen spielt die Mathematik wie folgt eine Rolle:

Lebensvorbereitung

Innerhalb dieses ersten Bereichs geht es um den lebenspraktischen Nutzen des Lehrangebots der Schule (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 134). Im Vordergrund steht die Aneignung und Vermittlung von Qualifikationen, die im beruflichen und privaten Alltag anwendbar und für eine *normale* Lebensführung notwendig sind (vgl. ebd., S. 134). Für die Vorbereitung auf das Leben nach der Schulzeit ist es wichtig, die Grundrechenarten sowie Prozentrechnung und Flächenberechnung zu beherrschen (vgl. ebd., S. 136). Im Alltag wird man genau mit diesen mathematischen Themen konfrontiert und ebenso werden diese Themengebiete für viele Studiengänge und Arbeitsfelder (z.B. für Einstellungs- / Eignungstests) vorausgesetzt (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 3).

Stiftung kultureller Kohärenz

Anhand des Mathematikunterrichts sollte deutlich werden, dass die Mathematik mit der Kultur der Gesellschaft verbunden ist und wie diese Verbindung im Einzelnen besteht (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 158). Mathematik soll somit helfen, kulturelle Zusammenhänge zu erkennen und zu verstehen (vgl. ebd., S. 158). Hierzu zählt, dass Kinder wichtige Errungenschaften im Kulturkreis erkennen und verstehen (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 4). Als Beispiel wird das Zählen in Betracht gezogen: Gezählt wird in allen bekannten Kulturen und jedes Kind lernt es direkt am Anfang seiner Lebenszeit (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 174). Zusammenzählen, Abziehen, Malnehmen, Teilen, Vergleichen und Ordnen sind dabei die wesentlichen Operationen, die mit dem Alter als Selbstverständlichkeit gelernt und angewendet werden (vgl. ebd., S. 174). Die Aufgabe des Fachs Mathematik in der Schule ist es, dass über das Zählen innerhalb der Alltagskultur reflektiert wird (vgl. ebd., S. 174).

Weltorientierung

Für Schülerinnen und Schüler ist es wichtig, dass relevante Problemstellungen mathematisiert werden, um zu ihrer Welterkenntnis beizutragen (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 204). Es geht also darum, dass Kinder aufgrund von mathematischem Wissen und mathematischen Erkenntnissen die naturwissenschaftlichen und gesellschaftlichen Phänomene verstehen und deuten können (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 4). Dabei wird vor allem ein außerhalb der Schule wesentlicher Aspekt der Welt vermittelt, sodass die Kinder dieses Weltstück in ihre eigenen subjektiven Vorstellungen einordnen können (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 183).

Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch

Der letzte Aspekt umfasst die kritische Denkweise des Menschen und soll, wie es die Mathematik fordert, zum Nachdenken anregen (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 205). Die Mathematik an sich regt nicht direkt die allgemeine Denkfähigkeit an und befähigt auch nicht ohne Weiteres zum kritischen Vernunftgebrauch (vgl. ebd., S. 205). Deshalb sollte der Mathematikunterricht am Verständnis der Kinder orientiert sein (vgl. ebd., S. 248). Erst dann besteht eine höhere Realisierungschance, dass einfache Behauptungen oder Schlussfolgerungen hinterfragt, auf Widersprüchlichkeit hin überprüft und nicht als gegeben angenommen werden (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 5).

Die zugrunde gelegten vier Bereiche können wie folgt kurz zusammengefasst werden:

Die Mathematik trägt zur Bewältigung alltäglicher Lebenssituationen bei, sie ist Teil unserer Kultur, sie ist vielfältig mit der Welt verbunden und sie wird durch kritisches, vernünftiges Denken geprägt (vgl. Heymann, H. W. 1996, S. 249).

Die Bedeutung des Mathematikunterrichts lässt sich aber nicht nur auf die Allgemeinbildung zurückführen. Ebenso muss gezeigt werden, welche Bedeutung die Inhalte für die Anwendung im Alltag haben. Diesen Aspekt greift der nächste Abschnitt auf.

1.2 Anwendung im Alltag

„Es muss gute Gründe geben, warum man Mathematik unterrichtet, und diese Gründe müssen etwas mit der Realität von Kindern [...] zu tun haben."

(Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 1)

Die Mathematik ist vor allem für viele Arbeitsfelder und die Wirtschaft ein zentraler Faktor geworden (vgl. Vardakis, C. und Plaep, C. 2008, S. 3). Forschungen zu Zahlen und Formeln sowie die Entwicklung mathematischer Methoden sind für das digitale Zeitalter unabdingbar und eine wichtige Voraussetzung für weitere Innovationen (vgl. ebd., S. 4). So spielt Mathematik nicht nur für die GPS-Technologie, bei der Verschlüsselung von Daten und der Sicherheitstechnik eine wesentliche Rolle, sondern auch für die moderne Kommunikationstechnologie (vgl. ebd., S. 4). Diese Technologien, vor allem die letztgenannte, erfahren Kinder bereits im Grundschulalter.

Erfahrungsgemäß werden heutzutage häufig das Rechnen mit Zahlen und das Auswendiglernen von Formeln mit dem Mathematikunterricht in Verbindung gebracht. Im Mittelpunkt steht allerdings vielmehr die Anwendung von mathematischem Wissen mit Hilfe alltagsnaher Problemstellungen – und an dieser Stelle liegt der kritische Punkt. Viele Schulbücher enthalten Aufgaben, die zwar mit realen Bezügen in Verbindung stehen, für die jeweilige Altersgruppe der Kinder jedoch keinerlei Alltagsbezug und Sinnhaftigkeit darstellen.

Es ist wichtig, Schülerinnen und Schülern bewusst zu machen, welche Rolle die Mathematik im Alltag spielt, um dann Rückschlüsse darauf zu ziehen, warum welche Inhalte im Unterricht behandelt werden (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 9). Dabei sollte vor allem der Bezug zur Lebenswirklichkeit der Kinder hergestellt sowie ihr Interesse geweckt werden (vgl. ebd., S. 9).

Ein Ziel des Mathematikunterrichts ist es, Schülerinnen und Schülern die Anwendbarkeit der Mathematik erfahrbar zu machen (vgl. Schreiber, A. 2013, S. 1). Der Begriff *Anwenden* steht dabei für den Gebrauch mathematischer Begriffe und Methoden zur Lösung außermathematischer Probleme (vgl. ebd., S. 1). Um den Unterricht anwendungsorientiert gestalten zu können, nennt Schreiber, A. (ebd., S. 2) unter anderem, dass die Anwendungsproblemstellungen als offene Fragestellungen formuliert werden, Schülerinnen und

Schüler innerhalb der Problemstellung ihre Lebenswelt erkennen und die Unterrichtsstunden interdisziplinär konzipiert werden müssen.

Insgesamt soll der Mathematikunterricht den Schülerinnen und Schülern Grundlagen mitgeben, die sie vor allem in ihrem Alltag nutzen können (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 81). Dafür ist es wichtig, dass nicht nur kurzfristige Lernergebnisse erzielt werden, sondern die Kinder langfristig mathematische Kompetenzen aufbauen (vgl. ebd., S. 81). Diese Kompetenzen werden zusammen mit den Bildungsstandards im nächsten Kapitel thematisiert.

1.3 Kompetenzen und Bildungsstandards

„Nur ein Unterricht, der den eigenaktiven Erwerb von Kompetenzen in lernförderlicher Atmosphäre in den Mittelpunkt aller Lehr-/Lernanstrengungen stellt, wird Lernenden überhaupt die Chance bieten, die in den Standards formulierten Kompetenzerwartungen auch tatsächlich zu erfüllen."

(Blum, W. 2011, S. 15)

Kompetenzen sind kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten zur Lösung bestimmter Probleme sowie der damit verbundene Wille und die motivationale Bereitschaft, die zur Lösung von Problemen erforderlich sind (vgl. Weinert, F. E. 2001, S. 28). Dabei haben Kompetenzen einen langfristigen Charakter, sodass die gelernten Inhalte und Methoden innerhalb des Unterrichts auch langfristig immer noch abrufbar sind und genutzt werden können (vgl. Reiss, K. und Hammer, C. 2013, S. 85). Die mathematischen Kompetenzen werden durch die Bildungsstandards beschrieben. Sie gliedern sich in die allgemeinen mathematischen und inhaltlichen Kompetenzen auf, die Kinder am Ende der Grundschulzeit erworben haben sollen (vgl. Kultusministerkonferenz 2004, S. 7). Zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen (auch unter dem Begriff *prozessbezogene Kompetenzen* bekannt) zählen *Problemlösen*, *Kommunizieren*, *Argumentieren*, *Modellieren* und *Darstellen* (vgl. ebd., S. 7). Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen umfassen *Zahlen und Operationen*, *Raum und Form*, *Muster und Strukturen*, *Größen und Messen* sowie *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* (vgl. ebd., S. 8). Aus diesen Leitideen werden einzelne Standards formuliert, die innerhalb des Unterrichts miteinander verknüpft und aufeinander bezogen werden (vgl. ebd., S. 9). Für Schülerinnen und Schüler entsteht aus der Kombination der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen ein Bild von Mathematik.

Auf die genauen Inhalte beider Kompetenzbereiche wird an dieser Stelle verzichtet, da sie sowohl in den Bildungsstandards (ebd.) als auch im entsprechenden Kerncurriculum (Niedersächsisches Kultusministerium 2006) nachzuschlagen sind. Wichtig ist an dieser Stelle jedoch der Hinweis, dass die jeweiligen

Standards bei der Planung und Entwicklung der Unterrichtseinheit zur Graphentheorie Beachtung finden (siehe Kapitel 8).

1.4 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Dieses Kapitel zeigt, dass der Mathematikunterricht an Grundschulen zur Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler beitragen sowie einen Anwendungsbezug für den Alltag aufweisen soll. Zur Erreichung der Ziele dienen die Bildungsstandards (Kultusministerkonferenz 2004) und das Niedersächsische Kerncurriculum (Niedersächsisches Kultusministerium 2006). Sie legen fest, anhand welcher Inhalte und Prozesse diese Zielerreichung erfolgen soll.

Der Bereich *Graphentheorie* wird in keiner Form innerhalb der Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts oder als Unterrichtsinhalt in den Kompetenzen und Bildungsstandards in Betracht gezogen. Jedoch lassen sich einige Bezüge zwischen diesen Bereichen und dem mathematischen Themengebiet herstellen, wodurch sich der Einsatz graphentheoretischer Konzepte im Unterricht begründen lässt. Das folgende Kapitel stellt die genauen Bezüge her.

2 Graphentheorie

„Inzwischen ist die Graphentheorie [...] eine angesehene mathematische Disziplin mit prestigeträchtigen Themen, Ergebnissen und offenen Fragestellungen."

(Sander, J. 2013, S. 3)

In diesem Abschnitt wird die didaktische Bedeutung graphentheoretischer Konzepte für den Mathematikunterricht an Grundschulen beleuchtet. Im ersten Schritt wird ein historischer Überblick über die Entstehung der Graphentheorie als fachwissenschaftliche Disziplin gegeben (Abschnitt 2.1) und im zweiten Schritt wird aufgezeigt, welche Entwicklung die Fachdidaktik der Graphentheorie im schulischen Kontext genommen hat (Abschnitt 2.2). Im nächsten Schritt erfolgt ein Blick auf den Bildungsbeitrag und die Kompetenzen bezüglich graphentheoretischer Inhalte (Abschnitt 2.3), anknüpfend und aufbauend auf die Ausführungen in Kapitel 1. Abschließend wird das didaktische Potenzial graphentheoretischer Konzepte erläutert, um zu zeigen, inwieweit Inhalte aus der Graphentheorie den Ansprüchen an Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts gerecht werden (Abschnitt 2.4). Von fachwissenschaftlichen Darstellungen graphentheoretischer Inhalte wird an dieser Stelle abgesehen, da sie sich bei Diestel, R. (2010), Tittmann, P. (2011) und auch Turau, V. und Weyer, C. (2015) anschaulich finden und nachlesen lassen.

2.1 Entstehung

„Graphentheoretische Methoden werden in so ziemlich jedem Wissen[s]- und Wirtschaftszweig verwendet und entwickelt."

(Brandes, U. 2010, S. 345)

Die Graphentheorie bildet ein Kerngebiet der diskreten Mathematik und wurde anhand von verschiedenen Problemstellungen seit dem 18. Jahrhundert von mehreren Personen begründet (vgl. Diestel, R. 2010, S. 1 ff.).

Einen frühen Beitrag zur Graphentheorie leistete der Mathematiker Leonhard Euler (1707-1783) im Jahre 1736 mit seinem Werk *„Solutio problematis ad geometriam situs pertinens"* (dt.: Problemlösung bezüglich einer geometrischen Lage) (vgl. Euler, L. 1741). Hierzu wurde er durch das Königsberger Brückenproblem angeregt, welches folgende Situation darstellt (vgl. ebd.):

> Die Stadt Königsberg (heute die russische Stadt Kaliningrad) liegt an der Pregel (damals Pregolja) und wird durch diesen Fluss in einen nördlichen und einen südlichen Teil aufgetrennt. Ebenso liegt eine Insel vor. Im Laufe der Zeit hatten die Königsberger insgesamt sieben Brücken gebaut, um die Ortsteile miteinander zu verbinden. Es stellte sich für die Einwohner

> die Frage: Gibt es in Königsberg einen Spaziergang, bei dem man jede der sieben Brücken genau einmal überquert?

Niemand in Königsberg hatte solch einen Weg gefunden. Euler gelang es schließlich zu beweisen, dass solch ein Weg nicht existiert. Mit Hilfe des Satzes von Euler wurde folgendermaßen argumentiert (vgl. Turau, V. und Weyer, C. 2015, S. 126): Wenn ein Graph eulersch ist, dann hat jede Ecke einen geraden Grad. Der Graph des Königsberger Brückenproblems hat nur Ecken mit ungeradem Grad, daher ist er nicht eulersch und ein solcher Spaziergang ist nicht möglich.

Damit leistete Euler den ersten wissenschaftlichen Beitrag zur Graphentheorie und gilt damit als Begründer dieser. Trotz der neuen Erkenntnisse und Veröffentlichungen gab es in den folgenden 100 Jahren keine weiteren Beschäftigungen mit Graphen.

Einen erneuten Anstoß erhielt die Graphentheorie von den sich im 19. Jahrhundert schnell entfalteten Naturwissenschaften. Insbesondere der Physiker Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) trug zum Ursprung der heute so bedeutungsvollen Netzwerktheorie, in der es hauptsächlich um Verkehrs- und Transportprobleme geht, bei. Über die Chemie gelangte Arthur Cayley (1821-1895) zur graphentheoretischen Struktur, indem er als erster das sogenannte Vierfarbenproblem darstellte, das über viele Jahre lang die Entwicklung der Graphentheorie äußerst fruchtbar beeinflusst hat.

2.2 Entwicklung im schulischen Kontext

„Man sollte nicht so viel darüber [über die Graphentheorie] sprechen, sondern mehr tun.“

(Bigalke, H.-G. 1974, S. 9)

Durch die rasanten Fortschritte in der Computertechnik nach 1945 erhielt die Graphentheorie solch starke Impulse, dass sie zu einer eigenständigen mathematischen Disziplin wurde (vgl. Diestel, R. 2010, S. 1 ff.). Besonders hat sich die Graphentheorie in den letzten 40 Jahren entwickelt. Aufgrund dessen nimmt sie heute einen wichtigen Platz sowohl in der Mathematik als auch in der Informatik ein und ihr kommt eine große fachwissenschaftliche Bedeutung zu (vgl. ebd., S. 1 ff.).

Zu Beginn der 70er Jahre wird von der deutschen Mathematikdidaktik im Rahmen der propädeutischen Geometrie zunehmend für eine Integration *netzartiger Strukturen und Inhalte* (der Begriff Graphentheorie wurde zur damaligen Zeit für schulische Zwecke noch nicht verwendet) im Mathematikunterricht der Grundschule plädiert (vgl. Winter, H. 1971, S. 58 ff.). Mit dem Einsatz dieser Thematik sollen Schülerinnen und Schüler dazu angeleitet werden, allgemeinere Gesetze des Raumes zu entdecken, die Umwelt zu erschließen und räumliche Beziehungen in realen Bereichen zu erfassen (vgl. ebd., S. 58 ff.). Die Beschäftigung mit Netzen kann nach Winter, H. (ebd.) das kreative, argumentierende und kombinatorische Denken fördern.

Durch die drei Themenhefte der Zeitschrift *„Der Mathematikunterricht"* von 1973, 1974 und 1978 findet die Graphentheorie ebenfalls große Beachtung. In diesem Zusammenhang nennt Bigalke, H.-G. (1974) in seinem Artikel *„Über die mögliche Bedeutung der Graphentheorie beim Lernen von Mathematik"* Gründe für das hohe didaktische Potenzial dieses Stoffes und arbeitet Bereiche heraus, welche die Graphentheorie für den Einsatz im Unterricht überschaubar machen (genaue Ausführungen s. Kapitel 2.3). Allerdings werden diese Ausführungen nicht weiter methodisch und didaktisch erläutert, sodass eine schülergerechte Aufbereitung fehlt. Innerhalb der damaligen Mathematikdidaktik tritt die Graphentheorie als solche nicht auf (vgl. ebd., S. 5). Dennoch plädiert Bigalke, H.-G. (1974) dafür, die Graphentheorie in den Mathematikunterricht zu integrieren, jedoch nicht von der Graphentheorie zu sprechen. Dieses könnte auf der einen Seite zur Ablehnung von Seiten der Fachwissenschaften führen und auf der anderen Seite eine gewisse Angst und Unruhe bei den Lehrpersonen auslösen (vgl. ebd., S. 9). Daraufhin werden graphentheoretische Elemente in Verbindung mit einer geometrischen Propädeutik integriert (vgl. ebd., S. 5).

Vier Jahre später verflacht die Beachtung der Graphentheorie wieder und die Lehr- und Bildungspläne geben nichtklassischen Unterrichtsinhalten in der Grundschule nur wenig Raum (vgl. Klose, K.-D. 1978, S. 3). Der Einsatz der Graphentheorie im Unterricht wird bis 1980 vereinzelt diskutiert, jedoch bleiben konkrete Ergebnisse weitestgehend aus (vgl. Pieper, H. und Walther, G. 1985, S. 233 ff.). Die Gründe sind zum einen, dass die Abneigung gegen einen moderneren Mathematikunterricht sehr groß ist (vgl. ebd., S. 233 ff.). Zum anderen kann dieser Bereich der Mathematik keiner der bestehenden Fachrichtungen zugeordnet und somit nicht explizit im Curriculum einsortiert werden (vgl. ebd., S. 233 ff.). Ab dem Jahr 1980 verflacht daher die Diskussion um den Einsatz der Graphentheorie im Mathematikunterricht erneut deutlich. Dies zeigt schon die Untersuchung von Pieper, H. und Walther, G. (ebd.) mit dem Titel *„Graphen im Mathematikunterricht – eine Analyse der derzeitigen Curriculumsituation"*. Sie untersuchen das Vorkommen von Graphentheorie in Curriculum und Schulbüchern und es zeigt sich, dass eine deutliche Reduzierung vorgenommen wurde bis hin zu einer fast vollständigen Eliminierung des Themengebietes (vgl. ebd.). Dieses Resultat vollstreckt sich über die folgenden zehn Jahre.

1997 entsteht ein neuer Vorschlag zum Einsatz der Graphentheorie im Unterricht. Dieser Vorschlag kommt von Green, N. (1997) mit seinem Artikel *„Unterrichtsvorschläge zur diskreten Mathematik"*. Allerdings fehlen hierbei erneut methodische und didaktische Anmerkungen für eine mögliche Umsetzung in der Schule.

Erst zu Beginn des neuen Jahrtausends wird das Interesse an der Graphentheorie wieder größer. Im Jahr 2002 veröffentlichen Gritzmann, P. und Brandenberg, R. (2002) das Buch *„Das Geheimnis des kürzesten Weges“*. Dieser Jugendroman handelt von der Hauptfigur Ruth, die einen Computer geschenkt bekommt und auf diesem das Programm *Vim* findet. *Vim* führt das Mädchen in die Problematik des Routenplanens ein. Nach und nach werden weitere wesentliche Probleme und Lösungsansätze aus dem Bereich der Graphentheorie vorgestellt und besprochen. Dieser Roman für Jugendliche ab 15 Jahren enthält zwar einige Ideen, die sich für den Unterrichtseinsatz eignen, jedoch fehlen auch an dieser Stelle wieder konkrete Hinweise, wie das Thema im Unterricht umgesetzt werden könnte.

Ebenfalls im Jahr 2002 wird die Dissertation *„Zur Bedeutung diskreter Arbeitsweisen im Mathematikunterricht“* von Thies veröffentlicht (vgl. Thies, S. 2002). In dieser Arbeit stehen Möglichkeiten neuer Technologien wie Tabellenkalkulationsprogrammen beim Lernen von diskreten Inhalten im Mittelpunkt.

Drei Jahre später erscheint ein bedeutender Artikel im Heft *„Diskrete Mathematik“* der Zeitschrift *„mathematik lehren“* (vgl. Lutz-Westphal, B. 2005, S. 57 ff.). Dieser Artikel mit dem Titel *„Wie komme ich optimal zum Ziel?“* von Lutz-Westphal, B. (ebd.) enthält eine Unterrichtsreihe über kürzeste Wege und deren Algorithmen für insgesamt neun Unterrichtsstunden. Die daran anknüpfende Dissertation von Lutz-Westphal mit dem Titel *„Kombinatorische Optimierung - Inhalte und Methoden für einen authentischen Mathematikunterricht“* gibt als eine der ersten Ausarbeitungen konkrete Erläuterungen zur Umsetzung der Graphentheorie im Unterricht (vgl. Lutz-Westphal, B. 2006). Diese Vorschläge sind jedoch ausschließlich für die Sekundarstufen gedacht.

Sucht man nach weiteren bereits vorliegenden Unterrichtsversuchen, ob und inwieweit die Graphentheorie im Unterricht zu integrieren ist, so stößt man auf nur wenige Umsetzungsergebnisse. Eine Doktorarbeit zum Thema *„Algorithmische Graphentheorie im Unterricht unter Verwendung objektorientierter Datenstrukturen“* enthält Skizzen von Unterrichtsreihen und legt dar, wie sich die Graphentheorie mit Hilfe des Programms *Knotengraph* in der Sekundarstufe einführen und umsetzen lässt (vgl. Eidmann, R. 2004). Eine weitere Arbeit zeigt die Einführung der Graphentheorie innerhalb der gymnasialen Oberstufe (vgl. Wassong, T. 2007). Bei dieser Ausarbeitung liegt der Schwerpunkt auf den neuen Medien und die Unterrichtsentwürfe enthalten sehr anspruchsvolle und den Anforderungen der Oberstufe entsprechende Aufgabenformate (vgl. ebd.).

Erst zwei Masterarbeiten aus dem Jahr 2015 mit den Titeln *„Der Weg der Graphentheorie in den Mathematikunterricht der Grundschule – Projektierung, Realisierung und Reflexion einer Unterrichtseinheit“* von Meyer, M. (2015) und *„Graphentheoretische Aufgaben in der Grundschule“* von Rauf, C. (2015) thematisieren Graphentheorie in der Primarstufe. Die erste Arbeit zeigt, welche Möglichkeiten es gibt, die Graphentheorie bereits in der Grundschule einzuführen (vgl. Meyer, M. 2015). Im Mittelpunkt stehen der

Zusammenhang zwischen den graphentheoretischen Thematiken und den zu erwartenden Kompetenzen, die Durchführung und eigene Reflexion der Unterrichtseinheit sowie die Beurteilung und das Feedback der Schülerinnen und Schüler am Ende der Einheit (vgl. ebd.). Die andere Ausarbeitung geht der Frage nach, ob graphentheoretische Probleme bereits ohne Vorkenntnisse in der Grundschule thematisiert werden können (vgl. Rauf, C. 2015).

Die historische Übersicht endet damit, dass sich graphentheoretische Elemente heute kaum noch im Mathematikunterricht finden lassen. Die Lehrpläne der Grundschule sehen die Graphentheorie im Hinblick auf entwicklungspsychologische und fachwissenschaftliche Sicht nicht explizit vor – möglicherweise aufgrund mangelnder überzeugender Vorschläge seitens der Fachdidaktik. Jedoch wurde vor dem Hintergrund der fundamentalen Ideen des Optimierens und Algorithmisierens und des Informatikunterrichts bereits 1999 verstärkt auf die Fragestellungen und Bedeutung der kombinatorischen Optimierung hingewiesen (vgl. Franke, M. 1999, S. 3).

Die Darstellung der vorhandenen Literatur lässt erkennen, dass die Graphentheorie bereits seit den 70er Jahren für den Einsatz im Mathematikunterricht präsent ist und in Erwägung gezogen wird. Allerdings gibt es für den Bereich der Grundschule keine konkreten Umsetzungs- und Einsetzungsvorschläge.

Spannt man abschließend den Bogen von den damaligen Anfängen diskreter Thematiken im Mathematikunterricht bis heute, so lässt sich die damalige Formulierung *Aufgaben und Probleme geometrisieren* nach den heutigen Ansprüchen ergänzen zu *Aufgaben und Probleme geometrisieren und graphentheorisieren*.

2.3 Einbindung in den Mathematikunterricht

„Ausgewählte Gegenstände, Methoden und Fragestellungen aus der Graphentheorie sollten ihren festen Platz in der Schulmathematik bekommen."

(Bigalke, H.-G. 1974, S. 9)

Dieser Abschnitt stellt die Beziehung zu den Aufgaben und Zielen des allgemeinen Mathematikunterrichts an Grundschulen (siehe Kapitel 1) her. Die dort herausgearbeiteten Inhalte werden hier wieder aufgegriffen und anhand eines konkreten Beispiels aus der Graphentheorie näher betrachtet.

2.3.1 Allgemeinbildung

„Die Wirklichkeit geometrisieren: Graphentheorie“

(Stein, M. 1997, S. 3).

Inwieweit die Graphentheorie die Aufgabe der Allgemeinbildung, wie sie in Abschnitt 1.1 erläutert wird, unterstützen kann, sollen die folgenden Ausführungen anhand eines ausgewählten Beispiels zeigen. Das graphentheoretische Anwendungsbeispiel *Kürzeste Wege* wird dafür genutzt. Zur kurzen Erläuterung kann ganz allgemein gesagt werden: beim Kürzeste-Wege-Problem geht es darum, in einem Wegenetz einen kürzesten Weg von einem Startpunkt A nach Endpunkt B zu finden. Die Anwendung dieses Problems in der Praxis ist unmittelbar einzusehen. Auf eine genaue mathematische Definition wird an dieser Stelle verzichtet und auf Turau, V. und Weyer, C. (2015, S. 293 ff.) verwiesen.

Natürlich reicht es nicht aus, anhand eines einzigen Beispiels aus der Graphentheorie die Einbindung in den Mathematikunterricht verallgemeinert zu belegen – dieses soll dadurch auch nicht geschehen. Vielmehr steht im Vordergrund, ob bzw. dass es graphentheoretische Themen gibt, die eine Einbindung rechtfertigen.

Lebensvorbereitung
Die Graphentheorie kann ebenso wie die derzeitigen mathematischen Themen zur Lebensvorbereitung und damit zur Allgemeinbildung beitragen. Neben den Grundrechenarten sind in der heutigen Zeit die Ermittlungen kürzester Wege und damit der Umgang mit Google Maps oder ähnlichen Programmen unumgänglich und für berufliche und private Qualifikationen notwendig.

Stiftung kultureller Kohärenz
Dass Menschen über ihren täglichen Weg zur Schule, zur Arbeit oder zu Freizeitaktivitäten nicht bewusst nachdenken, sondern aus der Selbstverständlichkeit heraus den für sie am besten passenden Weg auswählen, zeigt, dass sie die Ermittlung dieses Weges gelernt und eigenständig angewendet haben. Die Graphentheorie bietet anhand ausgewählter Vorgehensweisen und Algorithmen Möglichkeiten, über solche automatisierten Verhaltensweisen innerhalb der eigenen Alltagskultur zu reflektieren. Außerdem kann sie dadurch aufzeigen, welche Verbindungen zwischen der Gesellschaft und der Kultur bestehen.

Weltorientierung
Wie wird ein kürzester Weg berechnet? Warum weiß das Navigationsgerät, welcher Weg ein kürzester ist? Zwei Fragen, die gesellschaftliche Phänomene veranschaulichen, zur Welterkenntnis beitragen und sich mit Hilfe der Graphentheorie mathematisch anschaulich beantworten lassen. Erst wenn einem bewusst wird, welches Vorgehen in den Geräten stattfindet, lässt sich mathematisches Wissen darauf anwenden und die genaue Funktionsweise verstehen und deuten.

Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch

Die Behauptung, dass ein Weg von A nach B der kürzeste von drei zur Auswahl stehenden Wegen sei, kann bei Kindern ein Nachdenken darüber auslösen. Ließen sich eventuell kürzere Wege finden, dann geraten die Kinder in Widersprüchlichkeiten zur Behauptung und können in ihrer Denkfähigkeit angeregt werden.

2.3.2 Anwendung im Alltag

„Viele Dinge, die uns im Alltag begegnen, sind mathematischer Art, ohne daß wir es bemerken, bzw. ihre mathematische Grundstruktur erkennen."

(Stein, M. 1997, S. 3)

Die Graphentheorie beschreibt Objekte und Beziehungen zwischen Objekten, die in vielen praktischen Anwendungen und Alltagssituationen auftreten (vgl. Turau, V. und Weyer, C. 2015, S. 1 ff.). In diesem Zusammenhang nennt Tittmann, P. (2011) die nachstehenden Beispiele aus dem Alltag.

Graphen dienen unter anderem zur

- Lösung von Routenproblemen, bei denen eine kürzeste Verbindung zwischen zwei Orten gesucht wird (Beispiel: Navigationsgerät, U-Bahn-Netz),
- Lösung von Maximalflussproblemen, um einen maximalen Fluss durch ein Netzwerk zu ermitteln (Beispiel: Stromtransport),
- Modellierung von Problemstellungen aus der Wahrscheinlichkeitstheorie, um Wahrscheinlichkeiten berechnen zu können (Beispiel: Pfadbäume) und
- Ermittlung einer Rangfolge von Elementen, wie die Darstellung zwischenmenschlicher Beziehungen innerhalb einer Gruppe (Beispiel: Facebook, Stammbaum)

(vgl. ebd., S. 5 f.).

Diese aufgelisteten Inhalte bilden nur einen geringen Teil des gesamten Gebietes, dennoch zeigen sie bereits, dass die Graphentheorie alltagsnahe Anwendungsaufgaben und Lehrinhalte bereitstellt, die für Schülerinnen und Schüler relevant sind.

2.3.3 Kompetenzen und Bildungsstandards

„In vielen praktischen und theoretischen Anwendungen treten Situationen auf, die durch ein System von Objekten und Beziehungen zwischen diesen Objekten charakterisiert werden können. Die Graphentheorie stellt zur Beschreibung von solchen Systemen ein Modell zur Verfügung: den Graphen. [...] Ferner erlauben Graphen eine anschauliche Darstellung, welche die Lösung von Problemen häufig erleichtert.“

(Turau, V. und Weyer, C. 2015, S. 1)

Blickt man auf die Kompetenzbereiche des Kerncurriculums Mathematik für die Grundschule, taucht Graphentheorie nicht explizit auf (Niedersächsisches Kultusministerium 2006). Dennoch lassen sich deutliche Übereinstimmungen zwischen den angestrebten Kompetenzen aus dem Kerncurriculum und den zu erwartenden Kompetenzen innerhalb der Unterrichtsstunden festhalten. Das Arbeiten mit graphentheoretischen Problemstellungen ist ohne explizit mathematisches Vorwissen möglich und mit wenigen Fachbegriffen können Schülerinnen und Schüler bereits vollständige Lösungsvorschläge machen – und das sogar ganz ohne zu rechnen. Dadurch bietet diese Thematik allen (insbesondere auch Kindern mit Rechenschwäche) die Möglichkeit, mit viel Engagement im Unterricht mitzuarbeiten und Spaß am Fach Mathematik zu steigern. Zum Aufbau dieser Motivation trägt ebenfalls bei, dass die behandelten Probleme leicht mit vertrauten Dingen und Situationen aus dem Alltag der Kinder in Zusammenhang gebracht werden können. Es werden zum Beispiel Graphenalgorithmen bei einer Tourenplanung oder der Erstellung von Stadtplänen genutzt. Weiterhin liegt mit diesem Themenfeld ein realistischer, anwendungs- und problemorientierter Unterricht zugrunde. Damit verbunden werden verstärkt weitere prozessbezogene Fähigkeiten wie Kommunizieren und Argumentieren, Darstellen, Modellieren und Problemlösen geübt, die sowohl in der Freizeit als auch im späteren Berufsleben eine wichtige Rolle einnehmen.

Graphentheoretische Fähigkeiten und Denkweisen können als Grundlage für die Erschließung der räumlichen Umwelt sowie für die kognitive Entwicklung dienen. Zur Unterstützung der Entwicklung dieser Kompetenzen dient eine Visualisierung der einzelnen Problemsituationen mit graphentheoretischen Elementen. Auch der inhaltsbezogene Kompetenzbereich mit Zahlen und Operationen, Größen und Messen sowie Muster und Strukturen wird mit Hilfe der Graphentheorie abgedeckt. Das Errechnen der Gesamtlänge einer ausgewählten Tour oder auch die Überschlagsrechnung für mehrere mögliche Touren sind beispielsweise grundlegende inhaltliche Kompetenzen, die entwickelt und gefördert werden. Außerdem lassen sich zahlreiche Aufgaben und Problemstellungen finden, die fächerübergreifende Bezüge und Ziele des Mathematikunterrichts anstreben. Als Beispiele hierfür gelten Bezüge zum Sachunterricht, zur Verkehrserziehung oder zum grafischen Gestalten im Kunstunterricht.

Die Graphentheorie bietet eine sehr große Aufgabenvielfalt, wodurch sowohl die einzelnen Kompetenzbereiche aus den Kerncurricula aller Schulformen Beachtung finden können als auch die Motivation von Schülerinnen und Schülern angesprochen und ausgeprägt werden kann. Dahingegen stellt sich die Frage, warum die Kerncurricula in Niedersachsen für das Fach Mathematik nicht explizit die Graphentheorie beinhalten. In nur wenigen Ausnahmen, wie zum Beispiel der Stochastik zur Darstellung von Wahrscheinlichkeitspfaden, taucht Graphentheorie auf. Der größte Teil des Unterrichtsstoffes wird von Arithmetik, Algebra, Analysis und Geometrie dominiert. Dabei kommt das Wort *Graph* lediglich in der Bedeutung eines Funktionsgraphen vor.

2.4 Didaktisches Potenzial

„Graphen sind sicher keine neue Erfindung, [...] [aber] ihr Einsatz eröffnet neue didaktische Möglichkeiten für neue Fragestellungen und Lösungsstrategien.“

(Floer, J. 1977, S. 1)

Die diskrete Mathematik beschäftigt sich mit Objekten, deren Elemente geordnet, strukturiert und gezählt werden können. Diese Grundtätigkeiten sind aus dem Alltag bekannt. Weiterhin ist ein wesentliches Merkmal diskreten Arbeitens, dass die Einzelschritte zur Lösungsfindung anhand von Darstellungen sichtbar und dadurch für Schülerinnen und Schüler leichter nachvollziehbar werden (vgl. Lutz-Westphal, B. 2006, S. 72).

Schon im Jahr 1974 nennt Bigalke, H.-G. (1974) drei Gründe für das hohe didaktische Potenzial dieses Gebietes. Dazu gehören die immense Anwendungsfreudigkeit, die große Anschaulichkeit und die weitgestreute Problemfreudigkeit auf jedem beliebigen Niveau (vgl. ebd.).

Die Gründe für den Einsatz der Graphentheorie im Unterricht liegen nach Bigalke, H.-G. (1974, S. 3 f.) in den vier Bereichen

1. Veranschaulichung von Zusammenhängen,
2. Modelle für Probleme mit algorithmischen Lösungen,
3. Graphentheoretische Sätze zur Lösung von Problemen und
4. Probleme mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad.

Außerdem besitzen Graphen eine große Anschaulichkeit und einen hohen Aufforderungscharakter (vgl. Floer, J. 1977, S. 40 ff.). Der Grund hierfür lässt sich auf den leichten Übergang zwischen enaktiver, ikonischer und symbolischer Darstellungsebene zurückführen (vgl. ebd., S. 40 ff.). Diese Übergänge werden insbesondere bei der Entwicklung von Graphenalgorithmen genutzt (vgl. ebd., S. 40 ff.). Hierbei sind alle Einzelschritte gut sichtbar und für Schülerinnen und Schüler leicht nachvollziehbar (vgl. ebd., S. 40 ff.).

Knapp 40 Jahre später wird das Potenzial der Graphentheorie nicht viel anders beschrieben. In diesem Zusammenhang nennt Leneke, B. (2011, S. 536) die Aspekte:

- zahlreiche Anwendungssituationen,
- anschauliche Modelle,
- Vernetzung zu anderen Bereichen der Mathematik,
- Vernetzung zu anderen Unterrichtsfächern,
- Lösungsstrategien eigens entwickeln und anwenden sowie
- Unterscheidung zwischen „leichten“ und „schweren“ Problemen.

Mit Graphen im Unterricht zu arbeiten, verschafft eine hohe Experimentierfreudigkeit, bei der eine flexible Darstellung ohne geometrische Festlegung möglich ist und häufig der Übergang vom Realmodell zum mathematischen Modell Berücksichtigung findet (vgl. Lutz-Westphal, B. 2006, S. 87).

Die ausgewählte Problemstellung *Kürzeste-Wege-Problem von A nach B* aus der Praxis führt dazu, dass Schülerinnen und Schüler anfangs den zugehörigen Graphen konstruieren (Modellbildung $\rightarrow$ Modellierung), einen möglichen Weg bestimmen (Existiert ein Weg von A nach B? $\rightarrow$ Existenzproblem), alle weiteren Wege bestimmen (Wie viele Wege von A nach B gibt es? $\rightarrow$ Anzahlproblem) und am Ende den kürzesten Weg ermitteln (Welcher der möglichen Wege von A nach B ist der kürzeste? $\rightarrow$ Optimierungsproblem).

2.5 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Der Schwerpunkt des Mathematikunterrichts an Grundschulen liegt nach wie vor auf der Vermittlung und Anwendung der Grundrechenarten. Um jedoch (wie laut Bildungsstandards gefordert) die Umwelt verstehen und mathematische Modelle strukturieren zu können, muss ein Schwerpunkt ebenso auf dem Lösen inner- und außermathematischer Problemstellungen liegen.

Die Graphentheorie bietet mathematische Verfahren zur Lösung von außermathematischen Problemen. Außerdem können reale Anwendungsaufgaben aus dem Alltag von Schülerinnen und Schülern modelliert werden. Dennoch konnte sie sich bis heute nicht im Mathematikunterricht der Grundschule etablieren. In Schulbüchern sind nur noch vereinzelt diesbezügliche Aufgaben zu finden. Konkrete Hinweise darauf, warum die Graphentheorie kein fester Bestandteil (geworden) ist, gibt es nicht.

Insgesamt sprechen viele Gründe für den Einsatz graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule. Diese Gründe lassen sich derzeit jedoch nur als Vermutungen und in sich logischen Gedankengängen formulieren. Der Frage, inwieweit sich Themen aus der Graphentheorie eignen, um die geforderten Kompetenzen tatsächlich zu erreichen sowie den Alltags- und Anwendungsbezug motivierend zu vermitteln, wird in dieser Arbeit empirisch nachgegangen.

Die Beurteilung des Potentials einer Unterrichtseinheit zum Themenbereich Graphentheorie in der Grundschule bezieht sich in dieser Studie einerseits auf die Motivation, das Selbstkonzept und die Einstellung zum Fach Mathematik, andererseits auf die mathematische Leistung der Schülerinnen und Schüler. Die eigene Untersuchung beschäftigt sich daher im folgenden Abschnitt mit den genannten Konstrukten und deren möglichen Veränderungen aufgrund der Integration graphentheoretischer Konzepte in den Mathematikunterricht der Grundschule.

3 Motivationsförderung

„Das, was uns überhaupt zum Handeln motiviert, ist der Wunsch, positive Gefühle zu erleben und negative Gefühle zu vermeiden.“

(Brandstätter, V. u. a. 2013, Vorwort)

In diesem Kapitel wird zunächst kurz auf die Begriffe *Motiv* (Abschnitt 3.1) und *Motivation* (Abschnitt 3.2) eingegangen, bevor danach ausgewählte Konstrukte und Theorien der Motivationsforschung definiert und dargestellt werden (Abschnitt 3.3 bis Abschnitt 3.8). Anschließend thematisiert Abschnitt 3.9 die Diagnostik bzw. Erfassung der Motivation, um daran anknüpfend zu überlegen, welche graphentheoretischen Konzepte dazu führen, die Motivation zu fördern.

3.1 Motiv

„Betrachtet man [...] Motive als psychologische Kräfte, dann haben sie die Eigenschaft von Vektoren: nämlich Stärke und Richtung.“

(Fischer, L. und Wiswede, G. 2009, S. 97)

Motive sind wissenschaftlich gesehen Hilfsgrößen (hypothetische Konstrukte), die nicht direkt beobachtbar sind, aber zur Erklärung von Verhalten herangezogen und über andere beobachtbare Verhaltensweisen erschlossen werden (vgl. Rosemann, B. und Bielski, S. 2001, S. 93). Ein Motiv ist ein einzelner Beweggrund des Handelns und gibt einer Tätigkeit Energie und Richtung (vgl. Schlag, B. 2013, S. 11). Werden ein oder mehrere Motive innerhalb einer aktuellen Situation wirksam, so wird das Gesamte als Motivation bezeichnet (vgl. ebd., S. 11). Somit enthält Motivation eine energetische (aktivierende) und eine Richtungskomponente (vgl. Fischer, L. und Wiswede, G. 2009, S. 97).

3.2 Motivation

„Motivation ist ein aktivierender Prozess mit richtunggebender Tendenz.“

(Fischer, L. und Wiswede, G. 2009, S. 97)

Motivation resultiert aus dem Zusammenwirken von Person und Umwelt und lässt sich durch die folgende (pseudomathematische) Gleichung veranschaulichen:

$$\textit{(Motiv 1 + Motiv 2 + Motiv 3 + ... + Motiv n)} \times \textit{Situation} = \textit{Motivation}$$

(vgl. Rosemann, B. und Bielski, S. 2001, S. 94).

Einerseits bedeutet diese Gleichung, dass Motivation entsteht, sofern ein Motiv in der Person gegeben ist, welches aufgrund der aktuellen Situation verhaltenswirksam werden kann (vgl. Rosemann, B. und Bielski, S. 2001, S. 94). Andererseits entsteht Motivation nur, wenn ein Motiv bei der Person vorliegt und zu diesem Motiv entsprechende Anreize in der Situation vorhanden sind (vgl. ebd., S. 94).

Motivation ist ein Begriff, der sowohl im wissenschaftlichen Sprachgebrauch als auch in der Alltagssprache einen festen Platz hat (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 16). Für das wissenschaftliche und Alltagsverständnis von Motivation gilt, dass es sich auf das Ergebnis des Handelns bezieht und man es weder sehen noch wahrnehmen kann; lediglich das Verhalten ist wahrnehmbar (vgl. ebd., S. 17). Die Abbildung 3.1 schematisiert die Vorstellung, dass aus dem Personenmerkmal Motiv und der persönlichen Situation eine aktuelle Motivation resultiert und das Verhalten beeinflusst (vgl. Rheinberg, F. 2004a, S. 70).

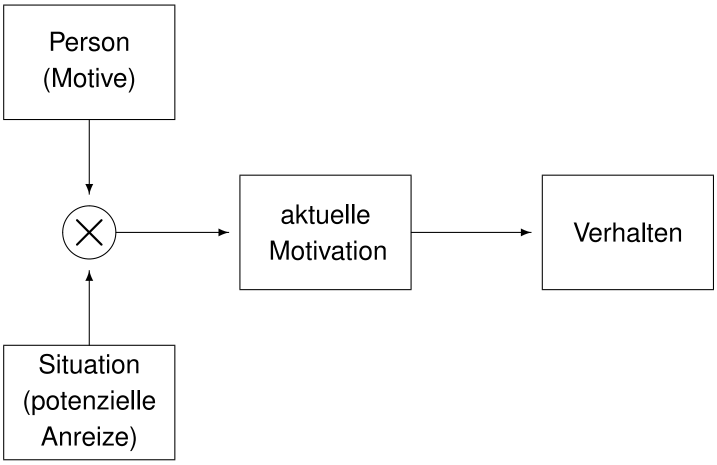


Abbildung 3.1. Das Grundmodell der „klassischen" Motivationspsychologie nach Rheinberg, F. (2004a, S. 70)

Im wissenschaftlichen Verständnis ist Motivation im weitesten Sinne eine Form von Handlungsveranlassung, wobei in der Alltagssprache hingegen der Begriff Motivation verwendet wird, wenn das Verhalten auf ein erwünschtes Ziel gerichtet ist (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 17). Ein Beispiel für den alltagssprachlichen Begriff wäre: Die Schülerinnen und Schüler haben heute im Unterricht motiviert mitgearbeitet (vgl. ebd., S. 16).

Für die motiviert handelnde Person gilt:

1. sie hat ein Ziel vor Augen, das sie erreichen will,
2. sie ist deshalb bemüht oder angestrengt und
3. sie lässt sich dadurch nicht durch andere Anreize ablenken

(vgl. Rheinberg, F. 2004a, S. 14).

Im Folgenden werden zwei wesentliche Bedürfnistheorien aufgeführt, weil sie zeigen, dass es angeborene Bedürfnisse gibt, welche Einfluss auf das motivierte Verhalten von Schulkindern nehmen.

3.3 Bedürfnistheorien der Motivation

„One of the most important reasons for postulating innate psychological needs is that they provide the basis for making predictions about the effects of social-contextual forces on natural, growth-oriented processes and psychological well-being."
(Deci, E. L. und Moller, A. C. 2005, S. 583)

Maslows Bedürfnispyramide
Der humanistische Psychologe Abraham Maslow (1908-1970) war der Ansicht, dass Selbstverwirklichung das Ziel allen menschlichen Lebens ist, und stellte Mitte des 20. Jahrhunderts eine Hierarchie von Bedürfnissen vor, die die nachfolgende Abbildung 3.2 darstellt (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 50). An dieser Stelle wurde die erweiterte Pyramide von Langfeldt, H.-P. (ebd.) gewählt, da die Stufen *Wissen* und *Verstehen* gesondert auftauchen und den Bezug zur Schule darstellen.

Abbildung 3.2. Bedürfnispyramide nach Maslow (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 50)

Diese Bedürfnispyramide zeigt sieben Bedürfnisgruppen, die hierarchisch aufeinander aufbauen. Für die Bedürfnispyramide gilt: wenn ein Bedürfnis befriedigt ist, taucht ein neues Bedürfnis auf (vgl. Maslow, A. H. 1977, S. 98) oder anders gesagt, erst wenn die unteren Bedürfnisse befriedigt sind, wendet sich das Individuum den höheren Bedürfnissen zu. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Bedürfnisbefriedigung meist nur teilweise erfolgt und keine 100%-ige Befriedigung vorherrscht (vgl. ebd., S. 98).

Die unterste Stufe *physiologische Bedürfnisse* beinhaltet unmittelbar lebensnotwendige Bedürfnisse des Menschen, nämlich Nahrung, Sauerstoff und Wasser (vgl. ebd., S. 75). Diese Bedürfnisse sind die mächtigsten von allen, was zur Folge hat, dass das Individuum alle anderen Bedürfnisse in den Hintergrund drängt, solange der Hunger, der Bedarf an Atemluft oder der Durst nicht gestillt sind (vgl. Maslow, A. H. 1977, S. 76). Weiter möchten die Menschen in Frieden leben und sich geschützt und sicher fühlen, sodass das Streben nach Sicherheit in den Mittelpunkt gerät; dieses wird durch die Gruppe *Sicherheitsbedürfnisse* ausgedrückt (vgl. ebd., S. 79 ff.). Sind sowohl die physiologischen als auch die Sicherheitsbedürfnisse zufriedengestellt, tauchen die sogenannten *sozialen Bindungsbedürfnisse* auf. Zu diesen gehören unter anderem die Bedürfnisse nach Zugehörigkeit, Liebe und Zuneigung (vgl. ebd., S. 85). Das Individuum bemüht sich um einen Platz in der Gruppe oder Familie, um liebevolle Beziehungen mit den Menschen zu erfahren (vgl. ebd., S. 85).

Diese drei unteren und stark gelb markierten Grundbedürfnisse entstehen aus Defizitmotiven, sodass bei Nichterfüllung dieser Bedürfnisse der Mensch einen Mangel empfindet und versucht, den Mangel auszugleichen (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 20).

Die nächsten zwei Stufen sind die Bedürfnisse nach *Wissen* und *Verstehen*. Sie folgen unmittelbar den Grundbedürfnissen und sind nicht scharf zu trennen, da man als Individuum sowohl das Verlangen nach Wissen hat, dieses Wissen aber auch verstehen möchte (vgl. Maslow, A. H. 1977, S. 94). Das folgende Bedürfnis nach *Ästhetik* zeigt sich dadurch, dass Personen ein aktives Verlangen nach Ordnung, Symmetrie, Systematik und Struktur haben (vgl. ebd., S. 95). Die oberste Stufe der *Selbstverwirklichung* bezieht sich auf das menschliche Verlangen nach Selbsterfüllung – ein Verlangen, immer mehr zu dem zu werden, was man ist und was man zu werden fähig ist (z. B. eine ideale Lehrperson zu sein) (vgl. ebd., S. 89).

Im Gegensatz zu den unteren drei Bedürfnissen, die als Mangelmotive gelten, ist es bei den oberen vier Bedürfnissen umgekehrt: Bedürfnisse nach Wissen, Verstehen, Ästhetik und Selbstverwirklichung beschreibt Maslow als Wachstumsmotive (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 50). Diese zielen nicht auf einen Ausgleich, sondern sie werden umso stärker, je mehr sie befriedigt werden (vgl. ebd., S. 51).

Maslows Bedürfnispyramide hat für den Unterricht in der Schule folgende Relevanz: Bevor Schülerinnen und Schüler sich schulischen Aufgaben zuwenden und z. B. lernen können, müssen die grundlegenden Defizitbedürfnisse befriedigt sein (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 22). Kinder, die mit materieller Not oder Hunger aufwachsen, sind wenig bis gar nicht motiviert, am Unterricht teilzunehmen und Schule als eine förderliche Bereicherung ihres Lebens wahrzunehmen (vgl. ebd., S. 22). Somit kann man davon ausgehen, dass Schülerinnen und Schüler erst dann nach Wissen und Verstehen im Unterricht streben, wenn die Defizitbedürfnisse so weit wie möglich befriedigt sind (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 51). Auf der anderen Seite lässt sich anhand der Ausführungen schließen, dass die Motivation von Schülerinnen und Schülern durch Wertschätzung und Zugehörigkeitsgefühl verstärkt werden kann.

Psychologische Bedürfnisse nach Deci und Ryan

Die beiden Psychologen Deci und Ryan beschreiben in ihrer *Selbstbestimmungstheorie der Motivation* drei angeborene psychologische Bedürfnisse, die für die Motivation relevant sind (Abbildung 3.3): Bedürfnis nach Kompetenz oder Wirksamkeit, Autonomie oder Selbstbestimmung und soziale Eingebundenheit (vgl. Deci, E. L. und Ryan, R. M. 1993, S. 229).

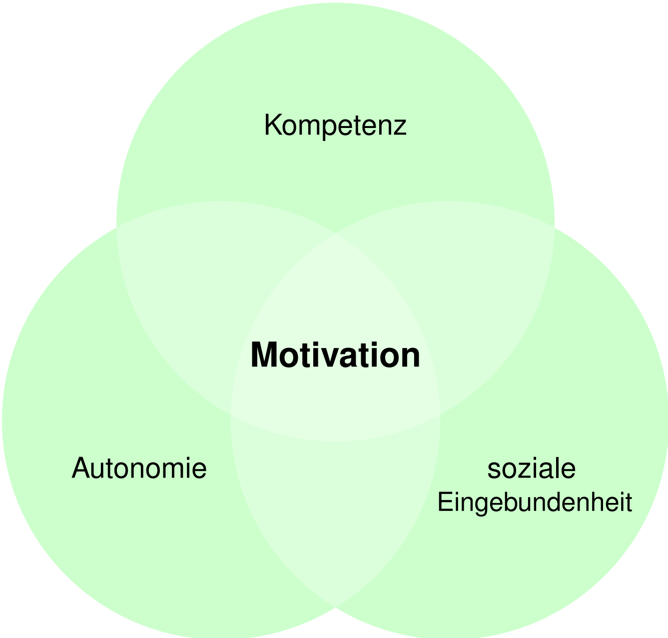


Abbildung 3.3. Selbstbestimmungstheorie nach Deci, E. L. und Ryan, R. M. (1993, S. 229)

Diese psychologischen Bedürfnisse sind deshalb zentral, da sich vermuten lässt, dass Menschen bestimmte Ziele verfolgen, um ihre angeborenen Bedürfnisse zu befriedigen (vgl. ebd., S. 229). Das Streben nach Kompetenz sowie Selbstbestimmung führt dazu, dass das Individuum etwas leistet, dagegen fördert das Streben nach sozialer Zugehörigkeit die Identifikation mit von außen vorgegebenen Zielen (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 63). Auf die Selbstbestimmungstheorie wird später in Abschnitt 4.2 noch einmal näher eingegangen.

Für den Unterricht haben die psychologischen Bedürfnisse nach Deci und Ryan die Folge: je mehr der Unterricht den Schülerinnen und Schülern das Gefühl von Kompetenz, Selbstbestimmung und sozialer Zugehörigkeit vermittelt, desto motivierter sind sie (vgl. ebd., S. 63).

Innerhalb der Motivationspsychologie ist die Leistungsmotivation das am meisten untersuchte Themenfeld, mit dessen Hilfe die Motive und damit die Motivation eines Individuums empirisch erforscht werden (vgl. Brandstätter, V. u. a. 2013, S. 25 f.). Dieses Konstrukt wird im nachstehenden Abschnitt erläutert.

3.4 Leistungsmotivation

„Sie könnten es doch, wenn sie nur motivierter wären!“

(Brandstätter, V. u. a. 2013, S. 3)

Im psychologischen Sinn ist ein Verhalten leistungsmotiviert, wenn es auf die Selbstbewertung eigener Tüchtigkeit in Auseinandersetzung mit einem Gütemaßstab zielt (vgl. Rheinberg, F. 2004a, S. 60). Eine genaue Definition liefert Heckhausen, H. (1965, S. 604): „Leistungsmotivation ist das Bestreben, die eigene Tüchtigkeit in all jenen Tätigkeiten zu steigern oder möglichst hoch zu halten, in denen man einen Gütemaßstab für verbindlich hält, und deren Ausführung deshalb gelingen oder mißlingen kann.“ Allgemein lässt sich die Leistungsmotivation bezeichnen als das Motiv, etwas zu leisten, Erfolge zu erzielen und Misserfolge zu vermeiden (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 51).

Die Leistungsmotivation ist auf der einen Seite von der Umwelt (also von der Situation) abhängig, wie z. B. das Bearbeiten einer Klassenarbeit, bei der deutliche Gütemaßstäbe existieren und diese Situation von Schulkindern als Leistungssituation empfunden wird (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 23). Auf der anderen Seite hängt die Leistungsmotivation von der Person ab: jedes Individuum entwickelt ein Leistungsmotiv, da alle Menschen eine entsprechende Leistung erbringen möchten, jedoch unterscheidet sich bei Personen die Stärke des Leistungsmotivs in verschiedenen Situationen (vgl. ebd., S. 24). Die Personen mit einem hohen Leistungsmotiv nehmen die Gütemaßstäbe stärker wahr, z. B. sehen leistungsmotivierte Schülerinnen und Schüler das Vorlesen einer Geschichte im Deutschunterricht unter dem Aspekt, so wenig Fehler wie möglich zu machen; dahingegen beachten andere Schulkinder weniger die Leistungssituation und mehr die eigene Freude am Vorlesen (vgl. ebd., S. 24).

Die Leistungsmotivation entsteht aus der aktiven Auseinandersetzung mit der Umwelt, wobei ein Kern dieser Motivation aus angeborenen Bedürfnissen, wie der Neugiermotivation, resultiert (vgl. Schlag, B. 2013, S. 97). Während der Grundschulzeit bestehen positive Voraussetzungen, um die Leistungsbereitschaft der Kinder zu fördern (vgl. ebd., S. 99). Zu diesen Voraussetzungen zählen die Neugier, die Aktivität und der Erfahrungsdrang, wodurch eine sinnstiftende Verbindung von Wissen, Motivation und Handlungsfertigkeiten entstehen kann (vgl. ebd., S. 99).

An dieser Stelle wird der Unterschied zu den zwei vorstehenden Bedürfnistheorien aus Abschnitt 3.3 deutlich: Die Bedürfnistheorien sind ein Persönlichkeitsmerkmal, wohingegen die Leistungsmotivation zum einen auch ein Persönlichkeitsmerkmal darstellt, zum anderen aber ebenso mit der Situation bzw. Umwelt verbunden ist (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 25). Dieses hat zur Folge, dass leistungsmotivierte Handlungen erst ausgeführt werden, wenn eine motivpassende Situation zugrunde liegt (vgl. Rheinberg, F. 2004a, S. 70).

Wann eine motivpassende Situation in Bezug auf die Auswahl von Aufgaben im Schulunterricht vorherrscht, lässt sich anhand des Risikowahl-Modells von Atkinson zeigen (vgl. Atkinson, J. W. 1957, S. 365).

Risikowahl-Modell von Atkinson

Atkinson stellt die Wahrscheinlichkeit (Erfolgserwartung) und den Anreiz des Erfolgs in den Mittelpunkt und geht davon aus, dass Personen überwiegend mittelschwere Aufgaben auswählen (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 25). Der Grund hierfür liegt nach Atkinson darin, dass sehr leichte Aufgaben zwar eine hohe Erfolgserwartung haben, jedoch einen geringen Anreiz mit sich bringen (vgl. ebd., S. 25). Je niedriger die Erfolgswahrscheinlichkeit ist, desto höher ist der Anreiz und umgekehrt (vgl. ebd., S. 25). Dieses Phänomen zeigt die folgende Abbildung 3.4.

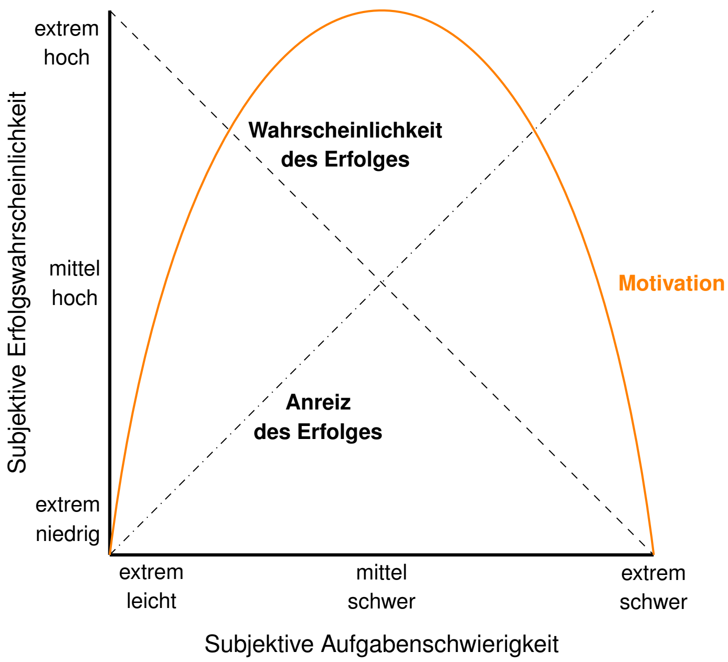


Abbildung 3.4. Risikowahl-Modell nach Atkinson (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 25)

Schaut man sich die Motivationskurve beim Risikowahl-Modell genauer an, so entsteht die höchste Leistungsmotivation bei einer Aufgabe, die nicht zu leicht und nicht zu schwer ist. Daraus ergibt sich die Gleichung (vgl. ebd., S. 26):

$$\textit{Leistungsmotivation} = \textit{Wahrscheinlichkeit des Erfolgs (Erwartung)} \times \textit{Anreiz des Erfolgs (Wert)}$$

Anhand der Gleichung lässt sich erkennen, dass die Erwartung oder nur der Wert allein nicht genügen, um ein bestimmtes Verhalten zu aktivieren. Nimmt beispielsweise eine dieser Variablen den Wert Null an, so wird auch die Leistungsmotivation gleich null sein.

Im Hinblick auf die Schule sollten Aufgaben bereitgestellt werden, die ungefähr den höchsten Punkt der Leistungsmotivation ansprechen. Jedoch ist dies aufgrund der unterschiedlichen Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern kaum möglich. Hier sei auf die Differenzierung hingewiesen, wodurch das Lernangebot an die Voraussetzungen aller Schülerinnen und Schüler angepasst wird (vgl. Paradies, L. und Linser, H. J. 2009, S. 261). Jede/Jeder kann für sich die Aufgaben auswählen, die für sie/ihn am ansprechendsten sind (vgl. ebd., S. 261). Somit kann daher die höchste Leistungsmotivation erwartet werden.

Das dargestellte Risikowahl-Modell sagt in Bezug auf die Aufgabenauswahl von Schülerinnen und Schülern aus, dass diese sich automatisch die geeigneten (mittelschweren) Aufgaben aussuchen müssten. Weitere Forschungen ergaben jedoch, dass dieses eher nicht der Fall ist, sondern die Auswahl ebenso von weiteren Faktoren abhängt (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 27). In diesem Zusammenhang unterscheidet man zwei Formen der Erfolgszuversicht, die im Folgenden näher erläutert werden.

Hoffnung auf Erfolg und Furcht vor Misserfolg

Innerhalb des Leistungsmotivs unterscheidet man zwischen den zwei Formen *Hoffnung auf Erfolg* (z. B. wenn ein Schüler lernt, weil er hofft, die Versetzung zu schaffen) und *Furcht vor Misserfolg* (z. B. wenn ein Schüler lernt, um die Nichtversetzung zu vermeiden) und es folgt, dass aus der Summe beider die Leistungsmotivation resultiert (vgl. ebd., S. 27). Bei niedrig leistungsmotivierten Personen steigert Erfolg die Leistung und Misserfolg hemmt ihre Leistungsbemühungen (vgl. Weiner, B. 1976, S. 80). Bei Personen, die hoch leistungsmotiviert sind, dämpft Erfolg die Leistung und steigert Misserfolg die Leistungsbemühungen (vgl. ebd., S. 80). Nach dieser Theorie sind Personen motiviert zu handeln, wenn sie erwarten, dass ihre Handlungen zu einem erwünschten Erfolg führen oder ihre Handlungen einen unerwünschten Misserfolg vermeiden (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 52). Dabei werden die Gründe für Erfolge oder Misserfolge unterschiedlichen Ursachen zugeschrieben, diesen Prozess nennt man die *Kausalattribution* (vgl. ebd., S. 53).

Kausalattribution (Ursachenzuschreibung)

Eine formale Einteilung für die Möglichkeiten der Ursachenzuschreibung geht auf Rotter, J. B. (1966), Heider, F. (1958), Rosenbaum, R. M. (1972) und Weiner, B. (1994) zurück.

Bei Rotter, J. B. (1966, S. 9 ff.) findet sich das eindimensionale Klassifikationsschema der Lokation für die wahrgenommenen Ursachen, bei dem sich die Ursachen des Erfolgs oder Misserfolgs entweder innerhalb (internal) oder außerhalb (external) der Person befinden. Beispiele für internale Ursachen sind Anstrengung, Stimmung, Müdigkeit oder Fähigkeit. Beispiele für externale Ursachen (in der Umwelt lokalisierte Ursachen) sind Zufall oder Aufgabenschwierigkeit (vgl. Weiner, B. 1994, S. 270).

Neben der Lokationsdimension unterscheidet Heider, F. (1958, S. 79 ff.) zwischen relativ dauerhaften Ursachenfaktoren (stabil / invariant) und fluktuierenden Faktoren (instabil / variabel). Die obigen Beispiele lassen sich demnach weiter klassifizieren: Fähigkeit und Aufgabenschwierigkeit gelten als stabil, Anstrengung, Stimmung, Müdigkeit und Zufall als eher variabel (vgl. Weiner, B. 1994, S. 270).

Die dritte Dimension der Intentionalität (Kontrollierbarkeit) geht auf Rosenbaum, R. M. (1972) zurück, der Ursachenfaktoren wie Anstrengung als kontrollierbar und Aufgabenschwierigkeit als unkontrollierbar auffasst. Die Abbildung 3.5 zeigt das dreidimensionale Klassifikationsschema der wahrgenommenen Ursachen von Erfolg und Misserfolg schematisch zusammengefasst (vgl. Weiner, B. 1994, S. 271).

	internal		external	
	stabil	variabel	stabil	variabel
kontrollierbar	Wissen	Anstrengung	Lernumgebung	Aufgabenwahl
nicht kontrollierbar	Begabung	Krankheit	Schwierigkeit des Faches	Zufall

Abbildung 3.5. Dreidimensionale Taxonomie der wahrgenommenen Ursachen von Erfolg und Misserfolg nach Rosenbaum, R. M. (1972, S. 21) (vgl. Weiner, B. 1994, S. 271)

Nach diesen drei Attributionstheoretikern wird das menschliche Verhalten dadurch mitbestimmt, auf welche Ursachen Individuen ihre Handlungsergebnisse zurückführen (vgl. ebd., S. 274). Demzufolge lässt sich die Attributionstheorie zur Erläuterung und Deutung von motiviertem Verhalten heranziehen (vgl. ebd., S. 274) – auch im Bereich der Schule (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006).

Bei Schülerinnen und Schülern gibt es individuelle Unterschiede, wie Erfolge und Misserfolge attribuiert werden (vgl. ebd., S. 53). Auf der einen Seite spricht man von *leistungsstarken und erfolgszuversichtlichen* Schülerinnen und Schülern (vgl. ebd., S. 53). Erfolge erklären sie mit ihrer Fähigkeit („Ich bin mathebegabt.") und somit internal stabil unkontrollierbar; dahingegen werden Misserfolge internal variabel unkontrollierbar („Ich konnte mich nicht gut konzentrieren.") oder external variabel unkontrollierbar („Ich hatte Pech.") begründet (vgl. ebd., S. 53). Hier zeigt sich, dass Erfolge der eigenen Person und Misserfolge variablen Ursachen zugeschrieben werden, sodass das Selbstbild keine Beeinträchtigungen erfährt.

Auf der anderen Seite gibt es die *leistungsschwachen und misserfolgsängstlichen* Schülerinnen und Schüler (vgl. ebd., S. 55). Die Attribution verhält sich genau spiegelbildlich, indem Erfolge external variabel unkontrollierbar („Ich hatte Glück.") oder external stabil unkontrollierbar („Die Aufgaben waren zu leicht.") erklärt werden (vgl. ebd., S. 55). Misserfolge werden auf internal stabile unkontrollierbare Ursachen zurückgeschrieben („Ich kann Mathe nicht.") (vgl. ebd., S. 55). Misserfolgsängstliche Schülerinnen und Schüler begründen Erfolge external, sodass diese nicht als Erfolge akzeptiert werden, und Misserfolge werden der eigenen Person zugeschrieben, wodurch das Selbstbild beeinträchtigt wird und nicht ins Positive rückt. Diese Ausführungen zeigt die Übersicht 3.6 von Rheinberg, F. (2004a, S. 86).

		Motivausprägung	
Komponenten		erfolgszuversichtlich	misserfolgsmeidend
1) Zielsetzung/Anspruchsniveau		realistisch, mittelschwere Aufgaben	unrealistisch, Aufgaben zu schwer oder zu leicht
2) Ursachenzuschreibung	Erfolg	Anstrengung, gute eigene Tüchtigkeit	Glück, leichte Aufgaben
	Misserfolg	mangelnde Anstrengung/ Pech	Glück, mangelnde eigene Fähigkeit/Begabung
3) Selbstbewertung		Erfolgs-/Misserfolgsbilanz positiv	Erfolgs-/Misserfolgsbilanz negativ

Abbildung 3.6. Das Selbstbewertungsmodell der Leistungsmotivation nach Rheinberg, F. (2004a, S. 86)

Bezogen auf Kinder im Grundschulalter hat sich herausgestellt, dass diese meist eher erfolgszuversichtlich als misserfolgsängstlich sind (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 90).

3.5 Lernmotivation

„In vielen Schulen herrscht eine paradoxe Situation: Die Schüler klagen über den uninteressanten Unterricht, und die Lehrer klagen darüber, daß sich die Schüler nicht interessieren. Jeder sucht den Fehler beim anderen. In Wirklichkeit handelt es sich um einen einzigen Tatbestand: um fehlende Lernmotivation.

(Aebli, H. 1997, S. 135)

Was treibt Schülerinnen und Schüler an, etwas Neues zu lernen? Dies ist eine zentrale Frage von Schule und Unterricht und ebenso die Frage nach der Lernmotivation (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 32). Lernmotivation bezeichnet Prozesse und Strukturen, die das Zustandekommen und die Effekte des Lernens erklären (vgl. Krapp, A. 1993, S. 188). Im Folgenden wird das *Erweiterte kognitive Motivationsmodell* nach Rheinberg, F. (1989) betrachtet, um die wichtigen Voraussetzungen und Elemente von Lernmotivation darzustellen (Abbildung 3.7).

Die zentralen Bestandteile des Modells finden sich auf der zweiten Ebene: Die Person befindet sich anfänglich in einer bestimmten Situation, in dieser Situation führt eine bestimmte Handlung ein bestimmtes

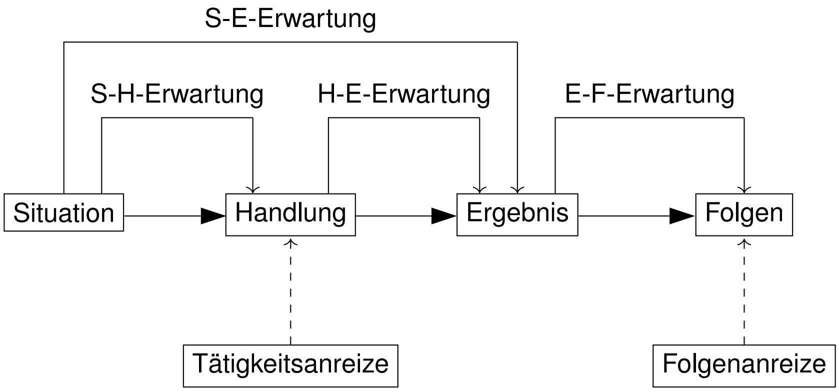


Abbildung 3.7. Erweitertes kognitives Motivationsmodell nach Rheinberg und Heckhausen (vgl. Heckhausen, J. und Heckhausen, H. 2010, S. 375)

Ergebnis herbei und dieses Ergebnis zieht bestimmte Folgen nach sich. Für die aktuelle Lernmotivation sind die Erwartungen relevant, mit denen die Person diese einzelnen Bestandteile verknüpft. Dabei wird zwischen vier Erwartungstypen ((1)-(4)) und zwei Anreizen ((5)-(6)) unterschieden. Sofern der Lernende lernmotiviert ist, stellt er sich die im Folgenden kursiv dargestellten Fragen:

(1) Situations-Ergebnis-Erwartung (S $\rightarrow$ E): *„Mit welchem Ergebnis ist zu rechnen, wenn ich nicht handle?“* (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 223).
Inwieweit ist ein Ergebnis durch die Situation bereits vorgegeben? Ist die Situations-Ergebnis-Erwartung hoch (d. h., das Ergebnis ist durch die Situation festgelegt), dann wäre die Lernmotivation gering und die Stärke der Handlungstendenz sinkt; ist die Situations-Ergebnis-Erwartung niedrig (d. h., das Ergebnis ist noch nicht durch die Situation festgelegt), dann kann Lernmotivation für die Handlung entstehen. (Vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 34)

(2) Handlungs-Ergebnis-Erwartung (H $\rightarrow$ E): *„Inwieweit kann ich das Ergebnis durch eigenes Handeln hinreichend beeinflussen?“* (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 223).
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis durch bestimmtes Handeln beeinflusst werden kann? Ist die Wahrscheinlichkeit hoch, steigt in der Person die Motivation dementsprechend zu handeln. Diese Erwartung verhält sich somit genau umgekehrt zur Situations-Ergebnis-Erwartung (S $\rightarrow$ E). (Vgl. Heckhausen, J. und Heckhausen, H. 2010, S. 374)

(3) Ergebnis-Folge-Erwartung (E $\rightarrow$ F): *„Inwieweit kann ich damit rechnen, dass ein bestimmtes Ergebnis die erwünschten Folgen nach sich zieht?“* (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 223).
Inwieweit zieht ein bestimmtes Ergebnis bestimmte Folgen nach sich? Die Person bewertet die erwarteten Folgen und sie handelt nur, wenn die Folge gewünscht wird. (Vgl. ebd., S. 223)

(4) Situations-Handlungs-Erwartung (S $\rightarrow$ H): *„Wie leicht fällt es mir, in dieser Situation die notwendige Handlung auszuführen?“* (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 223).
Erwartet die handelnde Person, dass die durchzuführenden Tätigkeiten angenehm oder unangenehm sein werden? (Vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 34)

(5) Folgenanreize: Wie hoch ist der Anreiz einer Folge aus Sicht der Person? Je höher der Anreiz der Folge ist, desto mehr beeinflusst diese Folge die Attraktivität eines Ergebnisses und die Person handelt. (Vgl. Heckhausen, J. und Heckhausen, H. 2010, S. 374)

(6) Tätigkeitsanreize: Haben die Handlungen als Tätigkeit einen Anreiz (unabhängig davon, welche Ergebnisfolgen auftreten)? Die Durchführung der Tätigkeit stellt dabei den Anreiz dar. (Vgl. ebd., S. 375)

Die unterschiedlichen Erwartungen bringen unterschiedliche Handlungen mit sich. Wann Schülerinnen und Schüler in welcher Situation handeln, zeigt das folgende Schaubild (Abbildung 3.8).

Verspricht die Handlung von sich aus schon Spaß? $\xrightarrow{\text{nein}}$ Tätigkeitsanreizdefizit

$\downarrow$ ja

Erzeugt die Handlung ein Ergebnis? $\xrightarrow{\text{nein}}$ Vollständiges Motivationsdefizit

$\downarrow$ ja

Sind die Folgen des Ergebnisses wichtig genug? $\xrightarrow{\text{nein}}$ Folgenanreizdefizit

$\downarrow$ ja

Kann das Ergebnis durch eigenes Handeln hinreichend beeinflusst werden? $\xrightarrow{\text{nein}}$ Wirksamkeitsdefizit

$\downarrow$ ja

Zieht das Ergebnis auch die gewünschten Folgen nach sich? $\xrightarrow{\text{nein}}$ SuS handeln nicht.

$\downarrow$ ja

SuS handeln.

Abbildung 3.8. Handlungsmodell in Anlehnung an Rheinberg, F. (2004b, S. 24)

Das Motivationsmodell nach Rheinberg ermöglicht es, verschiedene Formen von Lernmotivationsdefiziten zu unterscheiden (vgl. ebd., S. 375). Die Defizite können auf einen oder mehrere Erwartungstyp zurückgeführt oder durch fehlende Anreize verursacht werden (vgl. ebd., S. 375).

Diese Überlegungen zur Lernmotivation von Rheinberg haben große Bedeutung für die heutige Unterrichtspraxis und geben sinnvolle Hinweise zur Unterrichtsgestaltung (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 35). Eine Konsequenz, die Lehrpersonen aus diesem Modell ziehen können, um den Unterricht motivierend für Schülerinnen und Schüler zu gestalten, ist: Wenn es Lehrpersonen gelingt, dass der Unterricht den Schülerinnen und Schülern Spaß macht und somit positive Vollzugsanreize vorhanden sind, dann ist das Lernen am befriedigendsten und gelingt am besten (vgl. ebd., S. 36). Daher sollte die Lernumgebung so gestaltet sein und Aufgaben sollten so gewählt werden, dass Lernen anhand interessanter Inhalte geschieht und Schülerinnen und Schüler angenehme Tätigkeiten damit verknüpfen (vgl. ebd., S. 36).

Noch mehr Gewicht entfällt jedoch auf die Art von Motivation, die aus der Tätigkeit (Tätigkeitsanreiz) oder der Sache selbst entsteht (vgl. ebd., S. 36). Diese wird im nächsten Abschnitt ausführlich erläutert.

3.6 Intrinsische und extrinsische (Lern-)Motivation

„Lehrer sind nicht nur Vermittler von Fachwissen; sie sind zugleich professionelle ‚Motivierer'."

(Schlag, B. 2013, S. 137)

Der Begriff *intrinsische Motivation* wird in den verschiedenen psychologischen Forschungstraditionen häufig unterschiedlich verwendet (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 36). Ganz allgemein zusammengefasst bezeichnet man ein Verhalten dann als *intrinsisch motiviert*, wenn eine Person ihre (Lern-)Handlungen um der Sache selbst willen durchführt, oder anders formuliert, wenn die Person aus eigenem Antrieb handelt (vgl. Rheinberg, F. 2004a, S. 150). Im Gegensatz dazu wird ein Verhalten als *extrinsisch motiviert* bezeichnet, wenn (Lern-)Handlungen aufgrund äußerer Anreize stattfinden, also die Person von außen gesteuert erscheint (vgl. ebd., S. 150).

Die intrinsische und extrinsische Motivation lassen sich demnach wie in Abbildung 3.9 darstellen.

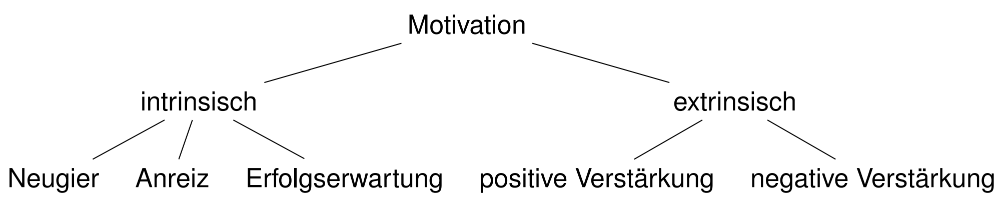


Abbildung 3.9. Intrinsische und extrinsische Motivation (vgl. Edelmann, W. 2000, S. 258)

In Bezug auf die Schulwirklichkeit lassen sich zwei Formen intrinsischer (Lern-)Motivation unterscheiden: es gibt (Lern-)Handlungen, bei denen die Thematik im Vordergrund steht (z. B. das Lesen von Astronomiebüchern) und (Lern-)Handlungen, bei denen die Motivierung aus der Tätigkeit entsteht (z. B. das Lesen, weil es Spaß macht und dabei egal ist, was gelesen wird) (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 37).

Weiterhin schließen sich drei Bestimmungsmerkmale an, die Menschen als intrinsisch ausgerichtet erkennen lassen:

- sie lernen bevorzugt aus Neugier (Abbildung 3.9 *Neugier*),
- sie bearbeiten lieber anspruchsvolle als banale Aufgaben (Abbildung 3.9 *Anreiz*) und
- sie bemühen sich unabhängig vom Vergleich mit anderen, ihre Kompetenzen zu erweitern und die anstehenden Aufgaben zu bewältigen (Abbildung 3.9 *Erfolgserwartung*)

(vgl. Schiefele, U. und Schreyer, I. 1994, S. 4).

Diese Merkmale sind aber nicht die einzigen, die als Bedingung für das Entstehen intrinsischer Motivation genannt werden. Ebenso gilt als günstig, wenn ein Unterrichtsinhalt überraschend oder neu ist (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 41).

Bei der extrinsischen (Lern-)Motivation wird eine bestimmte (Lern-)Handlung ausgeführt, um ein lohnendes Ziel zu erreichen (z. B. ein Lob der Lehrperson, siehe Abbildung 3.9 *positive Verstärkung*) oder eine negative Folge zu vermeiden (z. B. eine Ermahnung oder Strafe der Lehrperson, siehe Abbildung 3.9 *negative Verstärkung*) (vgl. ebd., S. 61). Innerhalb der Schule sollte allerdings die positive Verstärkung im Vordergrund stehen (vgl. Edelmann, W. 2000, S. 261). Durch Zwang (negative Verstärkung) wird in der Regel auch Angst hervorgerufen, sodass die Furcht vor Misserfolg bei Schülerinnen und Schülern erhöht wird (vgl. ebd., S. 261).

Eine besondere Form der intrinsischen Motivation wird im nächsten Abschnitt nur kurz dargelegt, um einen anknüpfenden Aspekt aufzuzeigen, der jedoch innerhalb dieser Studie nicht weiter untersucht wird.

3.7 Flow-Erleben

„[...] ‚Flow', dem positiven emotionalen Erleben, wenn man in der Bearbeitung einer Aufgabe völlig aufgeht."

(Frenzel, A. C., Götz, T. und Pekrun, R. 2015, S. 218)

Csíkszentmihályi entwickelte die sogenannte Flow-Theorie, bei der intrinsisch motivierte Personen bei ihrer Tätigkeit ein charakteristisches Erleben zeigen, welches er als Flow bezeichnet (vgl. Schiefele, U.

und Schaffner, E. 2015, S. 158). Dieses Erleben bezieht sich auf ein vollkommenes Aufgehen in der eigenen Tätigkeit, wobei das eigene Selbst der Person ganz in Vergessenheit gerät (vgl. ebd., S. 158).

Das Flow-Erleben besteht aus den vier Hauptmerkmalen

1. tiefes Involviertsein in einer Handlung,
2. Verschmelzung von Bewusstsein und Handlung,
3. Gefühl starker Kontrolle und
4. verzerrter Zeitwahrnehmung

(vgl. Brandstätter, V. u. a. 2013, S. 97).

Flow kann jedoch nur dann erlebt werden, wenn die handelnde Person weder Über- noch Unterforderung verspürt (vgl. Schiefele, U. und Schaffner, E. 2015, S. 158). Die Fähigkeiten der Person müssen genau angepasst gefordert werden (vgl. ebd., S. 159).

Aus diesen Aspekten resultieren die Bedingungen für ein Flow-Erleben. Zum einen muss das Individuum eine Passung zwischen den Anforderungen der Aufgaben und den eigenen Fähigkeiten wahrnehmen können (vgl. Brandstätter, V. u. a. 2013, S. 97 f.). Kommt es zu einer Übersteigerung der eigenen Fähigkeiten durch höhere Anforderungen einer Aufgabe, so resultiert daraus ein Gefühl der Angst; übersteigen hingegen die eigenen Fähigkeiten die Anforderungen, so kommt es zur Langeweile (vgl. ebd., S. 98). Zum anderen ist eine klare Zielsetzung nötig, um die eigene Handlung zu strukturieren und auszurichten (vgl. ebd., S. 98). Als dritte und letzte Bedingung wird ein Feedback zur Ausführung der eigenen Handlung genannt (vgl. ebd., S. 98). Dabei spielt es keine Rolle, ob dieses Feedback von außerhalb erfolgt oder aus der Handlung selbst resultiert (vgl. ebd., S. 98).

Das Flow-Erleben geht mit einem hohen Selbstwertgefühl einher und sagt unter anderem die motivationale Variable *Lernmotivation* vorher (vgl. ebd., S. 99). Befindet sich ein Individuum in einem Flow-Zustand, so sind hohe bis Spitzenleistungen im akademischen Lernkontext möglich (vgl. ebd., S. 99).

3.8 Zielorientierungstheorie

„Die Theorie der Zielorientierung ist als Weiterentwicklung der Leistungsmotivationsforschung zu verstehen.“
(Schiefele, U. und Schaffner, E. 2015, S. 160)

Aus der Leistungsmotivationsforschung und den Grundideen Rheinbergs ist in der pädagogischen Psychologie das Konstrukt *Zielorientierung* entstanden. Die Zielorientierungstheorie ist eine Erweiterung zu der bisher genannten Attributionstheorie und wird genutzt, um das Lern- und Leistungsverhalten im schulischen Kontext erklären zu können (vgl. Mietzel, G. 2007, S. 374).

In diesem Zusammenhang sind die Arbeiten von Nicholls, J. G. (1984) und Dweck, C. S. (1986) von besonderer Bedeutung. In beiden Arbeiten werden zwei Arten von Zielen unterschieden:

Nicholls, J. G. (1984) spricht von der Aufgaben- und Ich-Orientierung. Bei der Aufgaben-Orientierung streben Personen danach, die eigenen Fähigkeit dadurch zu zeigen, dass sie Aufgaben bzw. Probleme bewältigen können (vgl. Schiefele, U. und Schaffner, E. 2015, S. 161). Im Gegensatz dazu streben Ich-orientierte Personen danach, die eigenen überlegenen Fähigkeiten im Vergleich mit anderen Individuen zu zeigen (vgl. ebd., S. 161).

Dweck, C. S. (1986) unterscheidet zwischen Lern- und Leistungszielen. Verfolgt eine Person Lernziele, so strebt sie danach, die eigene Kompetenz zu erweitern (vgl. Schiefele, U. und Schaffner, E. 2015, S. 161). Bei der Verfolgung von Leistungszielen werden positive Bewertungen der eigenen Kompetenz angestrebt und negative Bewertungen vermieden (vgl. ebd., S. 161).

Beide Arbeiten ähneln sich in dem Punkt, dass die Aufgabenorientierung den Lernzielen entspricht (vgl. ebd., S. 161). Die Ich-Orientierung und die Leistungsziele unterscheiden sich darin, dass bei der Ich-Orientierung bzgl. der Bewertung der eigenen Kompetenz der soziale Vergleich im Vordergrund steht (vgl. ebd., S. 161). Bei den Leistungszielen werden unterschiedliche Kriterien (z. B. Lob der Lehrperson, positives Abschneiden im sozialen Vergleich, individueller Kompetenzzuwachs) für die Bewertung der eigenen Kompetenz herangezogen (vgl. ebd., S. 161).

Die Ansätze von Nicholls, J. G. (1984) und Dweck, C. S. (1986) wurden von Elliot, A. J. und McGregor, H. A. (2001) in einem Modell vereint. Das 2 x 2 Modell von Elliot, A. J. und McGregor, H. A. (ebd.) beschreibt die Zielorientierung anhand der zwei Dimensionen Valenz (Annäherungs- und Vermeidungskomponente) und Kompetenz (Vergleichsmaßstab intern und extern). Aus der Kombination dieser beiden Dimensionen ergeben sich die folgenden vier Zielorientierungen (vgl. ebd., S. 502):

- Annäherungs-Lernziele
- Vermeidungs-Lernziele
- Annäherungs-Leistungsziele
- Vermeidungs-Leistungsziele

Die Annäherungskomponente steht für das Erhalten von positiven Ereignissen. Unter der Vermeidungskomponente hingegen wird das Vermeiden von negativen Ereignissen verstanden. Demnach lassen sich die vier Zielorientierungen wie folgt beschreiben (vgl. Brandstätter, V. u. a. 2013, S. 85):

- Annäherungs-Lernziele: Bestreben nach intrapersonellen Standards; eigene Kompetenzen erweitern („Ich will so viel wie möglich lernen.")

- Vermeidungs-Lernziele: Gelerntes nicht vergessen („Ich will vermeiden, so viel wie möglich zu vergessen.“)
- Annäherungs-Leistungsziele: Erreichen von interpersonellen Standards; besser als andere zu sein („Ich will besser sein als die Anderen.“)
- Vermeidungs-Leistungsziele: Misserfolg vermeiden; im Vergleich zu anderen nicht schlecht abschneiden („Ich will vermeiden, schlechter abzuschneiden als die Anderen.“)

Diese vier Zielorientierungen unterscheiden sich hinsichtlich der genannten Formulierungen nur geringfügig, dennoch sind sie für die Emotion, Kognition und das Verhalten entscheidend (vgl. ebd., S. 84). Die Annäherungskomponente verfolgen Personen, die sich den positiven Ausgängen von Ereignissen widmen, dadurch ihr Ziel vorantreiben können und sich als kompetent erleben (vgl. ebd., S. 84). Bei Personen, die den Fokus auf die Vermeidungskomponente legen, wird ein Angstgefühl ausgelöst und sie können sich nicht als kompetent erleben (vgl. ebd., S. 84). Zusammenfassend lässt sich in Bezug auf die Ursachenzuschreibung für die Motivation festhalten, dass eine hohe Ausprägung von *Hoffnung auf Erfolg* leistungsbezogene Annäherungsziele zur Folge hat und *Furcht vor Misserfolg* zur Generierung leistungsbezogener Vermeidungsziele führt (vgl. ebd., S. 89).

Die Ziele, die in Lern- und Leistungssituationen auftreten können, wurden zusätzlich von Nicholls, J. G. (1984) um den Bereich der Arbeitsvermeidung ergänzt. Bei der Arbeitsvermeidung rückt das Erreichen eines Ziels in den Hintergrund und die Vermeidung oder zumindest eine Verringerung von Arbeit in den Vordergrund.

3.9 Motivationsdiagnostik

> *„[...] so geht es bei der Motivationsdiagnostik also um die regelgeleitete Feststellung inter- und intraindividueller Unterschiede in der aktivierenden Zielausrichtung von Lebensvollzügen.“*
>
> (Rheinberg, F. 2004b, S. 17)

Bei der Motivationsdiagnostik werden Informationen gewonnen, die jedoch nicht eins zu eins mit dem zur gleichen Zeit beobachtbaren Verhalten übereinstimmen (vgl. ebd., S. 19). Die zu erfassenden Personenmerkmale (Motive) liegen als Richtungs- und Antriebsgrößen dem Verhalten zugrunde, drücken sich aber nicht unmittelbar in eindeutigen Verhaltensweisen aus – an dieser Stelle wird die Schwierigkeit der Erfassung von Motivation deutlich (Abbildung 3.1).

Dennoch gibt es ein Instrument, um die genannten Lern- und Leistungsziele zu messen. Die *Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation* (SELLMO, Spinath, B. u. a. (2012)) bilden auf den Skalen

Lernziele, Vermeidungs-Leistungsziele, Annäherungs-Leistungsziele und Arbeitsvermeidung die motivationale Orientierung ab, wie sie bereits in den Unterabschnitten 3.6 und 3.8 beschrieben wurde. Die Lernziele ähneln dabei der intrinsischen und die Leistungsziele der extrinsischen Motivation. Nähere Erläuterungen zum Aufbau und Inhalt der Skalen folgen im Abschnitt 10.2.

3.10 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Motivation kann zusammengefasst werden als Beweggründe, die das Handeln eines Individuums bestimmen. Dabei werden dem Individuum bestimmte Motive angeboten, die eine Verstärkung oder Schwächung der Motivation fördern können. Gründe für nicht ausreichend motivierte Schülerinnen und Schüler können sein, dass ihnen zum einen die Beziehung zum Lernstoff fehlt, zum anderen das Bedürfnis, sich den Lernstoff anzueignen. Davon sind vor allem diejenigen Kinder betroffen, bei denen sich die Anstrengungen nicht auszahlen und die häufig Misserfolge hinnehmen müssen. Dies hat zur Folge, dass die eigenen Bemühungen eingestellt werden.

Warum Motivation jedoch für den Unterricht wichtig ist, zeigen die folgenden Gründe:

- Entwicklung von Lernfreude: Lernen durch Motivation wirkt stimulierend, sodass der Lernvorgang wie von selbst stattfindet (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 81)
- bessere Lernleistungen bei intrinsisch motiviertem Lernen (vgl. ebd., S. 82)
- motiviertes Lernen führt zur Nutzung anderer Lernstrategien, wodurch die Qualität des Lernens positiv beeinflusst wird (vgl. ebd., S. 82)

Was lässt sich somit gegen einen Mangel an Motivation tun?

Kinder müssen Erfolge verspüren, sodass sie ihre eigene Leistung anerkennen. Vor allem der Mangel an intrinsischer Motivation sollte beseitigt werden. Der Lernstoff muss an die Neugier der Schülerinnen und Schüler anknüpfen, doch eine neugierweckende Beziehung zwischen dem Lerngegenstand und den Schülerinnen und Schülern bleibt häufig aus. Diese Beziehung könnte durch den Themenbereich *Graphentheorie* (siehe Kapitel 2) hervorgerufen werden. Deren mathematische Inhalte liefern vor allem für den Bereich der Lernmotivation motivationsfördernde Aspekte, wie z. B. die Anwendungsfreundlichkeit, die im späteren Verlauf dieser Arbeit an konkreten Unterrichtsinhalten deutlich gemacht werden.

Die Bedürfnistheorie nach Maslow besagt, dass Schülerinnen und Schüler erst motiviert werden können, wenn die unteren drei Stufen (physiologische Bedürfnisse, Sicherheitsbedürfnisse und Bedürfnis nach Zugehörigkeit und Liebe) gestillt sind. Deci und Ryan legen den Fokus auf die psychologischen Bedürfnisse und betonen, dass der Unterricht den Schülerinnen und Schülern das Gefühl von Kompetenz, Selbstbestimmung und sozialer Zugehörigkeit vermitteln sollte. Beide Bedürfnistheorien stützen sich damit auf die Persönlichkeitsmerkmale von Kindern. Für diese Untersuchung bedeuten die Ausführungen, dass Klassen ausgewählt werden sollten, die keine großen sozialen Defizite aufweisen und die physiologischen Bedürfnisse gegeben sind. Ebenso sollten der Unterrichtsinhalt sowie die Sozialformen innerhalb der Unterrichtseinheit dementsprechend angemessen aufbereitet bzw. ausgewählt werden.

Die Lern- und Leistungsmotivation sind hingegen nicht nur Persönlichkeitsmerkmale von Schülerinnen und Schülern, sondern mit der Situation verbunden. Sie entstehen aus der aktiven Auseinandersetzung mit der Umwelt. Für den Unterricht in der Schule resultieren daraus praktische Folgerungen. Den Schülerinnen und Schülern sollten kleine Hilfestellungen zur Steigerung der Motivation gegeben werden. Die Unterrichtsinhalte sollten so gestaltet sein, dass sie an das Niveau der Schülerinnen und Schüler angepasst sind und keine Über- oder Unterforderungen eintreten. Außerdem ist das Festhalten von Teilergebnissen und die Bestätigung von Teilerfolgen wichtig. Ebenso spielt ein echtes Maß an neuem Lernstoff eine wesentliche Rolle und es sollten positive Vollzugsanreize für Schülerinnen und Schüler geschaffen werden.

Um das Lern- und Leistungsverhalten von Schülerinnen und Schülern erklären zu können, dient die sogenannte Ziel-Orientierungstheorie. Anhand von Annäherungs- und Vermeidungszielen können die Lern- und Leistungsmotivation operationalisiert werden. Dafür kommen die Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation innerhalb dieser Studie zum Einsatz.

Da Tätigkeiten häufig mit oder an einem Gegenstand verrichtet werden, kann ein aktueller Vollzugsanreiz nicht nur durch die Tätigkeit, sondern auch durch den Gegenstand (mit)bestimmt sein (vgl. Heckhausen, J. und Heckhausen, H. 2010, S. 367). Liegt der Anreizschwerpunkt eindeutig auf dem Gegenstand, so bezeichnet man diese Form von intrinsischer Motivation als Interesse (vgl. ebd., S. 367). Da das Interesse eine spezifische Form der Motivation ist, werden in dieser Studie auch die Interessenentwicklung und -förderung näher beleuchtet und von der dargestellten Motivationsförderung abgegrenzt.

4 Interessenförderung

„Interessen [...] sind für die Selbstdefinition und Identität der Person relevant. [... .] Der Aufbau von Interessen ist somit eng mit der Identitätsbildung eines Menschen verknüpft.“

(Waldis, M. 2012, S. 22)

In diesem Kapitel wird das Interesse anhand der pädagogischen Interessentheorie erklärt (Abschnitt 4.1). Des Weiteren werden die Grundbedürfnisse zur Bildung von Interessen dargestellt (Abschnitt 4.2). Anhand dieser Darbietungen werden für die Studie Merkmale gewonnen, die das Interesse und die Interessenentwicklung von der intrinsischen Motivation abgrenzen.

4.1 Interesse und die pädagogische Interessentheorie

„Positive Erfahrungen bei vorausgegangenen Person-Gegenstands-Auseinandersetzungen verstärken die Merkmalsausprägungen von Interesse.“

(Upmeier zu Belzen, A. u. a. 2002, S. 292)

Vorlieben, Wertorientierungen und vorherrschende Umweltbezüge – sie äußern sich in den Interessen einer Person (vgl. Krapp, A. und Prenzel, M. 1992, S. 1). Die Interessen sind immer auf bestimmte Gegenstände gerichtet, die sich die Personen für sich selbst konstruieren (vgl. Krapp, A. 1999, S. 397). Diese Gegenstände können konkrete Ding (z. B. Schuhe der Marke Nike), Tätigkeiten (z. B. Lesen) oder auch Themenbereiche (z. B. TV-Serien) sein (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 44).

Zusätzlich zu dem Interessengegenstand werden Interessenmerkmale definiert:

- Das Interesse wird als die Motivation betrachtet, bei der sich eine Person als besonders selbstbestimmt erlebt (vgl. ebd., S. 43). Daher ist ein wesentliches Merkmal von Interesse auch die *Selbstbestimmtheit* oder *Selbstintentionalität* (vgl. ebd., S. 43). Extrinsisch motivierte Handlungen gehören somit nicht zu den Interessen einer Person (vgl. ebd., S. 43).

- Die emotionale Komponente ist ein weiteres Merkmal von Interesse, welches sich beispielsweise durch angenehme Spannungsgefühle oder positive Kompetenzgefühle ausdrückt (vgl. ebd., S. 43). Diese *gefühlsbezogene Valenz* besagt, dass das Interesse mit positiven Gefühlen verbunden ist, sodass die Person Freude an der Auseinandersetzung mit dem Gegenstand verspürt (vgl. Krapp, A. 1999, S. 398).

- Ein drittes Merkmal betrifft die kognitiven Aspekte von Interesse, sodass Personen in ihrem Interessengebiet darüber Bescheid wissen, was sie können und wissen bzw. was sie noch nicht können und nicht wissen (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 44). Diese *wertbezogene Valenz* bezieht sich auf die subjektive Bedeutung, die der Interessengegenstand für die Person hat (vgl. Krapp, A. 1999, S. 399). Der Wertbezug äußert sich darin, dass das Wissen um diesen Gegenstand für die Person ein wichtiges Anliegen ist (vgl. ebd., S. 399). Die Person möchte mehr über diesen Gegenstand erfahren (vgl. ebd., S. 399).

Anhand dieser drei Merkmale wird deutlich, dass, wie die intrinsische Motivation, auch Interesse eine freiwillige Beschäftigung mit einem Gegenstand in den Vordergrund stellt. Damit haben beide Konstrukte eine hohe Ähnlichkeit. Interesse hebt sich jedoch durch das dritte Merkmal *wertbezogene Valenz* von intrinsischer Motivation ab, sodass eine Gleichstellung beider Konstrukte nicht möglich ist. Der Gegenstand erhält beim Interesse eine höhere Bedeutung als bei der intrinsischen Motivation.

Wichtig für die Entwicklung von Interesse ist, dass sich die Person aus eigenem Antrieb (intrinsisch motiviert) mit einem Gegenstand beschäftigt und über ein gegenstandsspezifisches Wissen verfügt (vgl. ebd., S. 397). Die genannten Gegenstands- und Personen-Merkmale stammen aus der pädagogischen Interessentheorie, einer Theorie, die von einer Arbeitsgruppe um Hans Schiefele (Pädagoge und Psychologe) entwickelt wurde (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 43). Schiefele, Krapp und Prenzel sprechen hierbei von der *Person-Gegenstands-Theorie*.

Prenzel, M. (1988) hat eine *Variablenstruktur des Wirkungsmodells* von Interesse aufgestellt und die beschriebenen Merkmale mit dem Gegenstand vereint (Abbildung 4.1). Dieses Modell erklärt, wie durch Interessenhandlungen die Entwicklung von Interesse entsteht (vgl. ebd., S. 165 ff.).

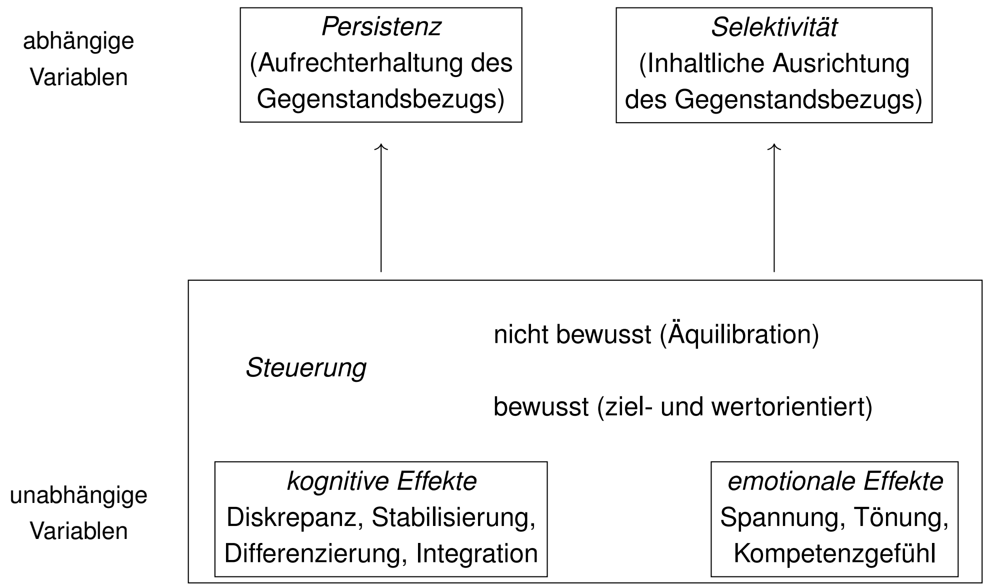


Abbildung 4.1. Die Variablenstruktur des Wirkungsmodells nach Prenzel, M. (1988, S. 165)

Prenzel, M. (ebd.) ist der Ansicht, dass Interesse durch die abhängigen Variablen Persistenz und Selektivität geprägt ist. Die Persistenz entspricht der Dauerhaftigkeit und Häufigkeit, wodurch zum Ausdruck gebracht wird, dass Interesse sich über Zeit und Situation hinaus erstreckt und keine einmalige Angelegenheit ist (vgl. ebd., S. 165 f.). Nur wenn sich eine Person regelmäßig zu verschiedenen Zeitpunkten und Gelegenheiten einem Gegenstand zuwendet, darf man von Interesse sprechen (vgl. Fink, B. 1992, S. 56). Die Selektivität beschreibt die Veränderung inhaltlicher Interessenschwerpunkte aufgrund einer Folge von Auseinandersetzungen (vgl. Prenzel, M. 1988, S. 168 f.). Zusammenfassend sagt das Wirkungsmodell nach Prenzel aus: Wenn eine Person bei einer Handlung positive kognitive und/oder emotionale Effekte verspürt und glaubt, diese Effekte selber steuern zu können, dann wird die dauerhafte Beschäftigung (Persistenz) unterstützt (vgl. ebd., S. 168 f.). Wenn eine Person bei einer Handlung positive kognitive und/oder emotionale Effekte verspürt, die bei vorausgegangenen Gegenstandsauseinandersetzungen erfahren wurden, wird Selektivität unterstützt (vgl. ebd., S. 170).

Ausgehend von dem Wirkungsmodell nach Prenzel, M. (ebd.) unterscheiden auch Krapp, A. und Prenzel, M. (1992) die zwei grundlegenden Konzepte: Interesse ist auf der einen Seite durch ein persönlichkeitsspezifisches Merkmal und auf der anderen Seite durch einmalige, situationsspezifische Zustände geprägt (vgl. ebd., S. 11 f.).

Das erste Konzept wird nach Krapp auch als das individuelle oder persönliche Interesse beschrieben, das zweite Konzept als situationales Interesse oder Interessantheit (vgl. ebd., S. 12). Das individuelle Interesse ist persistent (dauerhaft) und wird als motivationale Disposition interpretiert (vgl. ebd., S. 12). Es beeinflusst das Handeln besonders in Situationen, in denen die Person über seine Zeit frei verfügen kann (vgl. ebd., S. 12). Mit Hilfe von Tests, Fragebögen und Interviews werden individuelle Interessen operationalisiert (vgl. ebd., S. 13).

Das situationale Interesse beschreibt eine aktuelle Motivation am (Lern-)Gegenstand und diese Motivation ist freiwillig und durch subjektive Wertschätzung des Gegenstandes veranlagt (vgl. Hartinger, A. und Fölling-Albers, M. 2002, S. 46). Der Gegenstand verursacht einen Zustand der intensiven Zuwendung seitens der Person (vgl. Krapp, A. und Prenzel, M. 1992, S. 14). Aus diesen situationalen Interessen kann sich ein dauerhaftes individuelles Interesse entwickeln (vgl. ebd., S. 14).

Innerhalb der pädagogischen Interessentheorie gibt es eine große Anzahl an empirischen Studien, die zeigen, dass Interesse zu erfassen ist und ebenso eine pädagogische Bedeutsamkeit mit sich bringt (vgl. Krapp, A. 1989).

4.2 Grundbedürfnisse (*basic needs*) der Interessenentwicklung

„Für das Interesse der Schüler hat die Lehrperson mit ihrer Kompetenz, ihren Interessen bzw. Nicht-Interessen an den Lerninhalten, ihren Einstellungen sowie der Unterrichtsgestaltung mit dem Grad an Unterstützung der ‚basic needs' eine entscheidende positive bzw. negative Bedeutung."

(Upmeier zu Belzen, A. u. a. 2002, S. 293)

Bei der Interessenentwicklung sind für den emotionalen Aspekt drei psychologische Bedürfnisse bedeutsam, die sich eine Person wünscht: Kompetenz, Autonomie und soziale Eingebundenheit. Diese Grundbedürfnisse wurden von Deci, E. L. und Ryan, R. M. (1993) bereits innerhalb der Selbstbestimmungstheorie entwickelt (Abschnitt 3.3) und von Krapp, A. (2005) auf die Interessentheorie wie folgt übertragen.

- Bedürfnis nach Kompetenz: Die Person möchte den Herausforderungen gewachsen sein und sich in der Lage fühlen, die für sie relevanten Ergebnisse zu erzielen. Dabei sollte sie sich weder über- noch unterfordert fühlen. Das Gefühl der Kompetenz wächst automatisch, wenn die Aufgaben und Situationen erfolgreich bewältigt werden.
- Bedürfnis nach Autonomie: Die Person strebt nach Selbstbestimmung und möchte eine Fremdbestimmung vermeiden. Die Person fühlt sich dabei unabhängig von Zwängen und benötigt keine Unterstützung durch andere. Damit ist das Autonomiegefühl mit dem Kompetenzempfinden stark verbunden.
- Bedürfnis nach sozialer Eingebundenheit: Die Person möchte mit anderen ihr wichtigen Personen verbunden sein und von diesen akzeptiert werden. Die Qualität solcher sozialen Beziehungen hat großen Einfluss auf die Motivation einer Person.

Die Entwicklung, Aufrechterhaltung und Veränderung von Interesse hängen zu einem Großteil von der Befriedigung dieser drei Grundbedürfnisse ab (vgl. ebd., S. 636). Erst wenn es dem Individuum gelingt, diese Bedürfnisse zu befriedigen, kann die Tendenz zur Aneignung neuer Fähigkeiten und Kenntnisse zum Tragen kommen (vgl. ebd., S. 636). Andernfalls muss mit einer Stagnation der Persönlichkeitsentwicklung gerechnet werden (vgl. ebd., S. 636).

4.3 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Interesse wird in der pädagogischen Interessentheorie als Form von Lernmotivation angesehen, welche durch Freiwilligkeit, positive Emotionen und Erkenntnisorientierung definiert ist. Demnach geschieht die Beschäftigung mit einem Interessengegenstand ohne äußeren Zwang, wird als angenehm empfunden und regt weitere Lernprozesse an. Interesse ist damit eng mit intrinsischer Motivation verbunden, da auch hier die Beschäftigung freiwillig und ohne äußeren Zwang geschieht. Zugleich hebt sich Interesse durch die Erkenntnisorientierung von intrinsischer Motivation ab und kann deshalb nicht mit ihr gleichgesetzt werden.

Kinder im Grundschulalter können noch nicht differenziert Auskunft über sich geben und somit können die Ansprüche der pädagogischen Interessentheorie (Abschnitt 4.1) nicht vollständig abgedeckt werden (vgl. Fink, B. 1992, S. 53). Kinder sind noch nicht in der Lage, zwischen einem bestehenden Interesse (welches sich in einem Ausmaß an Aktivitäten ausdrückt) und dem Wunsch nach einer intensiveren Auseinandersetzung mit einem Gegenstand (dieser Wunsch konnte aber noch nicht realisiert werden) zu unterscheiden (vgl. ebd., S. 53). Dennoch besteht ein interessenorientierter Person-Gegenstands-Bezug, der folgende Komponenten enthält: konkrete materielle Objekte (Referenzobjekte), Tätigkeiten bzw. Handlungsmöglichkeiten und Themen, die alle zusammen in gewisser Weise die Interessenhandlungen steuern (vgl. ebd., S. 55).

Die individuellen Interessen von Schülerinnen und Schülern entwickeln sich gemäß der *Person-Gegenstands-Theorie* in drei Stufen (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 233).

1. *Situationales Interesse* wird durch externe Reize erzeugt (z.B. durch eigene Erfahrungen oder Beobachtungen), sodass die Aufmerksamkeit für einen bestimmten Zeitraum auf einen Gegenstand gerichtet ist.
2. *Stabilisiertes situationales Interesse* ist durch die hohe Bereitschaft der Kinder, sich wiederholt mit einem Gegenstand zu befassen, gekennzeichnet.
3. *Stabiles persönliches Interesse*, welches zum Kern der Identität eines Kindes zählt, bildet sich nach den ersten beiden Stufen.

Das Grundschulalter stellt mit diesen drei Stufen eine wichtige Lebensphase zum Aufbau von Interessen dar. Da Interessen langfristig aufgebaut werden, nicht kurzfristig veränderbar und im Grundschulalter noch nicht vollständig ausgebildet sind, wird innerhalb dieser Studie auf die Erfassung des Interesses verzichtet.

Für die Herausbildung und Stabilisierung von Interessen ist jedoch wesentlich, dass die Person gegenstandsspezifische Einschätzungen in ihrem Selbstkonzept verankert, da die individuellen Interessen mit der Identitätsentwicklung eng zusammenhängen (vgl. ebd., S. 233). Daher wird im nächsten Abschnitt das Selbstkonzept thematisiert.

5 Selbstkonzeptförderung

„Das Selbstkonzept wird durch Erfahrungen in konkreten Situationen erworben. Im Unterricht sind es im Wesentlichen die Rückmeldungen und der soziale Vergleich mit den Mitschülern, die den individuellen Ausprägungsgrad des Selbstkonzepts eines Kindes beeinflussen."

(Langfeldt, H.-P. 2006, S. 59)

Das Selbstkonzept beeinflusst das Verhalten in Lern- und Leistungssituationen und hat somit Auswirkungen auf den schulischen Erfolg (Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003).

In diesem Kapitel werden zuerst die Konstrukte Selbstkonzept (Abschnitt 5.1) und Fähigkeitsselbstkonzept (Abschnitt 5.2) definiert, bevor im Anschluss daran die Bezugsnormorientierung (Abschnitt 5.3) und die Diagnose des Fähigkeitsselbstkonzepts (Abschnitt 5.4) dargestellt werden.

5.1 Selbstkonzept

„Als Selbstkonzept wird die Summe (oder auch mehrere Teilsummen) der Urteile einer Person über sich selbst bezeichnet."

(Fischer, L. und Wiswede, G. 2009, S. 395)

Als Begründer der Selbstkonzeptforschung wird William James bezeichnet (vgl. Möller, J. und Trautwein, U. 2015, S. 179). Er unterscheidet zwischen dem „I" und dem „Me" (vgl. James, W. 1892). Nach James, W. (ebd.) ist das „I" die handelnde und denkende Person selbst und im „Me" wird die eigene Person zum Objekt der Betrachtung. Das „Me" wird somit von dem „I" betrachtet, es umfasst das Wissen über die eigene Person und entspricht dem heutigen Begriff des Selbstkonzepts.

Das Konstrukt des Selbstkonzepts ist eine Gedächtnisstruktur, welche alle Informationen der eigenen Person enthält (vgl. Wild, E., Hofer, M. und Pekrun, R. 2006, S. 225). Zu diesen Informationen zählen das Wissen über die eigenen körperlichen, sozialen und intellektuellen Kompetenzen sowie die eigenen Emotionen, Vorlieben und das Aussehen (vgl. ebd., S. 225). Dabei entsteht eine Hierarchie mit Wissen über sich selbst, die ausgehend von sehr spezifischen Selbstkonzepten zum allgemeinen Selbstkonzept aufsteigt (vgl. ebd., S. 225). Einschätzung, Beschreibung und Bewertung der eigenen Stärken und Schwächen kommt dabei eine bedeutsame Rolle zu (vgl. Hellmich, F. und Günther, F. 2011, S. 19). Sie werden als wichtige Voraussetzungen angesehen, um im Alltag die bestehenden Herausforderungen bewältigen zu können (vgl. ebd., S. 19). Das folgende hierarchische Selbstkonzeptmodell nach Shavelson, R. J., Hubner, J. J. und Stanton, G. C. (1976, S. 413) zeigt das Selbstkonzept als ein vielfältig differenziertes und organisiertes Modell (Abbildung 5.1).

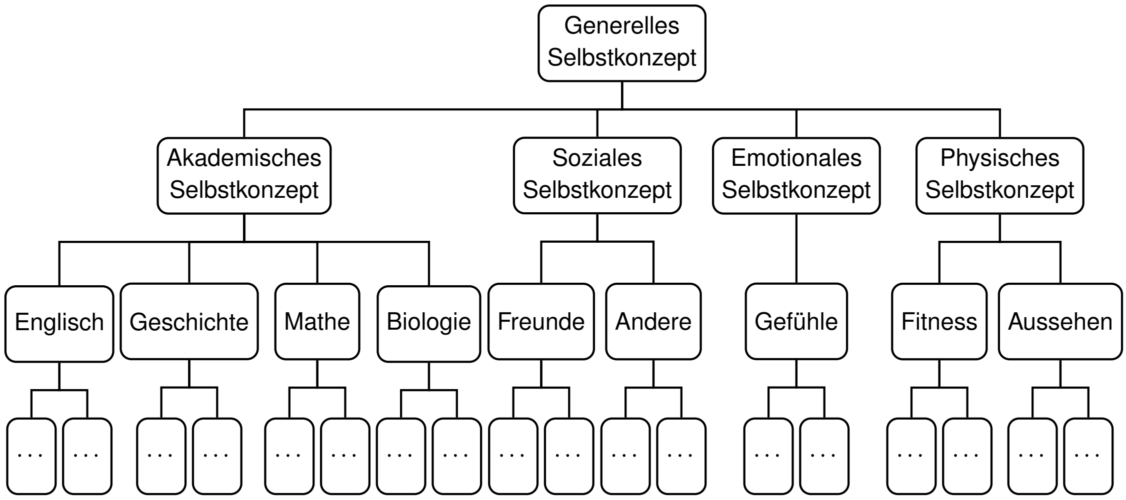


Abbildung 5.1. Ausschnitt aus dem Selbstkonzeptmodell nach Shavelson, R. J., Hubner, J. J. und Stanton, G. C. (1976, S. 413)

Die Wirkungsweise dieses Modells verläuft von unten nach oben. Dabei wird jede Teilinformation zu einer übergeordneten Kategorie hinzugefügt (vgl. Hellmich, F. und Günther, F. 2011, S. 24). Ganz oben steht das generelle Selbstkonzept, welches aus den verschiedenen Teilselbstkonzepten entsteht (vgl. ebd., S. 24). Diese Teilselbstkonzepte lassen sich in das akademische Selbstkonzept (Konzept der eigenen Fähigkeiten und Begabungen; Fähigkeitsselbstkonzept) auf der linken Seite und in die nicht-akademischen Teilselbstkonzepte (soziales, emotionales und körperliches Selbstkonzept) auf der rechten Seite aufgliedern (vgl. ebd., S. 24). Das akademische Selbstkonzept umfasst die einzelnen Unterrichtsfächer, zu den nicht-akademischen Selbstkonzepten zählen der Umgang mit Freunden, Familie und Mitschülern, die Gefühle der Person sowie die körperlichen Fähigkeiten und physischen Erscheinungsbilder (vgl. ebd., S. 24 f.).

Das Shavelson-Modell wurde jedoch revidiert, weil sich nach Marsh, H. W. (1986) die hierarchische Repräsentation des akademischen Selbstkonzepts komplexer gestaltet als vorerst angenommen. Demnach korrelieren das mathematische und verbale Selbstkonzept nur gering bis gar nicht miteinander, sodass diese beiden als zwei voneinander getrennte schulische Selbstkonzepte unterschieden werden müssen (vgl. Möller, J. und Trautwein, U. 2015, S. 184).

Der folgende Abschnitt 5.2 stellt den Kern des erneuerten akademischen Selbstkonzepts dar.

5.2 Fähigkeitsselbstkonzept

„Das schulische Fähigkeitsselbstkonzept kann dementsprechend als die Gesamtheit der Gedanken über die eigenen Fähigkeiten in schulischen Leistungssituationen definiert werden.“

(Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 4)

Das Fähigkeitsselbstkonzept bezieht sich auf die Gesamtheit der Gedanken bezüglich eigener schulbezogener Fähigkeiten (vgl. ebd., S. 4). Damit sind alle Gedanken über die eigenen Fähigkeiten in schulischen Leistungssituationen gemeint (vgl. ebd., S. 4). Ein Beispiel aus diesem Bereich verdeutlicht die Definition (vgl. Langfeldt, H.-P. 2006, S. 55 ff.): Wenn ein Schüler aufgrund seiner täglichen Erfahrungen im Mathematikunterricht und aufgrund der positiven Rückmeldungen der Lehrperson zu dem Schluss kommt, dass er gut in Mathematik sei, kann er dementsprechend ein Selbstkonzept ausbilden. Sollte der Schüler in anderen Fächern vergleichbare Erfahrungen machen, so bildet sich aus diesen spezifischen Fähigkeitsselbstkonzepten der einzelnen Unterrichtsfächer ein allgemeines Selbstkonzept schulischer Fähigkeiten aus. Es lässt sich außerdem festhalten, dass die Kompetenzentwicklung von Kindern durch das Fähigkeitsselbstkonzept beeinflusst wird (vgl. Hellmich, F. und Günther, F. 2011, S. 19).

Ebenso wie das zuvor vorgestellte Selbstkonzept lässt sich auch die Struktur des Fähigkeitsselbstkonzepts als Modell darstellen (Abbildung 5.2).

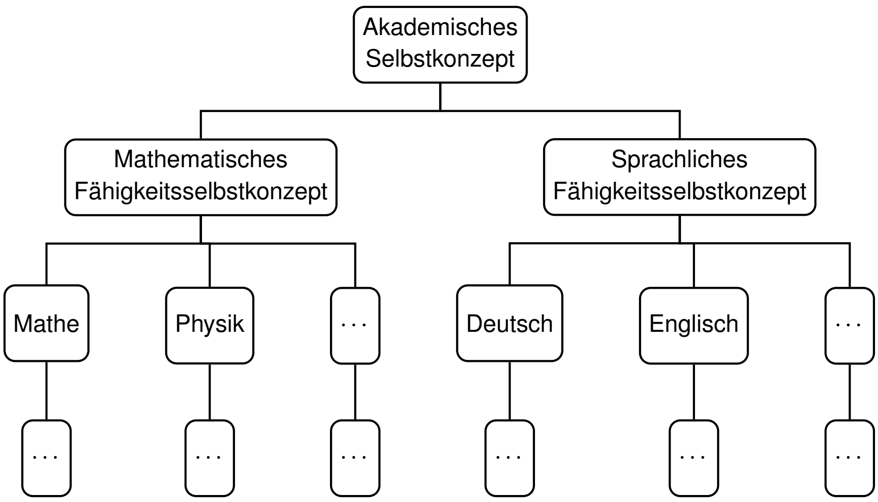


Abbildung 5.2. Hierarchische Struktur des Fähigkeitsselbstkonzepts nach der Revision von Shavelson, R. J., Hubner, J. J. und Stanton, G. C. (1976) (vgl. Schöne, C. und Stiensmeier-Pelster, J. 2011, S. 50)

Es werden die unten stehenden spezifischen Vorstellungen zu globaleren Vorstellungen aufsummiert, sodass insgesamt das schulische Fähigkeitsselbstkonzept entsteht (vgl. Schöne, C. und Stiensmeier-Pelster, J. 2011, S. 49).

Die Höhe des akademische Selbstkonzepts wird durch unterschiedliche Vergleichsprozesse und Bezugsnormen beeinflusst, sodass es sich wiederum in das absolute, soziale, individuelle und kriteriale Fähigkeitsselbstkonzept unterteilen lässt (vgl. Möller, J. und Trautwein, U. 2015, S. 186). Die sogenannte *Bezugsnormorientierung* wird im nächsten Abschnitt erläutert.[2]

5.3 Bezugsnormorientierung

„Lehrer können ihre Schüler in der Entwicklung eines angemessenen, positiven Selbstkonzeptes unterstützen, wenn sie in den Rückmeldungen die Leistungen nicht nur im sozialen Vergleich, sondern verstärkt im Vergleich zu bisher erreichten Ergebnissen interpretieren.“

(Langfeldt, H.-P. 2006, S. 60)

Die Bewertung von schulischen Leistungen jeglicher Art erfolgt durch Vergleichsprozesse mit unterschiedlichen Bezugsnormen. Die Bezugsnormen sind Maßstäbe, an denen die Individuen ihre eigenen Fähigkeiten messen (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 3).

Demnach kann die Einschätzung eigener Fähigkeiten absolut („Ich bin begabt.“) oder in Relation zu einem Referenzrahmen („Ich bin begabter als ... .“) erfolgen (vgl. ebd., S. 5). Als Referenzrahmen werden die folgenden drei Bezugsnormen unterschieden (vgl. ebd., S. 5):

- soziale Bezugsnorm:
  - ermöglicht Aussagen über die eigenen Fähigkeiten im sozialen Vergleich
  - man vergleicht die individuelle Leistung mit der Leistung anderer Personen
- individuelle Bezugsnorm:
  - ermöglicht Aussagen über die eigenen Fähigkeiten im temporalen Vergleich
  - man vergleicht die individuelle aktuelle Leistung mit einer individuellen vergangenen Leistung
- kriteriale Bezugsnorm:
  - ermöglicht Aussagen über die eigenen Fähigkeiten im Vergleich mit einem Kriterium
  - man vergleicht die individuelle Leistung mit einem objektiven Kriterium

Kinder im Grundschulalter (5 bis 8 Jahre) wissen bereits, dass sie von ihrem unmittelbaren Umfeld (Lehrpersonen, Mitschüler, Eltern etc.) beobachtet und bewertet werden (vgl. Hellmich, F. und Günther, F. 2011, S. 27). Die Perspektive Anderer wird für die Kinder selbstleitend wirksam (vgl. ebd., S. 27). Am Ende der Grundschulzeit (9 bis 12 Jahre) nehmen Schülerinnen und Schüler einzelne Selbstrepräsentationen wahr und koordinieren diese (vgl. ebd., S. 27). Außerdem bewerten sie Eigenschaften, die hinter einzelnen

[2] In dieser Arbeit steht das akademische Selbstkonzept im Vordergrund und die Begriffe Selbstkonzept und Fähigkeitsselbstkonzept werden von nun an synonym für das akademische Selbstkonzept verwendet.

Verhaltensweisen stehen (vgl. ebd., S. 27). Dabei rückt insbesondere der soziale Vergleich für die Selbsteinschätzung des eigenen Leistungsverhaltens in den Mittelpunkt (vgl. ebd., S. 27). Zusammen mit den Rückmeldungen der Lehrpersonen erkennen und bewerten Kinder eigene Leistungen (vgl. ebd., S. 27). Diese Fähigkeiten tragen zu einem entscheidenden Fortschritt innerhalb der Selbstbild-Konstruktion bei (vgl. ebd., S. 27).

5.4 Fähigkeitsselbstkonzept-Diagnostik

„[...] Fragebögen zum Selbstkonzept der eigenen Fähigkeit/Begabung versuchen, den zeitüberdauernden Anteil von je aktuellen Erfolgs- und Wirksamkeitserwartungen zu erfassen.“

(Rheinberg, F. 2004b, S. 119)

Das Fähigkeitsselbstkonzept ist ein nicht beobachtbares, hypothetisches Konstrukt, dessen Stärke indirekt aus Fragebögen erschlossen werden muss. Daher ist das Ergebnis der Fähigkeitsselbstkonzepterfassung abhängig vom theoretischen Modell des Selbstkonzepts, welches den Skalen eines Fragebogens zugrunde liegt.

Die Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts (SESSKO; Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (2012)) sind ein für den deutschen Sprachraum normiertes Verfahren zur Erfassung des akademischen Selbstkonzepts (=schulischen Fähigkeitsselbstkonzepts) bei Schulkindern. Das Selbstkonzept erfasst die Selbsteinschätzung eigener schulischer Fähigkeiten. Dabei werden motivationale Komponenten ausgeschlossen.[3] Bei den Items zur Erfassung des Selbstkonzepts werden die vier verschiedenen Bezugsnormen *absolut*, *sozial*, *individuell* und *kriterial* eingesetzt. Sie dienen als Vergleichsperspektive. Nähere Erläuterungen zum Aufbau und Inhalt der Skalen folgen in Abschnitt 10.2.

5.5 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Das Selbstkonzept wird zum einen durch die eigene Reflexion über sich selbst, zum anderen durch soziale Vergleiche beeinflusst. Es ist dadurch ein dynamisches System, welches bei Grundschulkindern noch nicht vollständig entwickelt und deshalb durch unterschiedliche Einflussfaktoren veränderbar ist.

Innerhalb des Selbstkonzepts unterscheidet man zwischen verschiedenen Stufen. In den unteren Stufen werden situationsspezifische Aspekte betrachtet wie *„Ich kann gut Addieren.“* (vgl. Martschinke, S. 2009, S. 436). Weiter oben folgen die bereichsspezifischen Aspekte wie *„Ich bin gut in Mathematik.“* bis hin zur Generalisierung *„Ich bin gut in der Schule.“* (vgl. ebd., S. 436). Vor allem die Vorstellungen auf den unteren Ebenen sind leicht zu verändern, da sie auf direkte Erfahrungen bezogen werden und sich nicht erst aus

[3] Der Ausschluss der motivationalen Komponente ist an dieser Stelle bewusst gewählt, da die Motivation ein eigenes Konstrukt innerhalb dieser Studie bildet, welches anhand separater Items erfasst wird.

weiteren unteren Stufen aufsummieren. Daher werden innerhalb dieser Studie die Veränderungen des Selbstkonzepts auf den unteren Stufen erfasst, nämlich im schulischen Bereich Mathematik.

Weiterhin beeinflusst das Selbstkonzept motivationale Faktoren, die sich auf das Verhalten und letztlich auf die Leistung auswirken: ein hohes Selbstkonzept hat zur Folge, dass eine Person erwartet, bei einer Aufgabe erfolgreich zu sein ($\rightarrow$ Erfolgserwartung, siehe Abschnitt 3.4), und sie zieht zur Klärung von Misserfolgen häufig externale Ursachenfaktoren (z.B. Zufall) heran ($\rightarrow$ Kausalattribution, siehe Abschnitt 3.4) (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 6). Im Gegensatz dazu erwartet eine Person mit niedrigem Fähigkeitsselbstkonzept wenige Erfolge bei ihren Aufgaben und schreibt Misserfolgen internalen Ursachenfaktoren (z.B. geringe Intelligenz) zu (vgl. ebd., S. 6). Außerdem führt ein niedriges Fähigkeitsselbstkonzept in Leistungssituationen dazu, dass häufig Gedanken darüber entstehen, welche negativen Folgen eine schlechte Prüfung bzw. Note haben (vgl. ebd., S. 6). Daraus resultiert wiederum eine schlechtere Leistung innerhalb der Leistungssituation (vgl. ebd., S. 6).

Wie lässt sich somit das Selbstkonzept von Schülerinnen und Schülern fördern?

Die Ausführungen zeigen, dass das Selbstkonzept von Kindern im Unterricht gefördert werden kann, und ein zentrales Merkmal für solch eine Förderung die positive Einstellung im Vergleichsprozess ist. Dafür ist es wesentlich, dass derartige Vergleiche stattfinden. Um das Selbstkonzept von Schülerinnen und Schülern innerhalb der Vergleichsprozesse erklären zu können, dient die sogenannte Bezugsnormorientierung. Anhand von den Bezugsnormen absolut, sozial, individuell und kriterial kann das schulische Selbstkonzept operationalisiert werden. Dafür kommen die Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts zum Einsatz.

In dieser Studie wird durch die Einführung des neuen Themenbereichs Graphentheorie ein Inhalt in den Mathematikunterricht integriert, der zur Förderung des Selbstkonzepts insofern beitragen könnte, dass Schülerinnen und Schüler

- ihre allgemeine Einschätzung ihrer Fähigkeiten verändern (absolute Bezugsnorm),
- ihre aktuellen Leistungen mit den vorherigen messen und vergleichen (individuelle Bezugsnorm) und
- ihre eigenen Fähigkeiten im Vergleich zum neuen Unterrichtsinhalt anders einschätzen (kriteriale Bezugsnorm).

Für die soziale Bezugsnorm zwischen den eigenen Leistungen und denen der Mitschülerinnen und Mitschüler lässt sich ein Vergleich nicht offensichtlich herstellen, da hierfür Leistungssituationen geschaffen werden müssen, die diesen ermöglichen.

Selbstverständlich kann eine Integration graphentheoretischer Konzepte nicht bei allen Schülerinnen und Schülern eine Förderung des Selbstkonzepts hervorrufen, aber durch den lebensweltbezogenen und authentischen Einblick in einen neuen mathematischen Themenbereich möglicherweise zur Selbstkonzeptförderung bei einigen Kindern beitragen.

Neben den Fragen nach der Motivation und dem Selbstkonzept von Schülerinnen und Schülern sollte ebenfalls ein wesentliches Augenmerk auf die Frage „Warum benötigen wir Mathematik?“ gelegt werden. Diese Frage stellen sich Schülerinnen und Schüler immer wieder und eine Antwort darauf lässt sich bei Srocke, B. (1989) finden: erst wenn der Erwerb derartigen Wissens für das Individuum von persönlicher Bedeutung ist oder einen künftigen Nutzen verspricht, dann ist die Motivation und das Selbstkonzept zum Erwerb des jeweiligen Lernstoffs besonders hoch (vgl. ebd., S. 133). Sobald Schülerinnen und Schüler keinen zukünftigen Nutzen für sich persönlich erkennen können und der Bezug zum Alltag fehlt, bauen sie weder Motivation an diesem Lernstoff noch ein positives Selbstkonzept im Fach auf. Die Themenwahl trägt dazu bei, dass an der Erfahrungswelt der Kinder angeknüpft wird und dadurch ihre Motivation am Fach und das Selbstkonzept im Fach Mathematik gesteigert werden können.

Innerhalb des Mathematikunterrichts sollten Schülerinnen und Schüler sowohl die Freude an der Mathematik erleben als auch die Relevanz für ihr eigenes Leben erfahren (Helmke, A. und Weinert, F. E. 2007, vgl.). Erst wenn diese Dinge gegeben sind, wird die Bereitschaft der Kinder dahingehend beeinflusst, dass sie sich auch außerhalb der Schule mit Mathematik auseinandersetzen (ebd., vgl.). Mit Hilfe des Lernangebots werden nach Helmke, A. und Weinert, F. E. (ebd.) Wissen und Kompetenzen entwickelt, jedoch nehmen Schülerinnen und Schüler dieses Lernangebot nur an, wenn sie die angesprochene Freude am Fach haben und die Bedeutung für das eigene Leben schätzen. Daher ist es hilfreich, wenn der Mathematikunterricht dazu anregt, sich eigenständig mit Mathematik zu beschäftigen.

Außerdem stehen das Selbstkonzept und die Leistung in einer engen Beziehung zueinander, die reziproke (=wechselseitige) Prozesse beinhaltet (vgl. Martschinke, S. 2009, S. 437). Das fachspezifische Fähigkeitsselbstkonzept und die schulischen Leistungen in dem jeweiligen Fach korrelieren positiv miteinander (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 5). Dieses haben bereits verschiedene Meta-Analysen von Mabe, P. A. und West, S. G. (1982) und Hansford, B. C. und Hattie, J. A. (1982) herausgefunden. Ein hohes Fähigkeitsselbstkonzept geht mit guten Leistungen einher, ein niedriges mit schlechten Leistungen (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2003, S. 5). Unklar ist, ob das Fähigkeitsselbstkonzept auf die Leistung einwirkt oder andersherum, wobei zweiteres aufgrund der relativ hohen Beständigkeit von Leistung verglichen mit der eher geringeren Stabilität des Selbstkonzepts angenommen wird (vgl. ebd., S. 5).

Aus den genannten Gründen werden in dieser Studie auch die Einstellung von Schülerinnen und Schüler zum Fach Mathematik und die mathematische Leistung erfasst und in den folgenden Abschnitten näher beleuchtet.

6 Einstellungsförderung

„[Die] Einstellung [ist] als eine ‚latente' Variable aufzufassen, die zwischen situativen (positiven oder negativen) Anreizbedingungen [...] und unterschiedlichen Reaktionsmöglichkeiten des Individuums ‚interveniert'."

(Fischer, L. und Wiswede, G. 2009, S. 283)

Die Einstellungen von Schülerinnen und Schülern gegenüber Mathematik werden innerhalb dieser Arbeit als ergänzende Daten erhoben. Dieser Bereich wird durch selbstkonzipierte Fragen quantitativ erfasst. Aus diesen Gründen wird auf eine ausführliche Darstellung dieses Konstruktes verzichtet.

Dieses Kapitel gibt zunächst eine kurze allgemeine Definition der Einstellung (Abschnitt 6.1), bevor im Anschluss der Abschnitt 6.2 die Einstellungen gegenüber Mathematik thematisiert.

6.1 Allgemeines

„Einstellungen sind wichtig, weil sie die Art und Weise beeinflussen, wie wir die Welt wahrnehmen und uns verhalten."

(Haddock, G. und Maio, G. R. 2014, S. 198)

Einstellungen sind eine Ausdrucksform individueller Bewertungen von Objekten und abhängig von den individuellen Meinungen (vgl. Hascher, T. 2004). Dabei werden positiven Einstellungen eine Befürwortung des Objektes zugeschrieben, negativen Einstellungen hingegen eine Ablehnung (vgl. ebd.). Demnach lassen sich Einstellungen bezüglich ihrer Valenz bzw. Richtung sowie auch ihrer Stärke unterscheiden (vgl. Haddock, G. und Maio, G. R. 2014, S. 199). Objekte einer Einstellung können unter anderem konkrete Dinge, abstrakte Begriffe, das eigene Selbst, andere Menschen oder auch soziale Gruppen sein (vgl. ebd., S. 199).

Nach Zanna, M. P. und Rempel, J. K. (1988, S. 319) beruhen Einstellungen auf zusammenfassenden Bewertungen eines Objekts und setzen sich aus den folgenden drei Komponenten zusammen:

1. kognitive Einstellungskomponente:
   Überzeugungen, Gedanken und Eigenschaften, die mit einem Objekt assoziiert werden (vgl. Haddock, G. und Maio, G. R. 2014, S. 200)
2. affektive Einstellungskomponente:
   Gefühle und Emotionen, die mit einem Objekt verbunden sind (vgl. ebd., S. 201)
3. verhaltensbezogene Einstellungskomponente:
   frühere sowie gegenwärtige Verhaltensweisen, die gegenüber einem Objekt ausgeführt wurden (vgl. ebd., S. 204)

Die drei Komponenten bilden nach Zanna, M. P. und Rempel, J. K. (1988, S. 319) das sogenannte Multikomponentenmodell (auch Dreikomponentenmodell genannt). Sie lassen sich, wie in Abbildung 6.1 dargestellt, zur Einstellung zusammenfassen.

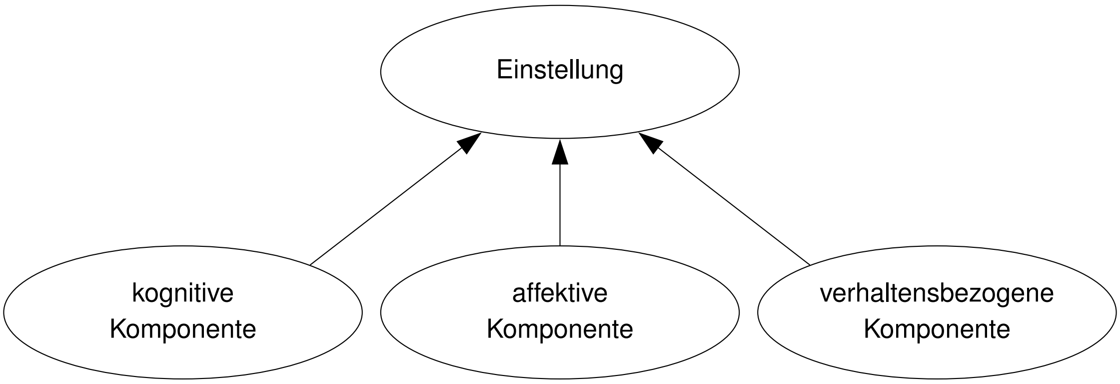


Abbildung 6.1. Multikomponentenmodell der Einstellung in Anlehnung an Haddock, G. und Maio, G. R. (2014, S. 200)

Welche Komponente den größten Einfluss auf die Einstellung ausübt, ist von Individuum zu Individuum und von Objekt zu Objekt unterschiedlich (vgl. Haddock, G. und Maio, G. R. 2014, S. 206).

Einstellungen befriedigen grundlegende psychologische Bedürfnisse (vgl. ebd., S. 208). Sie dienen unter anderem als Hilfsmittel zur Einschätzung von Objekten, tragen dazu bei, dass man sich mit anderen Individuen identifiziert, schützen das eigene Selbstwertgefühl und bringen eigene Wertvorstellungen zum Ausdruck (vgl. ebd., S. 208 f.).

Die Einstellung wurde bis heute aus unterschiedlichen Perspektiven und von verschiedenen Gruppen untersucht (vgl. ebd., S. 199). Ebenfalls konnten Verbindungen zwischen der Einstellung und der Motivation und dem Selbstkonzept hergestellt werden (vgl. ebd., S. 199).

6.2 Einstellungen gegenüber Mathematik

„Attitudes towards mathematics were extremly complex and diverse in nature.“

(Grigutsch, S., Raatz, U. und Törner, G. 1998, S. 3)

Obwohl viele Forschungen zum Bereich der Einstellung gegenüber Mathematik[4] vorliegen, gibt es keine einheitliche Definition. Diese Problematik stellt Rolka, K. (2006) ausführlich dar.

Wie zu Beginn dieses Kapitels bereits erläutert, werden in der vorliegenden Arbeit die bestehenden Definitionen und Forschungsergebnisse zur Einstellung nicht umfassend beschrieben. Genauere Erläuterungen sind bei Rolka, K. (ebd.) zu finden. Die folgenden Ausführungen dienen als Information darüber,

[4] Der Begriff Einstellung wird von nun an synonym für die Einstellung gegenüber Mathematik verwendet.

woraus sich die Einstellung gegenüber Mathematik und Mathematikunterricht zusammensetzt und welcher Bereich in dieser Forschung eine wesentliche Rolle einnimmt.

Die individuellen Einstellungen von Schülerinnen und Schülern gegenüber Mathematik nehmen Einfluss auf die mathematischen Lehr- und Lernprozesse und damit darauf, wie Schülerinnen und Schüler Mathematik sehen (vgl. Grigutsch, S., Raatz, U. und Törner, G. 1998, S. 3 f.). Einstellungen sind im Rahmen von Interventionsstudien von Bedeutung, da sie veränderbar sind. Vor allem für den Bereich der Schule sind Einstellungen relevant. Sie lassen sich innerhalb des Unterrichts verbessern (vgl. Hascher, T. u. a. 2008).

Die Einstellung wird in der Literatur als ein aus verschiedenen Dimensionen bestehendes Konstrukt verstanden. Eine genaue Differenzierung nehmen Grigutsch, S., Raatz, U. und Törner, G. (1998, S. 11 f.) vor. Sie differenzieren die Einstellung nach:

- *Schema-Aspekt*: Mathematik als ein System aus Regeln, Formeln und Prozeduren
- *Formalismus-Aspekt*: Mathematik als logische Strenge mit exakten Definitionen und einer präzisen Sprache
- *Prozess-Aspekt*: Mathematik als konstruktive und kreative Prozesse
- *Anwendungs-Aspekt*: Mathematik als nützlicher Anwendungsbereich

Die vier Aspekte zeigen, dass die Einstellung aus komplexen Strängen besteht und sich im Laufe der Schulzeit immer wieder verändern kann. Dazu tragen vor allem die unterschiedlichen Lerninhalte bei, welche die vier Aspekte in verschiedenem Umfang aufgreifen können.

6.3 Einstellungsdiagnostik

„Schulische Einstellungen lassen sich aus den Handlungen und verbalen Äußerungen der Schüler abschätzen. Durch die verbalen Aussagen können Einstellungen möglichst objektiv operationalisiert werden."

(Upmeier zu Belzen, A. u. a. 2002, S. 293)

Die mathematische Einstellung ist ein psychologisches Konstrukt und nicht direkt beobachtbar (vgl. Haddock, G. und Maio, G. R. 2014, S. 212). Dennoch können die Einstellungen durch Selbstbeurteilung erfasst werden. Dabei wird die Einstellung zu einem Objekt durch das Ausmaß an Zustimmung bzw. Ablehnung zu einer Aussage angegeben (vgl. ebd., S. 214). Dieses Vorgehen wird innerhalb der Studie berücksichtigt. Nähere Erläuterungen zum Aufbau und Inhalt der Skalen folgen im Abschnitt 10.2.

6.4 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Die Einstellung von Schülerinnen und Schülern gegenüber Mathematik nimmt Einfluss auf die Lehr- und Lernprozesse (vgl. Grigutsch, S., Raatz, U. und Törner, G. 1998, S. 3 f.). Sie dient der Beschreibung, wie die Mathematik gesehen und betrieben wird (vgl. ebd., S. 4). Außerdem hat sie Einfluss auf die Herangehensweise von Schülerinnen und Schülern an mathematische Problemstellungen und wie die Kinder Mathematik lernen (vgl. ebd., S. 4).

Wie lässt sich somit die Einstellung von Schülerinnen und Schülern positiv beeinflussen?

Ein wesentlicher Punkt zur positiven Beeinflussung der Einstellung ist sicherlich die Gestaltung der Lernprozesse und -inhalte. In dieser Studie können durch die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht Aufgaben bereitgestellt werden, die besonders den Anwendungsbezug und den Nutzen von Mathematik im Alltag darstellen. Damit rückt vor allem der Anwendungs-Aspekt nach Grigutsch, S., Raatz, U. und Törner, G. (ebd.) in den Mittelpunkt. Dieser Aspekt bildet zusammen die Grundlage der Einstellungserfassung, wohingegen alle anderen drei Aspekte innerhalb dieser Studie unberücksichtigt bleiben.

Da die Einstellung unter dem Anwendungs-Aspekt Dispositionen der Persönlichkeit und somit eine latente Variable ist, die nicht direkt erfasst werden kann, werden eigens entwickelte Items zur Messung herangezogen. Vier Items bilden den Anwendungs-Aspekt ab und drei Items beschreiben das eigene Können im und den Gefallen am Fach Mathematik. Zusätzlich dienen zwei offen gestellte Fragen zur Ermittlung der Einstellung, die als Ergänzung herangezogen werden.

Die Einstellung von Schülerinnen und Schülern ist jedoch nicht nur als die Vorstellung von und über Mathematik zu sehen, sondern muss auch als Variable für die Leistungsentwicklung betrachtet werden. Denn nur wer die Lernprozesse und -inhalte für sich ansprechend findet, sie nutzt, um sich eigenes Wissen und Kompetenzen anzueignen, und daraus eine positive Einstellung entwickelt, kann auch bessere Leistungen erzielen. Daher wird im nächsten Kapitel der Leistungsbegriff thematisiert.

7 Leistungsförderung

„[...] Leistung als Ergebnis und Vollzug einer Tätigkeit, die mit Anstrengung und gegebenenfalls Selbstüberwindung verbunden ist und für die Gütemaßstäbe anerkannt werden [...].“

(Klafki, W. 1996, S. 228)

In diesem Kapitel wird das Konstrukt der Leistung dargestellt. Dabei wird der Fokus auf den pädagogischen Leistungsbegriff gelegt (Abschnitt 7.1). Außerdem werden die Merkmale (Abschnitt 7.2) sowie die Beurteilung (Abschnitt 7.3), Bewertung (Abschnitt 7.4) und Diagnostik (Abschnitt 7.5) von Schülerinnen- und Schülerleistungen betrachtet.

7.1 (Pädagogischer) Leistungsbegriff

„Am leichtesten haben es die Techniker, wenn es um Leistung [...] geht: Sie besitzen eine unbestechliche Maßeinheit [...] und berechnen so die Leistung aus dem Verhältnis von vollbrachter Arbeit und verbrauchter Zeit. Schwieriger haben es schon Arbeitgeber und Lohnabhängige, wenn es um Leistung und Lohn geht: In ihren Lohnkämpfen gibt es keine neutrale, für beide gültige Maßeinheit, sondern nur Interessen, die gegeneinander ins Feld geführt werden und sich in Mark und Pfennig niederschlagen. Am schwierigsten haben es die Pädagogen: Sie sollen die Leistungen nicht an den eigenen, sondern an den Interessen des Kindes festmachen, und als Maßeinheit stehen ihnen weder Meterkilopond noch Lohnskala und Inflationsrate, sondern nur die kümmerlichen Zensuren von 1-6 zur Verfügung.“

(Schwartz, E. 1992, S. 15)

Betrachtet man dieses Zitat einmal näher, so lässt sich der anfänglich physikalische Grundgedanke

$$Leistung = Arbeit\ pro\ verbrauchter\ Zeit$$

auch auf den schulischen Kontext anwenden. Die Schülerinnen- und Schülerleistung kann daraus resultieren, wie schnell eine Arbeit (z. B. Aufgabe, Test etc.) von Schülerinnen und Schülern erbracht wird (vgl. Sacher, W. 2011, S. 273). Wie das Zitat bereits verdeutlicht, findet der Leistungsbegriff sowohl im gesellschaftlichen als auch im schulischen Kontext Anwendung. Da der Schwerpunkt dieser Studie auf dem schulischen Kontext liegt, wird in diesem Abschnitt lediglich der schulische Leistungsbegriff betrachtet.

Der Leistungsbegriff in Schulen umfasste im 19. Jahrhundert das überprüfbare Wissen und Können von Schülerinnen und Schülern (vgl. Paradies, L., Wester, F. und Greving, J. 2014, S. 33). Anhand von Tests oder Klassenarbeiten wurden die Schülerinnen- und Schülerleistungen gemessen und bewertet (vgl. Paradies, L., Wester, F. und Greving, J. 2014, S. 33). Anfang des 20. Jahrhunderts orientierte sich der Leistungsbegriff im Zuge der Reformpädagogik an der individuellen Lern- und Entwicklungsmöglichkeit der Schülerinnen und Schüler (vgl. ebd., S. 33). Heutzutage werden diese beiden Leistungsbegriffe miteinander verbunden (vgl. ebd., S. 33). Der pädagogische Leistungsbegriff ist somit von einem Konzept geprägt, welches auf die Entwicklungsoffenheit der Schülerinnen und Schüler abgestimmt ist (vgl. Jürgens, E. und Sacher, W. 2008, S. 47). Die Leistungen von Schülerinnen und Schülern hängen zum einen von den eigenen Fähigkeiten und Fertigkeiten ab, zum anderen spielt die eigene Anstrengung eine wichtige Rolle (vgl. Schmidt-Atzert, L. 2006, S. 224). Schülerinnen und Schüler erbringen erst Leistungen, wenn sie es können und auch wollen (vgl. ebd., S. 224).

7.2 Merkmale des Leistungsbegriffs

„Ein pädagogischer Leistungsbegriff muss sich sowohl von einer ideologischen Übersteigerung als auch von einer ideologiekritischen Ablehnung des Leistungsprinzips freimachen.“

(Knauf, T. 2009, S. 238)

Der Begriff *Leistung* ist laut Pädagogen selbst in der Fachsprache nicht eindeutig definiert, da er eine komplexe Bedeutung hat (vgl. Florek, H.-C. 1999, S. 11). In den 60er und 70er Jahren haben zwar einige Pädagogen über den Leistungsbegriff diskutiert, eine einheitliche Begriffsbestimmung blieb jedoch aus (vgl. ebd., S. 12). Der pädagogische Leistungsbegriff erschließt sich daher aus den unterschiedlichen Bedeutungen für den Begriff *Leistung*. Nach Florek, H.-C. (ebd., S. 35 ff.) umfasst der pädagogische Leistungsbegriff die folgenden zehn Merkmale.

Die ersten beiden Merkmale beziehen sich auf die Person bzw. auf Schülerinnen und Schüler:

1. *Anstrengung, Leichtigkeit, Selbstgewinn* (vgl. ebd., S. 38-43)

   Zur Leistungsbeurteilung und -bewertung muss die jeweils individuell unternommene Anstrengung bzw. Leichtigkeit sowie der Selbstgewinn berücksichtigt werden (vgl. ebd., S. 40).

2. *Eigenständigkeit, Problemsensibilität, Kreativität* (vgl. ebd., S. 43-46)

   Die Eigenständigkeit resultiert daraus, was Schülerinnen und Schüler aus eigener Kraft zustande bringen (vgl. ebd., S. 43). Der Begriff Problemsensibilität fasst Handlungen zusammen, bei denen Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten bei der Bearbeitung einer Sache erkennen und sich darüber bewusst werden (vgl. ebd., S. 44 f.). Die Kreativität bindet mit ein, dass Schülerinnen und Schüler etwas Neues entwickeln, um Problemstellungen, Aufgaben etc. zu lösen (vgl. ebd., S. 44).

Die Merkmale 3 und 4 beziehen sich auf die Sache:

3. *Weg und Vollzug einer Tätigkeit* (vgl. ebd., S. 46-60)

   Es zählt nicht nur das Ergebnis, auch der Weg und Vollzug einer Aktion bis hin zum Ergebnis müssen berücksichtigt werden (vgl. ebd., S. 46). Das Handeln steht im Mittelpunkt und eine prozessorientierte Leistung wird ermittelt (vgl. ebd., S. 67).
4. *Qualität und Quantität der Ergebnisse* (vgl. ebd., S. 61-67)

   Das Ergebnis muss den sachlichen Anforderungen genügen, sowohl qualitativ als auch quantitativ (vgl. ebd., S. 61). Das Ergebnis steht im Mittelpunkt und eine produktorientierte Leistung wird ermittelt (vgl. ebd., S. 67).

Die Merkmale 5, 6 und 7 beziehen sich auf die Situation:

5. *Zeit* (vgl. ebd., S. 67-71)

   Für das Erbringen von Ergebnissen ist ein bestimmter Zeitraum notwendig (vgl. ebd., S. 67 f.). Wird dieser von Schülerinnen und Schülern realistisch eingeteilt und bewusst für eine Aufgabe ausgenutzt, ist dies eine Leistung (vgl. ebd., S. 69 f.).
6. *Umstände* (vgl. ebd., S. 72-74)

   Die Leistungserbringung und Bewältigung von Aufgaben können Schülerinnen und Schüler nur schaffen, wenn günstige äußere Bedingungen vorherrschen (vgl. ebd., S. 72 f.).
7. *Wettbewerb* (vgl. ebd., S. 74-79)

   Eine Leistung wird erbracht, wenn eine bestimmte Tätigkeit im Wettbewerb ausgeübt und dabei ein Ergebnis erzielt wird (vgl. ebd., S. 75). Jede einzelne Person wächst im Wettbewerb an den Tätigkeiten und Ergebnissen der anderen (vgl. ebd., S. 79).

Die Merkmale 8 bis 10 beziehen sich auf die Gesellschaft:

8. *Beitrag zur gemeinsamen Aufgabenlösung* (vgl. ebd., S. 80-85)

   Schülerinnen und Schüler können eine Vielfalt von Leistungsanteilen erbringen, wenn sie mit anderen zusammenarbeiten (vgl. ebd., S. 80). Die einzelnen Schülerinnen und Schüler liefern somit Beiträge zum Gesamtergebnis (vgl. ebd., S. 81).
9. *Hilfe für andere* (vgl. ebd., S. 85-87)

   Ein(e) Schüler(in) setzt sich besonders für jemand anderen ein (vgl. ebd., S. 85). Wichtig dabei ist, dass die Schülerin / der Schüler aus eigenem Antrieb in der Situation Hilfe leistet und es sich nicht um ein organisiertes Verhältnis (wie beispielsweise beim Geben von Nachhilfe) handelt (vgl. ebd., S. 86).
10. *Wertsumme der Produktion* (vgl. ebd., S. 87-89)

Mit diesem Merkmal ist der Gedanke verbunden, dass Ergebnisse von Schülerinnen und Schülern eine Art Ware darstellen und die Leistungen nach deren wirklichen Marktpreisen bewertet werden (vgl. Florek, H.-C. 1999, S. 87). Hierzu zählen zum Beispiel die Endprodukte einer Projektarbeit, die sich symbolisch und exemplarisch zu Marktpreisen beurteilen lassen (vgl. ebd., S. 88). Die Leistung besteht darin, inwieweit sich die Schülerin / der Schüler einer Sache gegenüber auf den Nutzen ausgerichtet verhält (vgl. ebd., S. 89).

Mit diesen zehn Merkmalen des pädagogischen Leistungsbegriffs gehen nach Jürgens, E. (2005) bestimmte Forderungen einher, um dem Begriff in all seinen Facetten gerecht zu werden. Demnach ist Leistung ...

... norm- und zweckgebunden (vgl. ebd., S. 26 ff.):

- es müssen vorerst konkrete Normen existieren, um dann entscheiden zu können, ob ein bestimmtes Verhalten oder ein Handlungsergebnis als Leistung bewertet wird
- Sinn und Zweck von schulischer Leistung müssen für Schülerinnen und Schüler nachvollziehbar und einsichtig sein

... anlage- und umweltbedingt (vgl. ebd., S. 29 f.):

- schulische Leistungen von Schülerinnen und Schülern entstehen durch ein Zusammenwirken verschiedener Faktoren wie Anlagebedingungen, Soziokultur oder andere Einflüsse
- ebenso spielen Umweltfaktoren, insbesondere gesellschaftsbedingt, für die Erklärung schulischer Leistungen eine wesentliche Rolle

... produkt- und prozessorientiert (vgl. ebd., S. 31 f.):

- wenn der Zuwachs an Wissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten in Form von Tests überprüft wird, spricht man von einem ergebnis- bzw. produktorientierten Leistungsbegriff
- ebenso sollte dieser Zuwachs aber auch prozessorientiert überprüft werden, indem schon während der Auseinandersetzung mit einem Lerngegenstand die Leistung erfasst wird
- dieses Zusammenspiel von Produkt- und Prozessorientierung wird als dynamisches Verständnis von schulischer Leistung verstanden und ist für eine umfassende Beurteilung von Schülerinnen- und Schülerleistungen notwendig

... individuelles und soziales Lernen (vgl. ebd., S. 32 ff.):

- einseitiges konkurrenzorientiertes Leistungsverständnis fördert zwar die extrinsische Motivation auf bspw. gute Zensuren, hemmt jedoch den Aufbau sachbezogener und intrinsischer Motive

- damit die eigene Lern- und Leistungsentwicklung im Mittelpunkt steht, anstatt sich mit der gesamten Lerngruppe zu vergleichen, müssen die Leistungsforderungen an die individuellen Lernmöglichkeiten angepasst werden
- ebenso ist eine Ergänzung durch das Solidaritätsprinzip erforderlich, bei dem die Schülerinnen und Schüler gemeinsam Planungen mitgestalten, sich in Partner- oder Gruppenarbeiten helfen oder sich Unterstützung von anderen holen

... problemmotiviertes und vielfältiges Lernen (vgl. ebd., S. 35 ff.)

- es müssen Lernsituationen entstehen, bei denen sich Schülerinnen und Schüler sach- und problemmotiviert einem Lerngegenstand widmen und sich ihnen Raum für Eigentätigkeit, selbstständiges Handeln und Persönlichkeitsentfaltung eröffnet
- diese Leistungsanforderungen müssen sowohl auf verbale, kognitive und intellektuelle Leistungen als auch auf Leistungen wie Kooperation, Konfliktlösefähigkeit, Kreativität und Produktivität abzielen, damit ein vielfältiges Lernen der Schülerinnen und Schüler möglich ist

Insgesamt zeigen die Merkmale und Forderungen an den pädagogischen Leistungsbegriff, dass die Leistung von Schülerinnen und Schülern nicht zu einem *Urteil über* Schülerinnen und Schüler, sondern als ein Mittel zur *Diagnose für* Schülerinnen und Schüler genutzt werden sollte (vgl. Schwartz, E. 1992, S. 17). Inwiefern sich diese Leistung beurteilen und bewerten lässt, zeigen die folgenden beiden Abschnitte.

7.3 Beurteilung von Leistungen

„Aus didaktischer Sicht sind Schulleistungen das Ergebnis planmäßig intendierter Lehr- bzw. Lernprozesse. Insofern korrespondiert schulische Leistungsbeurteilung mit den in Curricula implementierten Bildungsstandards – bzw. deren Spezifikation in Form von Bildungs- bzw. Lernzielen. Schulleistungen sind somit Ausdruck von Lernständen spezifischer, fachlich kontextualisierter Kompetenzen.“

(Zumhasch, C. 2011, S. 289)

Bei der Erfassung von Schülerinnen- und Schülerleistungen sind sowohl subjektive als auch objektive Einflüsse vorhanden, wodurch insbesondere die Objektivität eingeschränkt wird. Um dieses zu vermeiden, sind bestimmte Voraussetzungen und Gegenmaßnahmen notwendig. Nach Jürgens, E. und Sacher, W. (2008, S. 74 ff.) können folgende Fehlertendenzen auftreten:

- Beurteilungsfehler bei der Beobachtung und Interpretation der Schülerinnen- und Schülerleistungen (z. B.: gute Leistungen werden positiv bewertet, schlechte Leistungen beim gleichen Kind werden nicht berücksichtigt)

- Beurteilungsfehler bei der Zuordnung der Schülerinnen- und Schülerleistungen zu einem Maßstab (z. B.: Zuordnung der Schülerinnen- und Schülerleistungen nur zum mittleren Bereich einer Rangskala)
- Beurteilungsfehler durch implizite Persönlichkeitstheorien (z. B.: Lehrpersonen kreieren sich Bilder von Schülerinnen und Schülern, diese Bilder rufen bestimmte Erwartungen hervor und beeinflussen den Wahrnehmungsprozess)
- Beurteilungsfehler durch Konsequenzen (z. B.: das Selbstbild und das Verhalten der Schülerinnen und Schüler kann sich aufgrund einer Leistungsbeurteilung verändern)

Um diese Fehlertendenzen zu verringern bzw. zu vermeiden, nennen Jürgens, E. und Sacher, W. (2008, S. 84 ff.) sogenannte Gegenmaßnahmen:

- Schülerinnen- und Schülerleistungen sollten in einem wertfreien (Mess-)Vorgang erfasst werden
- Schülerinnen- und Schülerleistungen sollten in ein Bezugssystem mit Hilfe eines Beurteilungsmaßstabs eingeordnet werden
- Schülerinnen- und Schülerleistungen sollten zuerst objektiv beschrieben und erst im Anschluss bewertet werden
- Schülerinnen- und Schülerleistungen sollten anonym (ohne Kenntnis der Namen) ausgewertet werden

Die Beurteilungen von Schülerinnen- und Schülerleistungen sollten vor allem den Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität entsprechen (vgl. Zumhasch, C. 2011, S. 288). Mit der Objektivität ist gemeint, dass Schülerinnen- und Schülerleistungen unabhängig von der Lehrperson sind (unterschiedliche Lehrpersonen beurteilen unabhängig voneinander eine Schülerinnen- und Schülerleistung gleich) (vgl. ebd., S. 288). Bei der Reliabilität geht es darum, dass die Beurteilung einer Schülerinnen- und Schülerleistung reproduzierbar ist (bei vergleichbaren Situationen kommt eine Lehrperson zur gleichen Schülerinnen- und Schülerleistungsbeurteilung) (vgl. ebd., S. 288). Eine Beurteilung ist valide, sofern eine inhaltlich korrekte Wiedergabe der Schülerinnen- und Schülerleistung durch die Beurteilung einer Lehrperson erfolgt (es wird die Leistung gemessen, die auch tatsächlich erfasst werden soll) (vgl. ebd., S. 288). Diese Anforderungen lassen sich in der Realität jedoch nur in Ansätzen umsetzen, sollten aber immer mit bedacht und so weit wie möglich berücksichtigt werden.

Weiterhin ist es unumgänglich, sich Gedanken darüber zu machen, was genau beurteilt und mit welcher Methode bzw. Prüfung die Schülerinnen- und Schülerleistung erfasst werden soll. Aus dem eingängigen Zitat dieses Abschnitts resultiert, dass vor allem Lernziele und Lerninhalte Gegenstände von Leistungsbeurteilungen sind. Dabei können sich die Leistungsbeurteilungen sowohl auf fachspezifisch-kognitive als auch auf nichtkognitive Ziele (soziale, kommunikative oder psychomotorisch-praktische Ziele) beziehen (vgl. ebd., S. 289). Die Lerninhalte, die beurteilt werden sollen, müssen anhand empirisch überprüfbarer Schülerinnen- und Schülertätigkeiten konkretisiert werden (vgl. ebd., S. 289). Zu diesen Tätigkeiten gehören beispielsweise das Aufschreiben sowie mündliche Nennen von Lösungen, Bildbeschriftungen, Einhalten von Gesprächsregeln und viele mehr (vgl. ebd., S. 289). Anhand dieser festgelegten Schülerinnen- und Schülertätigkeiten kann nachvollzogen werden, inwieweit die Kompetenzen angeeignet wurden (vgl. ebd., S. 289).

Um die Schülerinnen- und Schülerleistungen zu ermitteln, sind verschiedene Methoden möglich. Zum einen gibt es schriftliche Verfahren wie Klassenarbeiten oder Kurztests (vgl. ebd., S. 290). Die Entwicklung solcher Verfahren beruht auf bestimmten Kriterien, die erfüllt sein müssen (vgl. ebd., S. 290). Dazu gehören, dass die Aufgaben unmissverständlich formuliert werden und über Aufgabenform, -umfang, -reihenfolge und -schwierigkeitsgrad begründet entschieden wird (vgl. ebd., S. 290). Zum anderen ist die Erfassung mündlicher Schülerinnen- und Schülerleistungen möglich, wobei hierfür konkrete Vorschläge zum Vorgang der Leistungsmessung oder genaue Handlungsanleitungen nicht vorliegen (vgl. ebd., S. 290). Ebenso gibt es für die Ermittlung nichtkognitiver Kompetenzen, wie praktische Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie soziale Kompetenzen (z. B. Engagement, Teamfähigkeit, Toleranz, ...), keine methodischen Handreichungen (vgl. ebd., S. 290 f.). Für diese Kompetenzen bedarf es spezieller Beobachtungssysteme oder -bögen, die aus ausgewählten Beobachtungskategorien zusammengestellt sind (vgl. ebd., S. 291). Zwar gibt es zahlreiche Beobachtungsinstrumente, jedoch beruhen diese weder auf empirisch fundierten Qualitäten noch auf einer praktikablen schulischen Um- und Einsetzung (vgl. ebd., S. 291).

7.4 Leistungsbewertung

„Die Leistung orientiert sich am Schüler selbst, am Schüler im Vergleich zu einer Schülergruppe und am Schüler in Relation zur Sache bzw. Lehrstoff.“

(Ingenkamp, K. und Lissmann, U. 2008, S. 131)

Für die Leistungsbewertung ist ein vergleichendes Messen unumgänglich (vgl. Florek, H.-C. 1999, S. 101). Dies ist nur möglich, wenn die betreffende Sache zu etwas Bekanntem in Beziehung gesetzt wird und ein Vergleichswert existiert (vgl. ebd., S. 101). Um das erreichen zu können, ist es zunächst sinnvoll, sich selbst ein Bild von der vollkommen richtigen Lösung einer Aufgabe zu machen (vgl. ebd., S. 101). Solch ein Idealmaß legt dann die Vergleichswerte fest (vgl. ebd., S. 104).

Die Größe einer erbrachten Leistung zeigt sich auf der einen Seite anhand der Beziehung zwischen der Leistung und dem Idealmaß oder Standardmaß (vgl. ebd., S. 107). Auf der anderen Seite zeigt sie sich anhand des Verhältnisses zwischen der Leistung und einem tatsächlich erreichten Maß, welches entweder von derselben Schülerin / demselben Schüler von früher bekannt ist oder von anderen gleichzeitig vorliegt (vgl. Florek, H.-C. 1999, S. 107). Insgesamt sind die Idealmaße die grundlegenden Vergleichswerte, alle anderen Maße sind eine Art Hilfsgröße für die Leistungsbewertung und den Leistungsvergleich (vgl. ebd., S. 109).

Nach der Ermittlung von Schülerinnen- und Schülerleistungen sind für eine nachvollziehbare Bewertung die folgend aufgeführten Bewertungsnormen nötig, die die Leistungen vergleichbar machen. Bei *interindividuellen (sozialen) Bezugsnormen* wird die individuelle Leistung einer Schülerin / eines Schülers mit Leistungen einer sozialen Referenzgruppe (z. B. mit Schülerinnen- und Schülerleistungen einer bestimmten Klasse) verglichen (vgl. Zumhasch, C. 2011, S. 292). Soziale Bezugsnormen sind vor allem für diagnostische Beurteilungsaufgaben (Dyskalkulie, Lese-Rechtschreibschwäche etc.) wichtig (vgl. ebd., S. 292). Bei *kriteriumsorientierten (sachlichen) Bezugsnormen* wird die individuelle Leistung einer Schülerin / eines Schülers mit sachlich festgelegten Anforderungskriterien (z. B. wird ein Minimum an richtig gelösten Aufgaben angegeben, um entscheiden zu können, ob die Anforderungen erfüllt wurden) verglichen (vgl. ebd., S. 292). Bei *intraindividuellen (individuellen) Bezugsnormen* werden Schülerinnen- und Schülerleistungen zu einem früheren Zeitpunkt mit aktuellen Schülerinnen- und Schülerleistungen verglichen und somit temporäre Leistungsveränderungen bewertet (vgl. ebd., S. 292 f.).

Jede dieser Bezugsnormen liefert bestimmte Informationen über Schülerinnen- und Schülerleistungen, sodass sie nicht gegenseitig ausgetauscht werden können (vgl. ebd., S. 293). Für Schülerinnen und Schüler ist es sinnvoll, sich anhand aller drei Bezugsnormen beurteilen zu können und von Lehrpersonen beurteilt zu werden (vgl. ebd., S. 293).

Alle bisher genannten Aspekte erklären den allgemeinen fachunspezifischen Leistungsbegriff, jedoch sind sie ebenso für jede Leistung in einem ausgewählten Unterrichtsfach gültig - somit auch für den mathematischen Leistungsbegriff. Daher kann an dieser Stelle direkt die Diagnostik der mathematischen Leistung anknüpfen.

7.5 Leistungsdiagnostik

„Die Vorstellung des Vollkommenen gilt als Maß zweckvollen Handelns. Dies bedeutet allerdings nicht, daß auch das Handeln eines Schülers konkret immer von einem solchen Ideal geleitet wird. Aber was der einzelne tatsächlich hervorbringt, läßt sich daran messen.“
(Florek, H.-C. 1999, S. 100)

Die Leistung ist ein latentes Konstrukt, welches mithilfe eines Testinstruments ermittelt werden muss. Dies bedeutet, dass die Schülerinnen- und Schülerleistung durch die Bearbeitung von einzelnen Aufgaben in Form von Lösungsantworten manifest und damit sichtbar wird.

Um den genannten Merkmalen und Forderungen an den mathematischen Leistungsbegriff gerecht zu werden, wird innerhalb dieser Studie auf ein geeichtes Messinstrument zurückgegriffen. Der Deutsche Mathematiktest für vierte Klassen (DEMAT 4; Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)) ist ein normiertes Verfahren zur Erfassung der mathematischen Leistung bei Viertklässlern. Der DEMAT 4 erfasst die mathematischen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler am Ende der vierten Klasse erworben haben sollten. Dadurch werden vor allem die genannten Fehlertendenzen bei der Beurteilung vermieden, sodass individuelle Interpretationen oder implizite Persönlichkeitstheorien keine Rolle mehr spielen können. Außerdem werden so die Gütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität gewährleistet. Nähere Erläuterungen zum Aufbau und Inhalt der Skalen folgen im Abschnitt 10.2.

7.6 Zusammenfassung und Folgerungen für die Untersuchung

Jeder Mensch hat das Bedürfnis nach Anerkennung durch erreichte Leistungen (vgl. Jürgens, E. und Sacher, W. 2008, S. 30). Der Leistungswille beginnt schon im Kleinkindalter und bleibt für das gesamte Leben bestehen, sofern dieser Wille keine seelische Beeinträchtigung erfährt (vgl. ebd., S. 30). Somit handelt es sich um ein Grundbedürfnis, das als lebenslanges Leistungsmotiv existiert (vgl. ebd., S. 30).

Für viele Schülerinnen und Schüler wird durch Leistung die Hoffnung auf Erfolg immer wieder zerstört und die Furcht vor Misserfolg hervorgerufen (vgl. Schwartz, E. 1992, S. 20). Deshalb meiden solche Schülerinnen und Schüler Situationen, in denen sie bestimmte Leistungen erbringen sollen, und schrauben die Leistungsanforderungen an sich selbst herab (vgl. ebd., S. 20). Ebenso verändert die Leistung das Verhältnis zwischen Schülerinnen und Schülern und der Sache; die Auseinandersetzung mit der Sache kann abfallen (vgl. ebd., S. 21). Anstelle der intrinsischen Motivation tritt die extrinsische Motivation (vgl. ebd., S. 21). Für die Entwicklung von Leistungen innerhalb der Schule scheinen somit aufgrund von empirischen Studien die Erfolgserwartung und das Selbstkonzept entscheidend zu sein (vgl. Jürgens, E. und Sacher, W. 2008, S. 34). Ebenso zählen Anstrengungsbereitschaft sowie Lern- und Arbeitsausdauer, aber auch die Interessenentwicklung und die Entwicklung von Lern- und Leistungsmotivation zu den wichtigen Leistungsmerkmalen (vgl. ebd., S. 47).

Wie aber lässt sich die Leistung durch mathematische Inhalte steigern?

In dieser Studie wird der Themenbereich Graphentheorie, der die mathematische Leistung erhöhen könnte, in den Mathematikunterricht integriert. Eine Erhöhung ist jedoch nur sinnvoll, wenn die von den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen durch die Graphentheorie abgedeckt und gefördert werden.

Um die mathematische Leistung von Schülerinnen und Schülern operationalisieren zu können, dient der Deutsche Mathematiktest für vierte Klassen, der innerhalb dieser Studie eingesetzt wird.

Insgesamt stehen die Motivation, das Fähigkeitsselbstkonzept, die Einstellung und die Leistung in einem engen Zusammenhang: alle vier Konstrukte können sich zum Teil gegenseitig positiv oder negativ beeinflussen und sie spielen eine wesentliche Rolle für die Persönlichkeitsentwicklung von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht. Ausgehend von diesen Konstrukten wird zur Beeinflussung auch immer ein Unterrichtsinhalt benötigt - in diesem Fall die Graphentheorie. Damit die Konstrukte beeinflusst werden können, müssen die graphentheoretischen Konzepte entsprechend aufbereitet und eingesetzt werden. Inwiefern eine solch Ein- und Umsetzung möglich ist, zeigt das folgende Kapitel, in dem die quasi-experimentelle Intervention beschrieben und erläutert wird.

8 Unterrichtseinheit und praktische Umsetzung

Basierend auf der vorangegangenen Theorie wird in diesem Kapitel die Unterrichtseinheit zur Graphentheorie vorgestellt. Anfangs wird kurz auf die im Theorieteil entwickelten Aspekte zur Steigerung der psychologischen Konstrukte eingegangen (Abschnitt 8.1). Im Anschluss daran folgen der Aufbau und die Struktur (Abschnitt 8.2) sowie zusammenfassende Informationen zur Darstellung der Einheit (Abschnitt 8.3). Abschließend werden in den Abschnitten 8.4 bis 8.8 die Unterrichtsentwürfe zu den einzelnen Stunden der Einheit veranschaulicht.

8.1 Entwicklung der Unterrichtsinhalte zur Steigerung psychologischer Konstrukte

Befriedigung der Grundbedürfnisse

Das Grundbedürfnis *Kompetenzerleben* wird durch unterschiedlich anspruchsvolle graphentheoretische Aufgaben berücksichtigt. Dadurch erleben Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Kompetenzen und individuelle Erfolgserlebnisse sind möglich. Das Grundbedürfnis *Autonomie* wird dadurch befriedigt, dass die einzelnen Aufgaben der Einheit unterschiedliche Lösungswege zulassen und unterschiedliche Zugangsweisen ermöglichen. Das Grundbedürfnis *soziale Eingebundenheit* wird durch die Sozialformen der Partner-, Gruppen- und Plenumsarbeit abgedeckt, wodurch die Schülerinnen und Schüler ein soziales Umfeld beim Lernen verspüren.

Hilfestellungen

Um Schülerinnen und Schülern kleine Hilfestellungen zu geben, werden Kontroll- bzw. Lösungsblätter zu ausgewählten Aufgaben erstellt und ausgeteilt. Diese dienen zur Unterstützung und können im weiteren Verlauf der Unterrichtseinheit herangezogen werden.

Passung der Aufgabenschwierigkeit

Die Aufgabenanweisungen ähneln den traditionellen Aufgaben im Mathematikunterricht. Der Fokus liegt vor allem auf abweichenden Inhalten, die den Schülerinnen und Schülern nicht bekannt sind. Diese Inhalte werden mit dem Kerncurriculum in Verbindung gebracht. Einzelne Aufgaben wurden bereits von Schülerinnen und Schülern einer dritten Klasse bearbeitet (Meyer, M. 2015). Durch eine anschließenden Überarbeitung der Aufgaben wird gewährleistet, dass diese an das Kompetenzniveau der vierten Klasse angepasst sind.

Ergebnisse festhalten

Damit neu gelernte Begriffe nicht direkt wieder in Vergessenheit geraten und als Teilergebnisse präsent bleiben, wird ein *Graphen-Album* eingesetzt. Ein solches Album erhält jedes Kind, um darin auf der einen Seite neue Begrifflichkeiten und auf der anderen Seite entsprechende Beispiele festzuhalten.

Neuer Lernstoff mit Vollzugsanreizen

Der neue Lernstoff wird aufgrund der inhaltlichen Auseinandersetzung mit der Graphentheorie erzeugt. Dieser Themenbereich spielte bis dato keine Rolle im Unterricht der Schülerinnen und Schüler. Für positive Vollzugsanreize sorgen praktische Handlungen und anwendungsnahe Unterrichtsbeispiele.

Bezugsnormorientierung

Während der gesamten Unterrichtseinheit erfahren die Schülerinnen und Schüler aufgrund unterschiedlicher Sozialformen und neuer Unterrichtsinhalte Vergleichsprozesse. Denen sind sie direkt ausgesetzt und für diese Zeit könnten sie Veränderungen bezüglich der vier Bezugsnormen entwickeln.

Gestaltung der Lernprozesse

Die Lernprozesse, also die verschiedenen Wege etwas zu lernen, orientieren sich an der Bewusstheit, der Selbstständigkeit sowie der Komplexität. Demnach werden Aufgaben gestellt, die zu einem nachahmenden bis hin zum erfindenden Lernen anregen sowie einfache und komplexe Sachverhalte thematisieren.

Anwendungs- und Alltagsbezug

Die ausgewählten graphentheoretischen Inhalte werden in jeder Stunde anhand eines konkreten Anwendungsbezugs vermittelt und stehen in engem Zusammenhang mit dem Alltag der Schülerinnen und Schüler. Dadurch erfahren die Kinder den Nutzen von Mathematik in ihrer Umwelt.

Kompetenzen

Die Unterrichtsstunden enthalten ausgewählte Bereiche der inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen, sodass diese durch graphentheoretische Inhalte abgedeckt werden.

8.2 Aufbau und Struktur der Unterrichtseinheit

Die Unterrichtseinheit *Einführung in die Graphentheorie* besteht aus insgesamt fünf 45-minütigen Unterrichtsstunden. Die einzelnen Stunden bauen sinnvoll aufeinander auf und jede Stunde greift auf das zuletzt Gelernte zurück, sodass die Schülerinnen und Schüler einen Zusammenhang erkennen können.

Die erste und dritte bis fünfte Stunde dieser Einheit entstammen anteilig aus der Masterarbeit *„Der Weg der Graphentheorie in den Mathematikunterricht der Grundschule“* (vgl. Meyer, M. 2015). Innerhalb der damaligen Arbeit wurden diese Stunden bereits in einer dritten Klasse erprobt und intensiv reflektiert, sodass an dieser Stelle auf eine erneute Erprobung verzichtet werden kann. Die Reflexionsergebnisse aus der Masterarbeit wurden für diese Studie genutzt, um die einzelnen Stunden neu zu überarbeiten und nachzubessern. Insbesondere die Stundenziele und Verlaufspläne wurden umformuliert und angepasst sowie Aufgaben und Übungszettel verändert. Erst durch diese Anpassungen kann gewährleistet werden, dass die Thematik für die vierte Jahrgangsstufe und nicht, wie in der vorherigen Masterarbeit, für eine dritte Klasse angemessen ist. Die zweite Stunde wurde zusätzlich hinzugefügt, um eine noch intensivere Auseinandersetzung mit der Thematik *Graphentheorie* zu ermöglichen.

Die einzelnen Unterrichtsstunden enthalten Methoden und Sozialformen, die auch im üblichen Mathematikunterricht eingesetzt werden. Außerdem werden die neuen Unterrichtsinhalte ähnlich wie andere mathematische Gebiete eingeführt, sodass von Aufgaben mit experimentellen Anteilen oder gar enaktiven Formen abgesehen wird, welche die Graphentheorie durchaus mit sich bringen würde. Den Schülerinnen und Schülern gegenüber wird weder der Titel der Unterrichtseinheit noch der Grund für den Einsatz graphentheoretischer Inhalte mitgeteilt. Aufgrund dieser genannten Aspekte wird gewährleistet, dass die Stunden verdeckt und nicht als etwas Neues und Interessanteres in den täglichen Mathematikunterricht integriert werden.

8.3 Informationen zur Darstellung der einzelnen Unterrichtsstunden

Die Darstellung der fünf Unterrichtsstunden erfolgt nach dem folgenden Schema:

1. Aufbau der Unterrichtseinheit:
   - tabellarische Darstellung über die einzelnen Unterrichtsstunden der Unterrichtseinheit
   - Stunde und Thema bzw. didaktischer Schwerpunkt werden genannt
   - die jeweilige Stunde, die ausführlich geplant wird, ist grau hinterlegt
2. Stundenziele:
   - Stundenziele werden operationalisiert dargestellt: vollständiger Satz, verhaltensbezogene Operatoren und Angabe der Lernbedingungen, unter denen sich das in Frage stehende Verhalten zeigen soll
   - Anforderungsniveau der Ziele ergibt sich aus der folgenden hierarchisch angeordneten Taxonomie nach Bloom, B. S. u. a. (1973), bei der jede Klassifikationsstufe die Fertigkeiten und Fähigkeiten, die in der Klassifikationsordnung tiefer stehen, erfordert (vgl. ebd., S. 130)
     a) *Wissen*: Erinnern (Wiedererkennen und Reproduzieren) an Material, Ideen, Erscheinungen, Informationen (vgl. ebd., S. 71)
     b) *Verstehen*: Ziele, Verhalten oder Reaktionen, die für ein Erfassen des wörtlichen Inhalts einer Information stehen (vgl. ebd., S. 98)
     c) *Anwendung*: Anwendung einer Methode, einer Theorie, eines Prinzips oder einer Abstraktion, ohne dass vorher gezeigt werden muss, wie es in dieser Situation zu benutzen ist (vgl. ebd., S. 130)
     d) *Analyse*: Auflösung des Materials in die wesentlichen Teile sowie die Entdeckung von Beziehungen zwischen den Teilen (vgl. ebd., S. 156)

e) *Synthese*: Zusammenfügen von Teilen oder eine Neukombination von Teilen aus vorangegangener Erfahrung mit neuem Material zu einem Ganzen, sodass Muster oder Strukturen entstehen, die vorher nicht deutlich vorhanden waren (vgl. Bloom, B. S. u. a. 1973, S. 174)
f) *Evaluation*: Gebrauch von Kriterien und Normen, um Ideen, Lösungen, Methoden oder Materialien zu einem Zweck zu bewerten (vgl. ebd., S. 200)

- die Taxonomie nach Bloom, B. S. u. a. (ebd.) wurde gewählt, da diese sich besonders dazu eignet, die formulierten Lernziele im Hinblick auf das Ausmaß der Zielerreichung überprüfen zu können

3. Kompetenzraster:
   - die durch die Unterrichtsstunden erwarteten fachbezogenen Kompetenzen werden mit Bezug auf das Kerncurriculum dargelegt
   - das Raster gliedert sich in die inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen sowie in die Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten und Lerngelegenheiten
4. Verlaufsplanung:
   - schematische Gliederung der Unterrichtsstunde in Zeit, Phase, geplantes Unterrichtsgeschehen, Arbeits- / Sozialformen, Medien und didaktisch-methodischer Kommentar
   - kurze Erläuterungen zur didaktischen Reserve und einer Sollbruchstelle
5. Materialien:
   - alle verwendeten Materialien (Tafelbilder, Plakate, Arbeitsblätter etc.) werden aufgelistet und angehängt
   - die Lösungsblätter *Das haben wir heute gemacht...* zur 1. und 4. Stunde dienen zur eigenen Kontrolle der Aufgabenbearbeitung und reflektieren noch einmal das genaue Vorgehen bei der Problemstellung (ein sogenanntes Ablaufschema wird dargestellt)
   - die Zusatzmaterialien *leicht* und *schwer*, die am Ende der Unterrichtsentwürfe zu finden sind, können in beliebigen Stunden eingesetzt werden, in denen Schülerinnen und Schüler mit allen anderen Arbeitsaufträgen frühzeitig fertig sind

An dieser Stelle wird auf die Sachanalysen zu den einzelnen Stunden sowie auf detailliertere Erläuterungen zur Planung und Durchführung verzichtet, da diese Aspekte einen wesentlichen Platz in der bereits vorhandenen Masterarbeit haben (Meyer, M. 2015). Alle Definitionen zu den fachlichen Inhalten der Stunde sind den Büchern *Graphentheorie* von Diestel, R. (2010), *Graphentheorie. Eine anwendungsorientierte Einführung* von Tittmann, P. (2011) und *Algorithmische Graphentheorie* von Turau, V. und Weyer, C. (2015) zu entnehmen.

8.4 Unterrichtsentwurf zur 1. Stunde

8.4.1 Aufbau der Unterrichtseinheit

Stunde	Thema - didaktischer Schwerpunkt
1	Darstellung und Bestandteile eines Graphen anhand des Kürzesten-Wege-Problems
2	Wiederholung und Vertiefung der Begriffe anhand des Schnellsten-Wege-Problems
3	Erarbeitung unterschiedlicher Eigenschaften von Graphen
4	Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes
5	Graphentheoretische Anwendungsbeispiele modellieren

8.4.2 Stundenziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

... benennen die Bestandteile eines Graphen, indem sie die Begriffe (Graph, Knoten, Kanten, Kantenbewertung) anhand von Beispielen wiedergeben (Anforderungsniveau I *Wissen* nach Bloom, B. S. u. a. (1973, S. 71 ff.)),

... berechnen die Längen von unterschiedlichen Wegen, indem sie die Einzellängen der Wegstrecken zu Gesamtweglängen addieren (Anforderungsniveau III *Anwendung* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 130 ff.)),

... ermitteln einen kürzesten Weg, indem sie alle Gesamtweglängen vergleichen (Anforderungsniveau IV *Analyse* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 156 ff.)).

8.4.3 Kompetenzraster

<table>
<tr><th colspan="4">Zuordnung zu den zu sichernden und aufzubauenden Kompetenzen</th></tr>
<tr><th colspan="2">Kompetenz-bereich</th><th>Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten
Die Schülerinnen und Schüler ...</th><th>Lerngelegenheiten
(werden aufgebaut durch)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Prozessbezogener Kompetenzbereich</td><td>Kommunizieren / Argumentieren</td><td>... beschreiben und begründen eigene Lösungswege / Vorgehensweisen und reflektieren darüber (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006, S. 15).</td><td>Während der Erarbeitungsphase äußern die SuS Vermutungen darüber, wie man einen kürzesten Weg finden kann, und führen die Berechnungen durch.</td></tr>
<tr><td>Modellieren</td><td>... beschreiben Sachprobleme in der Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch und beziehen die Ergebnisse auf die Ausgangssituation (vgl. ebd., S. 17).</td><td>Die SuS erkennen und beschreiben mit den Begriffen Knoten, Kanten und Kantenbewertung die Möglichkeit zur Ermittlung eines kürzesten Weges, berechnen die drei verschiedenen Weglängen und beziehen ihr Ergebnisse auf die Aufgabenstellung.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Inhaltsbezogener Kompetenzbereich</td><td rowspan="2">Zahlen und Operationen</td><td>... führen schriftliche Rechenverfahren sicher aus: Addition mit mehreren Summanden (vgl. ebd., S. 21).</td><td>Die SuS addieren die vorgegebenen Meterangaben schriftlich.</td></tr>
<tr><td>... entscheiden bei Sachaufgaben, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist (vgl. ebd., S. 22).</td><td>Den SuS fällt auf, dass sich die Wege nur um wenige Meter unterschieden, sodass eine Überschlagsrechnung nicht ausreicht und eine genaue Berechnung nötig ist.</td></tr>
</table>

8.4.4 Verlaufsplanung

Zeit	Phase	geplantes Unterrichtsgeschehen	Arbeits-/ Sozialformen	Medien	Didaktisch-methodischer Kommentar
1 min	Begrüßung	LP begrüßt die SuS.	Plenum		Die Begrüßung eröffnet den Mathematikunterricht.
5 min	Einstieg (offen)	Die SuS bilden vor der Tafel einen Halbkreis mit ihren Stühlen. Die LP öffnet die Tafel und es kommt ein Plakat zum Thema *Mias und Maiks Schulweg* als stiller Impuls zum Vorschein. Die SuS beschreiben eigenständig, was sie sehen. Nach ersten geäußerten Eindrücken hängt die LP ein weiteres Plakat daneben, auf dem der entsprechende Graph zu sehen ist. Die SuS sollen das Plakat beschreiben und es mit dem anschaulichen Bild vergleichen.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel, Plakat	Die SuS kommen leise und geordnet mit ihren Stühlen nach vorne. Durch die Präsentation der Plakate nacheinander können die SuS ihre Eindrücke nach und nach nennen und selbst Parallelen zwischen den Plakaten äußern. Der Zusammenhang zwischen Bild und Graph wird durch den Vergleich deutlich und es lassen sich die Straßen auf die Striche bzw. Kanten und die Häuser auf die Punkte bzw. Knoten übertragen.
5 min	Hinführung	Die LP erklärt den SuS, dass die Abbildung auf dem zweiten Plakat einen *Graph* darstellt und erläutert die Begriffe *Knoten*, *Kanten* und *Kantenbewertung* anhand des Beispiels. Diese vier Begriffe werden auf dem Plakat ergänzt.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel, Plakat	Da die Begriffe eigens von der LP vorgestellt und auf dem Plakat schriftlich ergänzt werden, erhalten die SuS einen ersten Einblick in die neue Thematik und kommen mit ersten begrifflichen Aspekten in Berührung.
8 min	Erarbeitung	Die LP fragt: „Wie viele Knoten besitzt der Graph? Wie viele Kanten hat der Graph? Wofür braucht man solch einen Graphen?“ Die LP erfragt, welche Wege zur Schule möglich sind, und lässt diese von den SuS mit deren Fingern auf dem Plakat nachziehen. Die LP bittet alle SuS, sich wieder auf ihre Plätze zu setzen.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel, Plakat	Die anschließenden Fragen dienen zur Sensibilisierung der Begriffe und zum Umgang mit diesen, sodass sie verinnerlicht werden können. Damit allen Kindern die drei möglichen Wege veranschaulicht werden, wird hier direkt mit dem Plakat gearbeitet und die Wege *abgefahren*. Dadurch soll sichergestellt werden, dass alle die Möglichkeiten nachvollziehen können. Die SuS nehmen ihre Stühle und setzen sich leise zurück auf ihre Plätze.

15 min	Übung / Anwendung	Die LP teilt das Arbeitsblatt *Mias und Maiks Schulweg* aus und bittet die SuS, die Aufgabenstellungen laut vorzulesen. Wenn die SuS keine Fragen haben, sollen sie mit der Bearbeitung der Aufgaben eigenständig beginnen.	Einzelarbeit (aufgabengleich)	Arbeitsblatt	Da die SuS bereits mit dem Plakat vertraut sind, wird das Arbeitsblatt mit einer ähnlichen Aufgabenstellung ausgeteilt. Damit dennoch alle SuS eigenständig damit arbeiten können, werden vorerst mögliche Fragen geklärt.
5 min	Ergebnissicherung (I) (Vergleich)	Im Anschluss werden die Lösungen verglichen und dadurch ein kürzester Weg gefunden. Die LP verteilt das Blatt *Das haben wir heute gemacht ...* . Ein SuS soll kurz mit eigenen Worten beschreiben, was auf dem Blatt zu sehen ist. Danach erklärt die LP, dass diese Anleitung als Hilfestellung für weitere Aufgaben dienen soll und fordert die SuS dazu auf, das Blatt in die Mappe abzuheften.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Arbeitsblatt, Lösungsblatt	Damit am Ende alle SuS die richtige Lösung haben und diese nachvollziehen können, erfolgt der Vergleich der Aufgaben im Plenum und das anschließende Austeilen des Lösungsblattes. Diese Art Anleitung können die SuS immer wieder zur Unterstützung nutzen. Der thematische Einstieg ist Voraussetzung für die weiteren Unterrichtsstunden, somit ist es wichtig, dass alle SuS das Vorgehen verstanden haben.
5 min	Ergebnissicherung (II) (Vertiefung)	Die LP teilt das Arbeitsblatt *Graphen* aus. Die SuS sollen die Aufgaben eigenständig bearbeiten und bei Fragen zuerst ihren Sitznachbarn um Hilfe bitten.	Einzelarbeit / Partnerarbeit (aufgabengleich)	Arbeitsblatt	Dieses Arbeitsblatt dient zur weiteren Übung und Vertiefung.
1 min	Verabschiedung	Die LP verabschiedet die SuS.			Die Verabschiedung schließt den Mathematikunterricht.

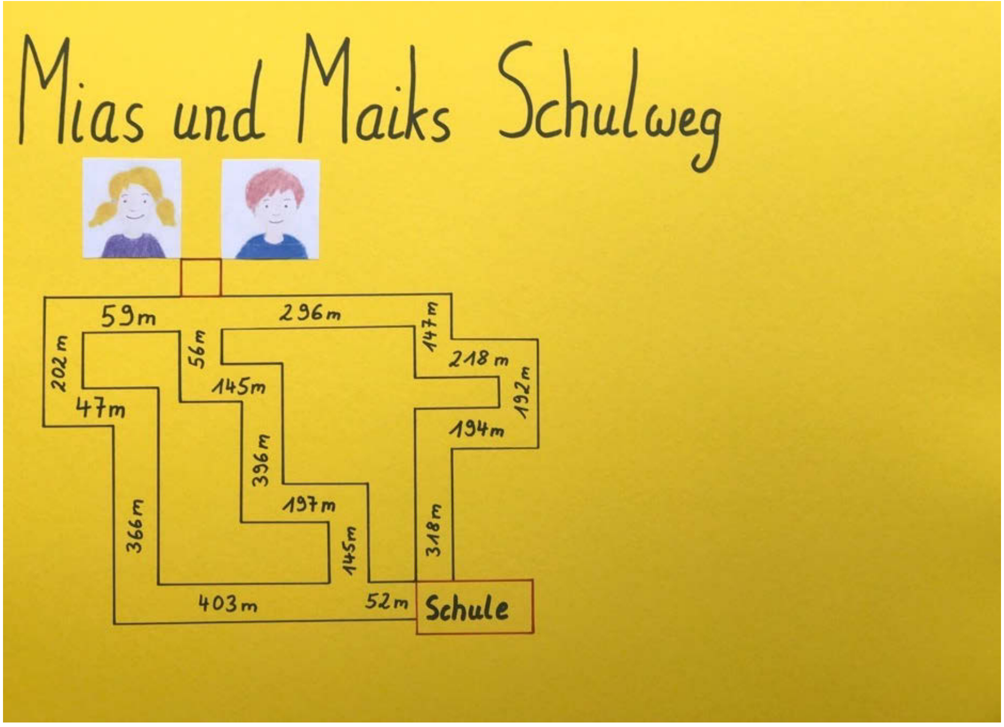
Didaktische Reserve:
Die SuS, die bereits vor dem gemeinsamen Vergleich des Arbeitsblattes *Mias und Maiks Schulweg* fertig sind, erhalten das Lösungsblatt *Das haben wir heute gemacht ...* . Dieses dient zur eigenständigen Kontrolle der gefundenen Lösung. Außerdem erhalten sie vorab das weitere Arbeitsblatt *Graphen*.

Sollbruchstelle:
Das Arbeitsblatt *Graphen* wird am Ende der Stunde nur ausgeteilt und die SuS sollen die Aufgaben zuhause bearbeiten. Der Vergleich der Ergebnisse des Arbeitsblattes wird auf die nächste Unterrichtsstunde verschoben und sich darauf beschränkt, dass die SuS sicher die vorgegebenen Begriffe anwenden können.

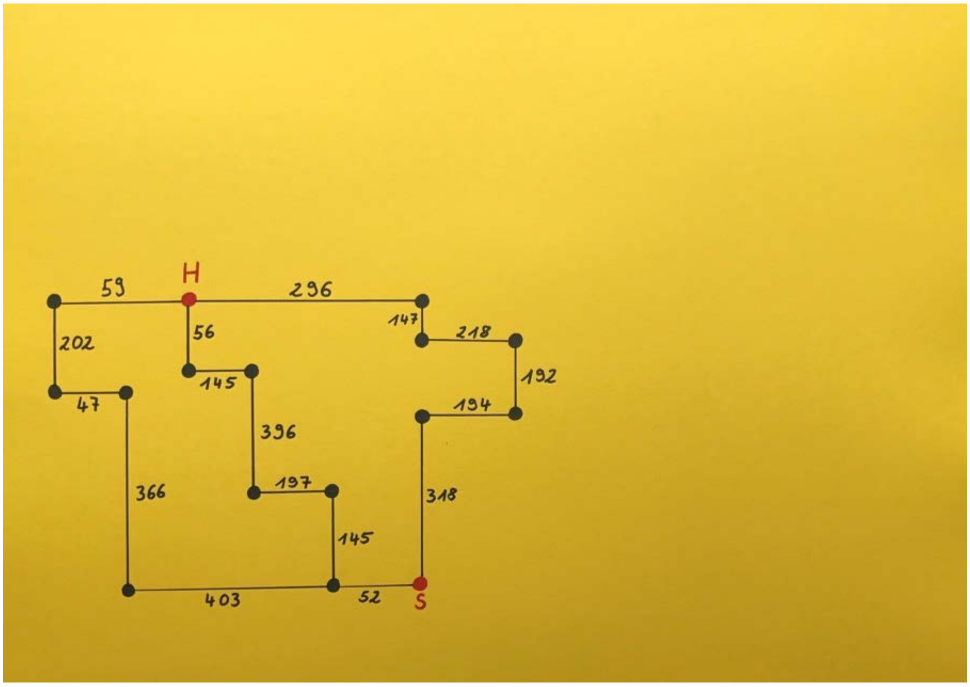
8.4.5 Materialien

- Plakat: *Mias und Maiks Schulweg*
- Plakat: *Graph*
- Arbeitsblatt: *Mias und Maiks Schulweg*
- Arbeitsblatt: *Graphen*
- Lösungsblatt: *Das haben wir heute gemacht ...*

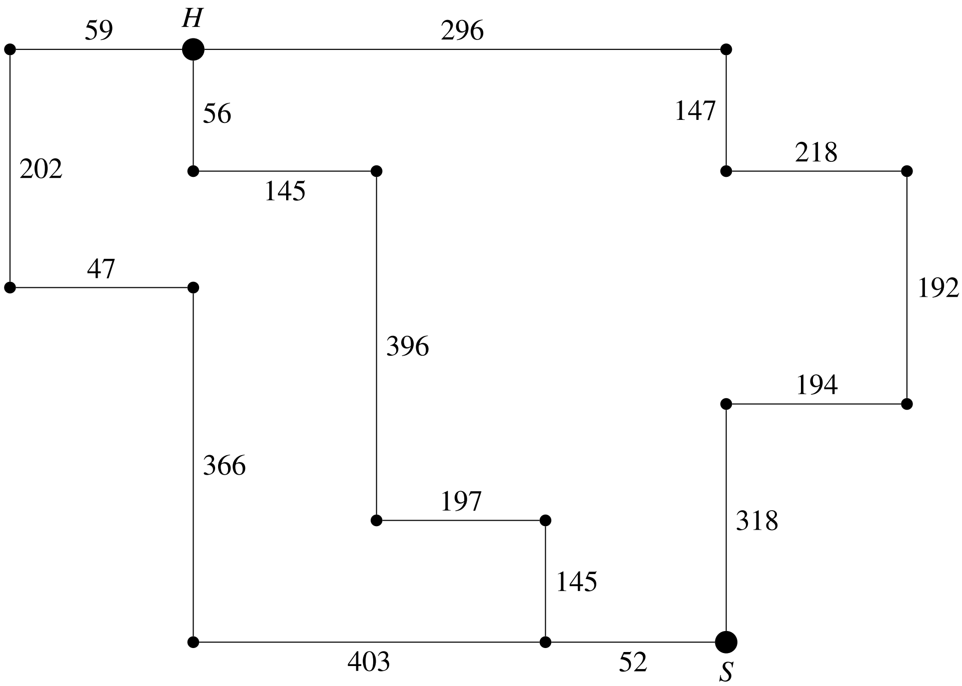
Plakat *Mias und Maiks Schulweg*



Plakat *Graph*



Mias und Maiks Schulweg



Aufgabe 1
Beschrifte den Graphen.

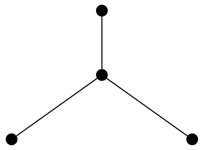
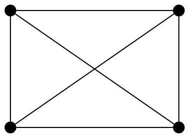
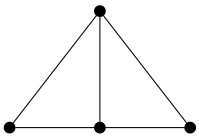
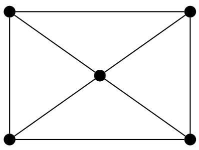
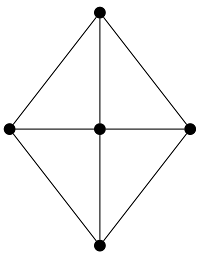
Aufgabe 2
Welche Wege können Mia und Maik zur Schule nehmen?
Markiere die Wege mit den Farben rot, blau und grün.

Aufgabe 3
Mia und Maik müssen sich heute sehr beeilen, um noch pünktlich in die Schule zu kommen.
Welchen der drei Wege sollten die beiden wählen?
Berechne die einzelnen Längen der Wege schriftlich in deinem Heft.
Achte bei deiner Rechnung auf die richtige Einheit.

HINWEIS:
Die Zahlen an den Kanten sind die Längen in Metern.

Graphen

Aufgabe 1
Wie viele Knoten und Kanten haben die Graphen?

Graph	Anzahl der Knoten	Anzahl der Kanten
		
		
		
		
		

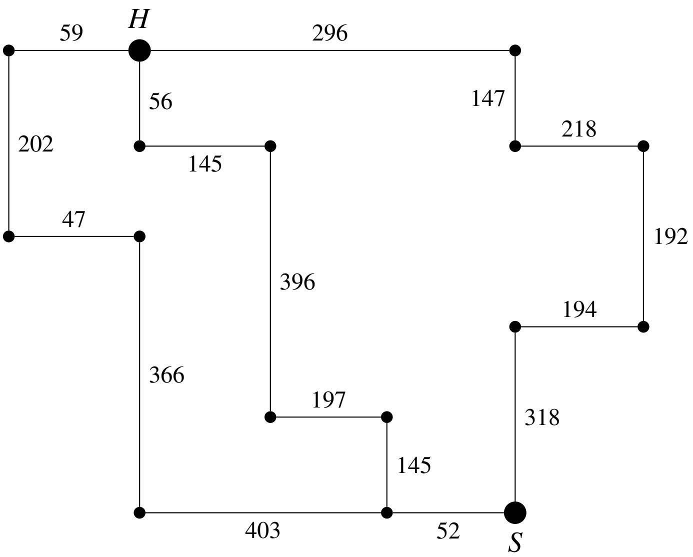
Aufgabe 2
Zeichne einen Graphen mit ...

a) 2 Knoten und 1 Kante.
b) 3 Knoten und 2 Kanten.
c) 4 Knoten und 3 Kanten.

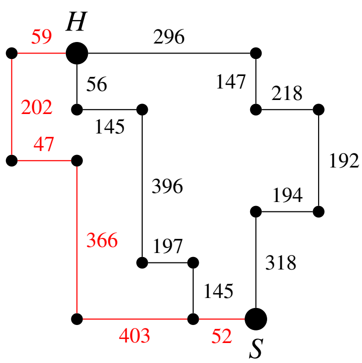
Das haben wir heute gemacht ...

Aufgabe:
Ein Weg mit der kürzesten Länge ist gesucht.
Welcher Weg ist der kürzeste? Wie lang ist der kürzeste Weg?

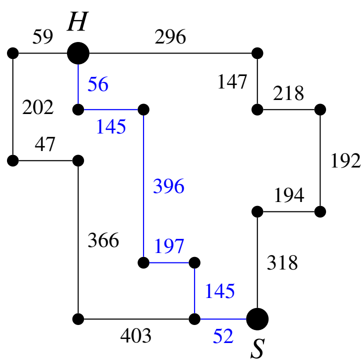
Hinweis: Die Zahlen an den Kanten sind die Längen der Strecken in Metern.



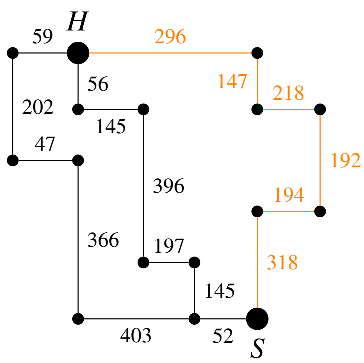
Schritt 1:
Suche alle möglichen Wege heraus und berechne die Längen aller Wege.



1129 m
$= 1{,}129$ km



991 m
$= 0{,}991$ km



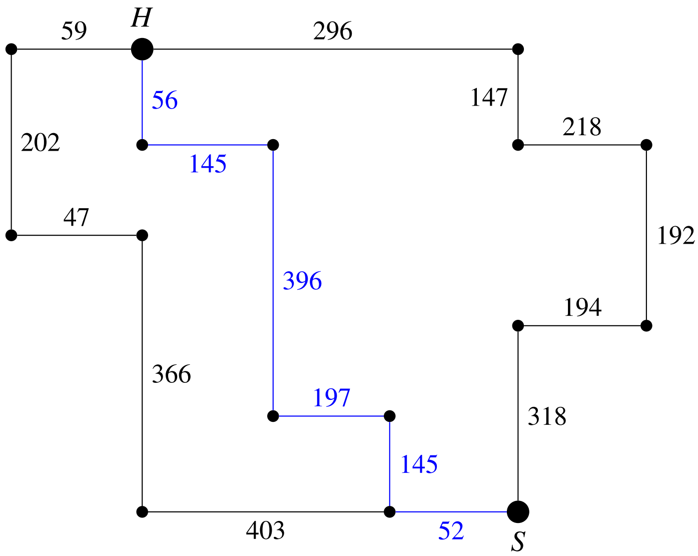
1365 m
$= 1{,}365$ km

Das haben wir heute gemacht ...

Schritt 2:
Vergleiche alle Weglängen. Der Weg mit der kürzesten Länge ist die Lösung.

$$0{,}991 \text{ km} < 1{,}129 \text{ km} < 1{,}365 \text{ km}$$

Schritt 3:
Die Lösung lautet:



Der blaue Weg ist am kürzesten.

Er ist 991 m ($= 0{,}991$ km) lang.

8.5 Unterrichtsentwurf zur 2. Stunde

8.5.1 Aufbau der Unterrichtseinheit

Stunde	Thema - didaktischer Schwerpunkt
1	Darstellung und Bestandteile eines Graphen anhand des Kürzesten-Wege-Problems
2	Wiederholung und Vertiefung der Begriffe anhand des Schnellsten-Wege-Problems
3	Erarbeitung unterschiedlicher Eigenschaften von Graphen
4	Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes
5	Graphentheoretische Anwendungsbeispiele modellieren

8.5.2 Stundenziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

... geben die Begriffe (Graph, Knoten, Kanten und Kantenbewertung) aus der letzten Stunde wieder (Anforderungsniveau I *Wissen* nach Bloom, B. S. u. a. (1973, S. 71 ff.)),

... entwerfen ihr eigenes *Graphen-Album* mit den bisherigen Begriffen, indem sie sich eigenständig Beispiele überlegen (Anforderungsniveau V *Synthese* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 174 ff.)),

... lösen die Aufgabenstellungen zum Finden eines schnellsten Weges, indem sie ihre Kenntnisse zum kürzesten Weg anwenden (Anforderungsniveau III *Anwendung* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 130 ff.)).

8.5.3 Kompetenzraster

Zuordnung zu den zu sichernden und aufzubauenden Kompetenzen			
Kompetenzbereich		**Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten** Die Schülerinnen und Schüler ...	**Lerngelegenheiten** (werden aufgebaut durch)
Prozessbezogener Kompetenzbereich	Modellieren	... beschreiben Sachprobleme in der Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch und beziehen die Ergebnisse auf die Ausgangssituation (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006, S. 17).	Die SuS erkennen, dass die Ermittlung eines schnellsten Weges analog zum kürzesten Weg erfolgt, berechnen die verschiedenen Wegzeiten und beziehen ihr Ergebnisse auf die Aufgabenstellung.
	Problemlösen	... bearbeiten vorgegebene Probleme eigenständig (vgl. ebd., S. 18).	Bei der Bearbeitung des Arbeitsblattes ist die Eigenständigkeit gefragt und die SuS müssen sich mit den Aufgaben auseinandersetzen.
Inhaltsbezogener Kompetenzbereich	Größen und Messen	... kennen und verwenden verschiedene Sprech- und Schreibweisen von Größen (vgl. ebd., S. 24).	Die SuS können die Zeiten mit den entsprechenden Einheiten ermitteln und die Minutenangaben in Stundenangaben umrechnen.
	Raum und Form	... fertigen Zeichnungen mit Hilfsmitteln sauber und sorgfältig an (vgl. ebd., S. 27).	Die SuS zeichnen Graphen in ihr Graphen-Album und beschriften ihre Skizzen sorgfältig.

8.5.4 Verlaufsplanung

Zeit	Phase	geplantes Unterrichtsgeschehen	Arbeits-/ Sozialformen	Medien	Didaktisch-methodischer Kommentar
1 min	Begrüßung	LP begrüßt die SuS.	Plenum		Die Begrüßung eröffnet den Mathematikunterricht.
8 min	Einstieg (an das Vorverständnis anknüpfen)	Die LP fragt die SuS, was in der letzten Stunde gemacht wurde und welche neuen Begriffe eingeführt wurden. Die Begriffe *Graph*, *Knoten*, *Kanten* und *Kantenbewertung* sollen einzelne SuS an die Tafel schreiben und kurz erläutern.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel	Die SuS werden angeregt, sich an das Plakat der letzten Stunde zu erinnern Die Wiederholung der neu eingeführten Begriffe schafft einen Rahmen für diese Stunde und wiederholt das Wesentliche.
3 min	Hinführung	Die LP teilt allen SuS die tabellarische Übersicht *Mein Graphen-Album* aus. Dieses sollen sie auf der Vorderseite mit ihrem Namen beschriften. Die LP fragt: „Warum habt ihr dieses Album von mir bekommen?“	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Album	Die SuS erkennen, dass sie in diesem Album alle neuen wichtigen Begriffe festhalten und dieses Album jederzeit zum Nachschlagen nutzen können. Durch die eigene Gestaltungsmöglichkeit des Albums wird bei den SuS Motivation erzeugt.
10 min	Erarbeitung	Die SuS tragen die Begriffe von der Tafel zusammen mit einer Skizze in ihr Album ein.	Einzelarbeit (aufgabengleich)	Album, Tafel	Die SuS können eigens gewählte Beispielgraphen skizzieren und dadurch ihr individuelles Album erstellen. Das Arbeitsblatt *Mias und Maiks Schulweg* aus der letzten Stunde kann zur Unterstützung herangezogen werden.
12 min	Vertiefung	Es wird das Arbeitsblatt *Ausflug mit dem Fahrrad* ausgeteilt. Die SuS sollen sich die Aufgabenstellungen durchlesen und die LP fragt, was die SuS machen müssen. Die SuS beginnen mit ihrem Sitznachbarn zu arbeiten.	Partnerarbeit	Arbeitsblatt	Durch die Wiederholung der Aufgabenstellungen mit eignen Worten wird sichergestellt, dass die SuS den Arbeitsauftrag verstanden haben. Die Partnerarbeit wirkt unterstützend, da die SuS sich gegenseitig ergänzen und austauschen können.

5 min	Ergebnis-sicherung (I)	Das Arbeitsblatt *Ausflug mit dem Fahrrad* wird verglichen.	Plenum	Arbeitsblatt	Da das Arbeitsblatt statt eines kürzesten Weges einen schnellsten Weg behandelt, ist ein gemeinsamer Vergleich an dieser Stelle sinnvoll, um allen die richtige Lösung darzustellen.
5 min	Ergebnis-sicherung (II)	Das Arbeitsblatt *Graphen* wird verglichen.	Plenum	Arbeitsblatt	Durch den Vergleich des Arbeitsblattes aus der vorherigen Stunde wird sichergestellt, dass alle die Begriffe richtig verwenden und einsetzen können.
1 min	Verabschiedung	Die LP verabschiedet die SuS.			Die Verabschiedung schließt den Mathematikunterricht.

Didaktische Reserve:
Die SuS, die bereits vor dem gemeinsamen Vergleich mit dem Arbeitsblatt fertig sind, zeigen sich gegenseitig ihr Graphenalbum und erklären sich untereinander die Begriffe.

Sollbruchstelle:
Der Vergleich der Ergebnisse des Arbeitsblattes *Graphen* wird auf die nächste Unterrichtsstunde verschoben.

8.5.5 Materialien

- Album: *Mein Graphen-Album*
- Arbeitsblatt: *Klassenausflug mit dem Fahrrad*

 ***Mein Graphen-Album*** 

Name: ________________________________

Klasse: __________

Begriff	Beispiel

Begriff	**Beispiel**

Begriff	Beispiel

Klassenausflug mit dem Fahrrad

Die Klasse von Mia und Maik plant gemeinsam mit ihrer Klassenlehrerin Frau Müller eine Fahrradtour. Diesen Ausflug hat Frau Müller den Kindern versprochen, denn alle haben in diesem Jahr die Fahrradprüfung bestanden.

Die Tour soll um 09:00 Uhr am Sportplatz beginnen und um 10:00 Uhr müssen alle Kinder in der Schule sein. Gemeinsam suchen sich die Kinder eine Strecke aus, bei der sie zuerst in Richtung Schwimmbad fahren, danach einen großen See erreichen und am Ende zur Grundschule fahren.

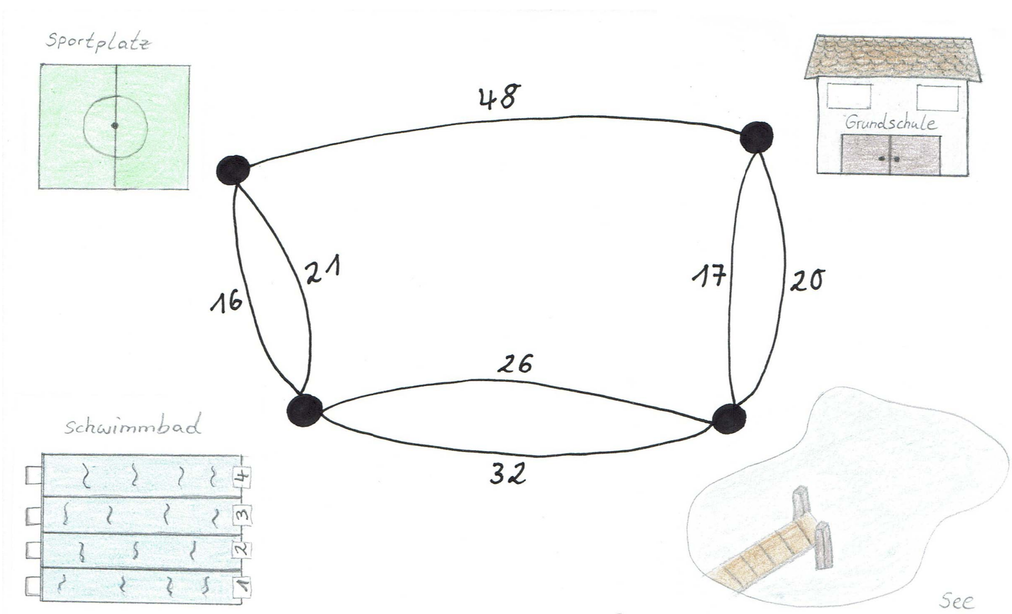
Aufgabe 1
Wie viel Zeit haben die Kinder für ihren Ausflug? Berechne die Anzahl der Minuten.

Aufgabe 2

a) Welche Strecke muss die Klasse fahren, damit alle wieder rechtzeitig zurück in der Schule sind? Markiere den richtigen Weg farbig.

b) Wie viele Minuten dauert dieser Weg?

HINWEIS:
Die Zahlen an den Kanten sind die Minuten, die für die Strecke mit dem Fahrrad benötigt werden.



8.6 Unterrichtsentwurf zur 3. Stunde

8.6.1 Aufbau der Unterrichtseinheit

Stunde	Thema - didaktischer Schwerpunkt
1	Darstellung und Bestandteile eines Graphen anhand des Kürzesten-Wege-Problems
2	Wiederholung und Vertiefung der Begriffe anhand des Schnellsten-Wege-Problems
3	Erarbeitung unterschiedlicher Eigenschaften von Graphen
4	Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes
5	Graphentheoretische Anwendungsbeispiele modellieren

8.6.2 Stundenziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

... beschreiben die Eigenschaften von abgebildeten Graphen, indem sie bekannte und eigens entwickelte Begriffe nutzen (Anforderungsniveau II *Verstehen* nach Bloom, B. S. u. a. (1973, S. 98 ff.)),

... vergleichen die Graphen und charakterisieren diese, indem sie den Graphen entsprechende Eigenschaften zuordnen (Anforderungsniveau II *Verstehen* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 98 ff.)),

... konstruieren jeweils für eine Eigenschaft einen zugehörigen Beispielgraphen (Anforderungsniveau V *Synthese* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 174 ff.)).

8.6.3 Kompetenzraster

Zuordnung zu den zu sichernden und aufzubauenden Kompetenzen			
Kompetenzbereich		**Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten** Die Schülerinnen und Schüler ...	**Lerngelegenheiten** (werden aufgebaut durch)
Prozessbezogener Kompetenzbereich	Kommunizieren / Argumentieren	... verwenden eingeführte mathematische Fachbegriffe sachgerecht (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006, S. 15).	Die SuS erinnern sich an die eingeführten Begriffe und können die dazugehörigen Aufgaben auf dem Arbeitsblatt lösen.
Inhaltsbezogener Kompetenzbereich	Raum und Form	... fertigen Zeichnungen mit Hilfsmitteln sauber und sorgfältig an (vgl. ebd., S. 27).	Die SuS zeichnen Graphen in ihr Heft und beschriften ihre Skizzen sorgfältig.
	Daten und Zufall	... entnehmen Medien Daten und interpretieren sie (vgl. ebd., S. 31).	Die SuS entnehmen der Folie Daten zur Unterschiedlichkeit von Graphen und können die Begriffe richtig zuordnen.

8.6.4 Verlaufsplanung

Zeit	Phase	geplantes Unterrichtsgeschehen	Arbeits-/ Sozialformen	Medien	Didaktisch-methodischer Kommentar
1 min	Begrüßung	LP begrüßt die SuS.	Plenum		Die Begrüßung eröffnet den Mathematikunterricht.
5 min	Einstieg (offen)	Die LP legt eine Folie mir unterschiedlichen Graphen und Begriffen bzw. Eigenschaften (wie z.B. Weg, Kreis, zusammenhängend) auf.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Folie, OHP	Durch das Medium OHP wird die Aufmerksamkeit der gesamten Klasse zu Beginn der Stunde nach vorne gelenkt. Die SuS können erste Vermutungen äußern.
10 min	Hinführung	Die SuS sollen diese Begriffe/Definitionen den entsprechenden Graphen zuordnen. Dafür kommen einzelne SuS nach vorne und ergänzen die Folie.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Folie, OHP	Die SuS können ihr bisheriges Wissen über Graphen weiter ausbauen und aus ihrer Intuition heraus den Graphen die richtigen Begriffe zuordnen, da diese zum Teil selbsterklärend sind. Dadurch wird ein Erfolgserlebnis für die SuS geschaffen, da sie ohne Kenntnisse aller Begriffe eine Zuordnung vornehmen können.
15 min	Erarbeitung	Es wird das Arbeitsblatt *Übungen mit Graphen* ausgeteilt. Die SuS lesen sich die Aufgaben durch und wenn keine Fragen mehr aufkommen, sollen sie die Aufgaben eigenständig bearbeiten.	Einzelarbeit (aufgabengleich)	Arbeitsblatt	Das Arbeitsblatt dient der Festigung aller bisher gelernten Begriffe und fordert die SuS dazu auf, sich mit diesen Begriffen auseinanderzusetzen.
5 min	Ergebnissicherung (I) (Vergleich)	Die Aufgaben vom Arbeitsblatt werden gemeinsam besprochen.	Plenum	Arbeitsblatt	Da die neuen Begriffe am Ende der Stunde noch einmal im Graphen-Album festgehalten werden sollen, ist es an dieser Stelle wichtig, dass alle SuS auf die gleichen Ergebnisse kommen und keine falschen Zuordnungen entstehen.

8 min	Ergebnis-sicherung (II) (Festigung der Definitionen)	Die SuS sollen die Begriffe von der Folie zusammen mit einer Skizze in ihr Album eintragen.	Einzelarbeit (aufgaben-gleich)	Album, Tafel, Folie, Arbeits-blatt	Die SuS halten alle neuen Begriffe zum Thema *Graphen* in ihrem Album fest. Als Anregung und zur Unterstützung kann die Folie oder das Arbeitsblatt *Übungen mit Graphen* dienen.
1 min	Verabschiedung	Die LP verabschiedet die SuS.			Die Verabschiedung schließt den Mathe-matikunterricht.

Didaktische Reserve:
Die SuS holen ihr Arbeitsblatt *Mias und Maiks Schulweg* heraus und wiederholen und erklären anhand des Graphen die einzelnen Begriffe aus ihrem *Graphen-Album* einem Mitschüler.

Sollbruchstelle:
Das Eintragen der Begriffe in das Graphen-Album wird auf die nächste Unterrichtsstunde verschoben und sich darauf beschränkt, dass die SuS das Arbeitsblatt fertig bearbeiten und die Aufgaben verglichen werden.

8.6.5 Materialien

- Folie: *Graphen*
- Arbeitsblatt: *Übungen mit Graphen*

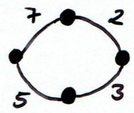
Folie *Graphen*

Graphen

Welche Begriffe sind zutreffend?
Kreise richtige Begriffe grün ein.
Streiche falsche Begriffe rot durch.

1) 

zusammenhängender Graph
nicht zusammenhängender Graph
kantenbewerteter Graph
Weg
Kreis

2) 

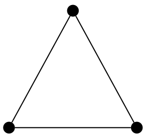
zusammenhängender Graph
nicht zusammenhängender Graph
kantenbewerteter Graph
Weg
Kreis

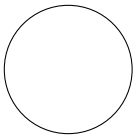
3) 

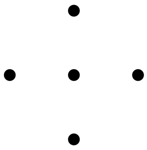
zusammenhängender Graph
nicht zusammenhängender Graph
kantenbewerteter Graph
Weg
Kreis

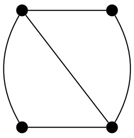
Übungen mit Graphen

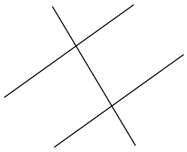
Aufgabe 1
Überlege dir, ob ein Graph vorliegt oder nicht.
Kreise alle Graphen mit einem Bleistift ein.

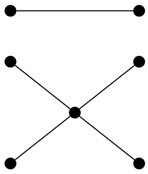
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

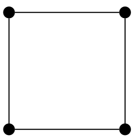
f) 

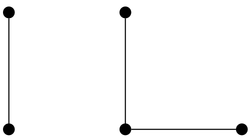
Aufgabe 2
Zeichne einen Weg mit ...
a) 5 Knoten. b) 7 Knoten.

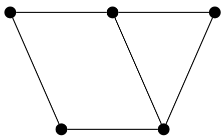
Wie viele Kanten hat der Graph in a)? ____________________

Wie viele Kanten hat der Graph in b)? ____________________

Aufgabe 3
Wie viele Kreise enthalten die Graphen?

a) 

b) 

c) 

________________ ________________ ________________

8.7 Unterrichtsentwurf zur 4. Stunde

8.7.1 Aufbau der Unterrichtseinheit

Stunde	Thema - didaktischer Schwerpunkt
1	Darstellung und Bestandteile eines Graphen anhand des Kürzesten-Wege-Problems
2	Wiederholung und Vertiefung der Begriffe anhand des Schnellsten-Wege-Problems
3	Erarbeitung unterschiedlicher Eigenschaften von Graphen
4	Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes
5	Graphentheoretische Anwendungsbeispiele modellieren

8.7.2 Stundenziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

... interpretieren ein Anwendungsbeispiel aus dem Alltag als einen Graphen, indem sie die Begriffe Knoten und Kanten nutzen (Anforderungsniveau II *Verstehen* nach Bloom, B. S. u. a. (1973, S. 98 ff.)),

... führen eine konkrete Vorgehensweise zur Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes durch (Anforderungsniveau III *Anwendung* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 130 ff.)),

... ermitteln einen minimal aufspannenden Baum, indem sie die Vorgehensweise eigenständig durchführen (Anforderungsniveau IV *Analyse* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 156 ff.)).

8.7.3 Kompetenzraster

<table>
<tr><th colspan="4">Zuordnung zu den zu sichernden und aufzubauenden Kompetenzen</th></tr>
<tr><th colspan="2">Kompetenz-bereich</th><th>Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten
Die Schülerinnen und Schüler ...</th><th>Lerngelegenheiten
(werden aufgebaut durch)</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Prozessbezogener Kompetenzbereich</td><td>Darstellen / Didaktisches Material verwenden</td><td>... nutzen geeignete Formen der Darstellung für das Bearbeiten mathematischer Aufgaben (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006, S. 16).</td><td>Die SuS können die Darstellung eines Graphen mit den Stühlen und Zetteln auf die mathematische Aufgabe zur Berechnung einer Straßenlänge übertragen.</td></tr>
<tr><td>Modellieren</td><td>... entnehmen Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen und tragen diese weitgehend selbstständig zusammen (vgl. ebd., S. 17).</td><td>Während der Erarbeitungsphase müssen die SuS anhand der Beispielgraphen mit den Stühlen in der Lage sein, wesentliche Informationen zum Ausgangsgraphen und zum Graphen am Ende herauszufinden und zu sammeln.</td></tr>
<tr><td>Problemlösen</td><td>... nutzen Zusammenhänge und übertragen sie auf ähnliche Sachverhalte (vgl. ebd., S. 18).</td><td>Die SuS erinnern sich an die Zusammensetzung eines Graphen und erkennen die Knoten und Kanten in Bezug auf die Stühle und Zettel wieder.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Inhaltsbezogener Kompetenzbereich</td><td rowspan="2">Zahlen und Operationen</td><td>... rechnen mit Zahlen mündlich und halbschriftlich (vgl. ebd., S. 20).</td><td>Die SuS errechnen mündlich die Gesamtlängen der nötigen Straßen, die gebaut werden müssen.</td></tr>
<tr><td>... wenden Rechengesetze situationsgerecht an (vgl. ebd., S. 21).</td><td>Bei der Berechnung der Straßenlängen ist es sinnvoll, das Kommutativgesetz anzuwenden, um eine günstige Reihenfolge der zu addierenden Zahlen zu bilden.</td></tr>
<tr><td>Größen und Messen</td><td>... lösen Sachaufgaben mit Größen und formulieren Antworten passend zu den Fragestellungen (vgl. ebd., S. 25).</td><td>Die SuS sind in der Lage, die Straßenlängen mit der Größenangabe Meter richtig zu berechnen und die entsprechende Antwort mit der Einheit zu nennen.</td></tr>
<tr><td>Raum und Form</td><td>... bauen nach mündlichen, schriftlichen oder zeichnerischen Vorgaben (vgl. ebd., S. 26).</td><td>Die SuS sollen nach den mündlichen Anweisungen der LP die 10 Stühle richtig anordnen.</td></tr>
</table>

8.7.4 Verlaufsplanung

Zeit	Phase	geplantes Unterrichtsgeschehen	Arbeits-/ Sozialformen	Medien	Didaktisch-methodischer Kommentar
1 min	Begrüßung	LP begrüßt die SuS.	Plenum		Die Begrüßung eröffnet den Mathematikunterricht.
4 min	Einstieg (offen)	Die LP bittet die SuS, alle Stühle und Tische an die Seite zu stellen. Dann werden zehn Stühle in die Mitte gestellt, sodass jeweils drei Stühle neben- und hintereinander stehen und an einer Stelle zwei Stühle direkt nebeneinander sind (hier „wohnen“ Mia und Maik). Die LP bittet 10 freiwillige SuS, sich auf die Stühle zu setzen. Die restlichen SuS stellen sich herum.	Plenum	Stühle	Die SuS räumen leise die Stühle an den Rand. Der offene Einstieg erzeugt bei den SuS Aufmerksamkeit und dient dazu, den SuS eine neue Art der Graphendarstellung zu präsentieren. Außerdem wird die Mitarbeit der SuS gefordert, da sich zehn Freiwillige finden müssen.
5 min	Hinführung	Zwischen die Stühle legt die LP Zettel als stillen Impuls. Anschließend fragt sie: „Was wird hiermit dargestellt?“ und erst im Anschluss „Welche Eigenschaften hat dieser Graph?“	Plenum Lehrer-Schüler-Gespräch	Stühle und Zettel	Durch die geforderte Interpretation der Darstellung erkennen die SuS den Graphen und können aufgrund der vorherigen Stunden erste Eigenschaften wie *zusammenhängend*, *kantenbewertet* und *Kreis* nennen.
3 min	Erarbeitung (I)	Die LP erklärt, dass es sich hierbei um ein Wohngebiet handeln soll. Die zehn SuS wohnen jeweils in einem Haus auf einem der Grundstücke, wobei auf einem Grundstück Mias und Maiks Haus steht. Die Zettel sollen die Straßen darstellen. „Aus wie vielen Häusern besteht das Wohngebiet?“	Plenum Lehrer-Schüler-Gespräch	Stühle und Zettel	Es wird eine Beziehung zwischen den mathematischen Begriffen und den Alltagsbegriffen erzeugt, mit denen die SuS arbeiten und rechnen sollen.

12 min	Erarbeitung (II)	Die LP erteilt den Arbeitsauftrag: „Es sollen zwischen den einzelnen Häusern Straßen gebaut werden. Welche Straßenlänge müsste eigentlich gebaut werden?“ Die LP notiert das Ergebnis an der Tafel. Die LP erklärt: „Die Straßen kosten sehr viel Geld. Die Stadt Hildesheim möchte so wenig Geld wie möglich für den Straßenbau ausgeben. Aber es sollen alle Grundstücke durch Straßen miteinander verbunden sein.“ (Falls den SuS die Aufgabe nicht bewusst wird, ergänzt die LP: „Welche Straßen können weggelassen werden, sodass immer noch alle Grundstück miteinander verbunden sind?“) Die SuS entfernen nach und nach die Kanten mit der höchsten Kantenbewertung und überprüfen nach jeder Wegnahme, ob immer noch alle Häuser miteinander verbunden sind (SuS reichen sich die Hände, wo Kanten sind). Die LP befragt die SuS, welche Straßenlänge nun insgesamt gebaut werden muss, und notiert das Ergebnis erneut an der Tafel.	Plenum Lehrer-Schüler-Gespräch	Stühle, Zettel und Tafel	Durch die mündlichen Fragen addieren die SuS die entsprechenden Straßenlängen im Kopf.
8 min	Zusammenfassung	Die SuS sollen die Ergebnisse miteinander vergleichen und die Bedeutung erklären können. Die LP bittet alle SuS, die Tischordnung wieder herzustellen und sich auf ihre Plätze zu setzen. Währenddessen malt die LP noch einmal den Ausgangsgraphen und den Endgraphen an die Tafel.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel	Die SuS müssen an dieser Stelle erneut die Bedeutung des *neuen* Graphen herausfinden und erkennen, dass Kosten eingespart werden können, indem nur ein Teil der Straßen gebaut wird.

5 min	Ergebnis-sicherung (I)	Die LP fragt nach den Eigenschaften dieses *neuen* Graphen (Knoten-, Kantenanzahl, zusammenhängend, nicht zusammenhängend, Kreise, keine Kreise). Sie erklärt den SuS, dass dieser zusammenhängende, kreislose Graph ein *Baum* ist.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel	Die SuS erkennen Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Graphen und können mit Hilfe der erlernten Begriffe die wesentlichen Eigenschaften nennen.
2 min	Ergebnis-sicherung (II)	Die LP verteilt das Blatt *Das haben wir heute gemacht ...*. Ein SuS soll kurz mit eigenen Worten beschreiben, was auf dem Blatt zu sehen ist. Danach erklärt die LP, dass diese Anleitung als Hilfestellung für weitere Aufgaben dienen soll und fordert die SuS dazu auf, das Blatt in die Mappe abzuheften.	Frontalunterricht Lehrer-Schüler-Gespräch	Lösungsblatt	Damit am Ende alle SuS die richtige Lösung haben und diese nachvollziehen können, erfolgt das Austeilen des Lösungsblattes. Diese Art Anleitung können die SuS immer wieder zur Unterstützung nutzen.
4 min	Ergebnis-sicherung (III)	Die SuS sollen *Mein Graphen-Album* hervorholen und den neuen Begriff *Baum* zusammen mit einem Beispiel eintragen.	Einzelarbeit (aufgaben-gleich)	Album	Die SuS können sich an dieser Stelle einen eigenen Graphen überlegen, der einen Baum darstellt, und ihr Album damit ergänzen.
1 min	Verabschiedung	Die LP verabschiedet die SuS.			Die Verabschiedung schließt den Mathematikunterricht.

Didaktische Reserve:
Im Anschluss an die Ergebnissicherung zeigen sich die SuS gegenseitig ihre Einträge im Graphenalbum und kontrollieren diese.

Sollbruchstelle:
Die Ergänzung im Graphen-Album wird auf die nächste Stunde verschoben.

8.7.5 Materialien

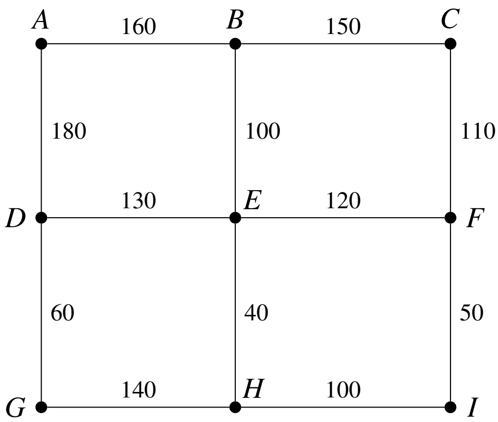
- Schilder
- Lösungsblatt: *Das haben wir heute gemacht ...*

Schilder

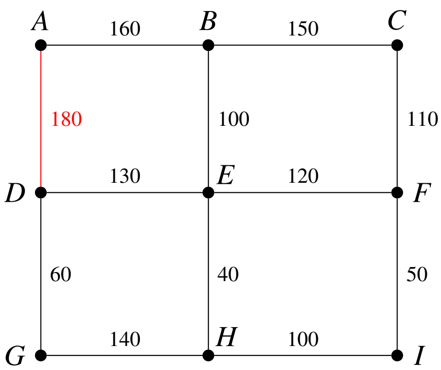
Das haben wir heute gemacht ...

Aufgabe:
Die Häuser A bis I sollen durch Straßen verbunden werden.
Der Straßenbau soll so wenig Geld wie möglich kosten.
Welche Straßenlänge muss gebaut werden?

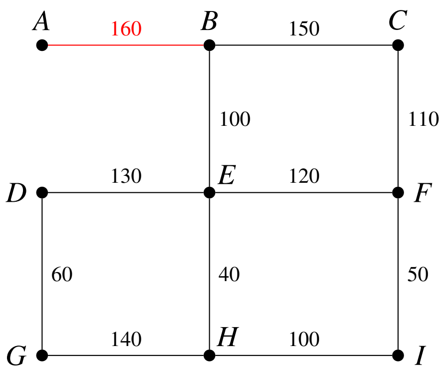
Hinweis: Die Zahlen an den Kanten sind die Abstände der Häuser in Metern.



Schritt 1:
Entferne die Kanten mit der höchsten Kantenbewertung.
Diese Kanten sind die längsten Straßen und kosten am meisten Geld.
Achte beim Wegnehmen von Kanten darauf, dass immer noch alle Häuser miteinander verbunden sind.

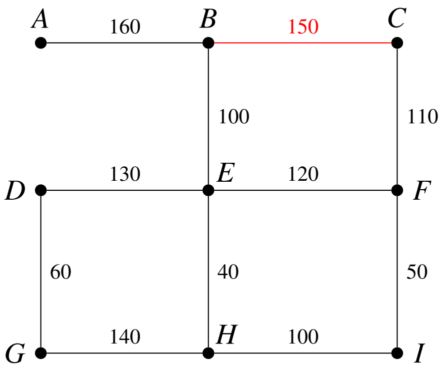


Die Kante 180 wird entfernt.

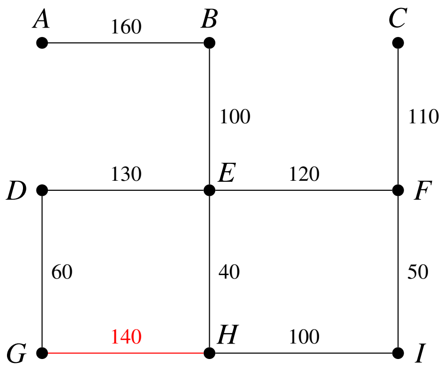


Die Kante 160 darf **nicht** entfernt werden,
weil man sonst das Haus **A**
nicht erreichen kann.

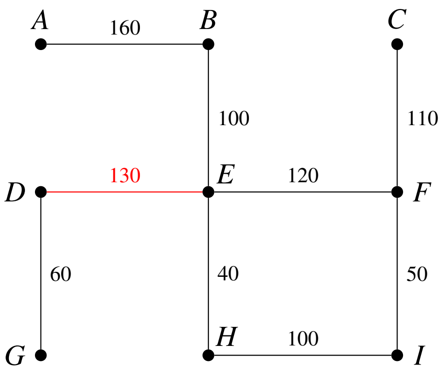
Das haben wir heute gemacht ...



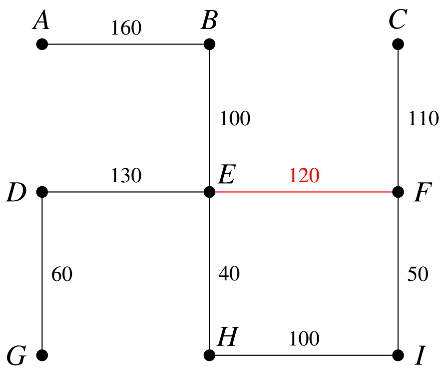
Die Kante 150 wird entfernt.



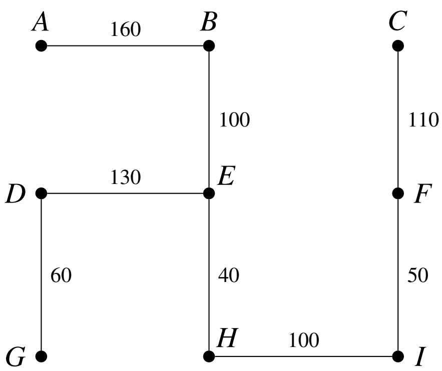
Die Kante 140 wird entfernt.



Die Kante 130 darf **nicht** entfernt werden,
weil man sonst die Häuser **D** und **G**
nicht erreichen kann.



Die Kante 120 wird entfernt.



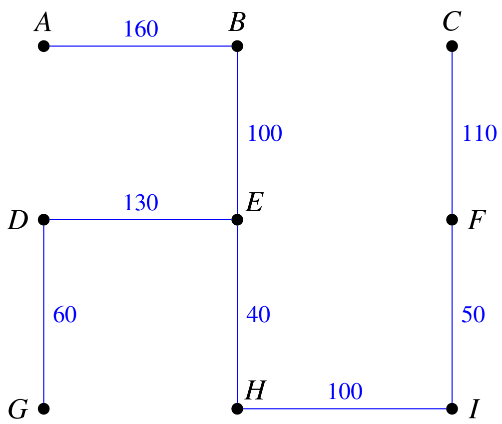
Jetzt darf **keine** Kante mehr entfernt werden.

Das haben wir heute gemacht ...

Schritt 2:
Wenn keine Straßen mehr entfernt werden dürfen:
Berechne die Straßenlänge.

$$160 \text{ m} + 100 \text{ m} + 130 + 60 + 40 + 100 + 110 + 50 = 750 \text{ m}$$

Schritt 3:
Die Lösung lautet:



Es muss eine Straßenlänge von 750 Metern gebaut werden, damit alle Häuser miteinander verbunden sind.

8.8 Unterrichtsentwurf zur 5. Stunde

8.8.1 Aufbau der Unterrichtseinheit

Stunde	Thema - didaktischer Schwerpunkt
1	Darstellung und Bestandteile eines Graphen anhand des Kürzesten-Wege-Problems
2	Wiederholung und Vertiefung der Begriffe anhand des Schnellsten-Wege-Problems
3	Erarbeitung unterschiedlicher Eigenschaften von Graphen
4	Ermittlung eines minimal aufspannenden Baumes
5	Graphentheoretische Anwendungsbeispiele modellieren

8.8.2 Stundenziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

... modellieren anhand einer vorgegebenen Situation aus dem Alltag einen Graphen, dabei abstrahieren sie von der Ausgangssituation so weit wie möglich und nicht relevante Aspekte werden nicht in die Modellierung aufgenommen (z. B. die Straßenbreite) (Anforderungsniveau III *Anwendung* nach Bloom, B. S. u. a. (1973, S. 130 ff.), Anforderungsniveau IV *Analyse* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 156 ff.) und Anforderungsniveau V *Synthese* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 174 ff.)),

... berechnen die Längen eines kürzesten Weges und eines kostengünstigsten Leitungsnetzes (Anforderungsniveau III *Anwendung* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 130 ff.)),

... erläutern und beurteilen ihre Lösungen im Hinblick auf die eigens entwickelten Fragestellungen (Anforderungsniveau II *Verstehen* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 98 ff.) und Anforderungsniveau VI *Evaluation* nach Bloom, B. S. u. a. (ebd., S. 200 ff.)).

8.8.3 Kompetenzraster

Zuordnung zu den zu sichernden und aufzubauenden Kompetenzen			
Kompetenzbereich		**Erwartungen, Kenntnisse, Fertigkeiten** Die Schülerinnen und Schüler ...	**Lerngelegenheiten** (werden aufgebaut durch)
Prozessbezogener Kompetenzbereich	Kommunizieren / Argumentieren	... beschreiben mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und finden dazu Fragestellungen (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2006, S. 15).	Während der Erarbeitungsphase sind die SuS in der Lage, zu den gegebenen Problemsituationen den graphentheoretischen Hintergrund zu erkennen und passende Fragestellungen zu formulieren.
		... beschreiben und begründen eigene Lösungswege / Vorgehensweisen (vgl. ebd., S. 15).	Die gefundenen Lösungswege und Vorgehensweisen stellen die SuS am Ende der Stunde ihren Mitschülern vor.
	Modellieren	... entnehmen Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen und tragen diese weitgehend selbstständig zusammen (vgl. ebd., S. 17).	Anhand der geschilderten Ausgangssituationen können die SuS alle wesentlichen Informationen herausfiltern und festhalten.
		... beschreiben Sachprobleme in der Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch und beziehen die Ergebnisse auf die Ausgangssituation (vgl. ebd., S. 17).	Die SuS beziehen die Problemstellungen auf den Bereich der Graphentheorie, lösen die Probleme mit Hilfe graphentheoretischer Vorgehensweisen und stellen einen Zusammenhang zwischen den Ausgangssituationen und den Ergebnissen her.
	Problemlösen	... stellen Fragen in mathematischen Situationen (vgl. ebd., S. 18).	Die SuS erkennen die mathematische Problemstellung und können eine Fragestellung formulieren.
		... beschreiben Lösungswege mit eigenen Worten und überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse (vgl. ebd., S. 18).	Während der Ergebnissicherung beschreiben die SuS ihre Vorgehensweise zur Ermittlung der Lösung, die anderen SuS überprüfen das gefundene Ergebnis.
Inhaltsbezogener Kompetenzbereich	Größen und Messen	... rechnen mit Größen und führen dabei Überschlagsrechnungen aus, wenn es die Aufgabe nahelegt (vgl. ebd., S. 20).	Die Straßenlängen mit Meterangaben können zunächst zur Ermittlung der Gesamtlängen überschlagen werden.
		... setzen ihr Wissen im Umgang mit allen relevanten Größenbereichen ein, um Frage- und Problemstellungen zu klären (vgl. ebd., S. 25).	Zur Formulierung einer geeigneten Fragestellung und der passenden Antwort wenden die SuS ihr Wissen zum Größenbereich Meter korrekt an.

8.8.4 Verlaufsplanung

Zeit	Phase	geplantes Unterrichtsgeschehen	Arbeits-/ Sozialformen	Medien	Didaktisch-methodischer Kommentar
1 min	Begrüßung	LP begrüßt die SuS.	Plenum		Die Begrüßung eröffnet den Mathematikunterricht.
7 min	Einstieg (an das Vorverständnis anknüpfen)	Die LP fragt die SuS, wofür man die Graphen überhaupt benötigt und was man mit ihr machen kann (*Mein Graphen-Album* kann zur Unterstützung genutzt werden.) Die LP ergänzt Beispiele zur Anwendung (Navigationssysteme berechnen kürzeste Wege, Computer ermitteln minimale Bäume, ...).	Plenum Lehrer-Schüler-Gespräch		Der Einstieg dient zur Wiederholung und Anknüpfung an das Vorverständnis der SuS aus den letzten Unterrichtsstunden dieser Einheit. Sie sollen sich noch einmal Gedanken zum Nutzen und zur Bedeutung der Graphen machen, wodurch sie für diese Thematik weiterhin sensibilisiert werden.
2 min	Hinführung	Die LP erzählt den SuS, dass in dieser Stunde eine Gruppenarbeit stattfindet, bei der sich jede Gruppe mit einer bestimmten Ausgangssituation beschäftigt (15min Zeit). Am Ende der Stunde präsentiert jede Gruppe ihr Ergebnis auf einem Plakat den Mitschülern. Die LP zeigt den SuS die Gruppeneinteilung anhand einer Folie, bittet alle SuS, sich in ihren Gruppen zusammenzusetzen und verteilt die Arbeitsblätter und Plakate.	Plenum Lehrer-Schüler-Gespräch	Folie, Arbeitsblatt, Plakate	Die Gruppeneinteilung erfolgte vorab durch die LP, um leistungshomogene Gruppen zu erzielen. Durch die genauen Erläuterungen zur Gruppenarbeit wird sichergestellt, dass allen SuS der Arbeitsauftrag bewusst ist.
20 min	Erarbeitung	Die Gruppen sollen mit der Bearbeitung ihrer Aufgabe beginnen. Sofern eine Gruppe Schwierigkeiten mit der Erstellung des Graphen hat, teilt die LP den bereits vorgefertigten Graphen an die Gruppe aus (Hilfszettel). Die Lösungsblätter *Das haben wir heute gemacht ...* können zur Unterstützung herangezogen werden.	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt, Plakate, Lösungsblätter	Damit die SuS vorerst eigenständig an die Aufgabe herangehen, finden keinerlei Besprechungen mit de LP vorab statt. Die SuS sollen sich untereinander unterstützen und ergänzen. Sobald die LP merkt, dass eine Gruppe große Schwierigkeiten bei der Erstellung des zugehörigen Graphens hat, teilt sie diesen SuS den Graphen aus, damit die Gruppe Berechnungen durchführen kann.

14 min	Ergebnis-sicherung	Die vier Gruppen stellen nacheinander die Situation ihrer Aufgabe der Klasse vor und erläutern ihre Ergebnisse anhand der Plakate. Das Plakat wird für alle sichtbar an die Tafel gehängt. Die Mitschüler kommentieren im Anschluss das Vorgetragene und die Darstellung auf dem Plakat.	Gruppenvortrag	Plakate	Die SuS müssen an dieser Stelle ihren Mitschülern die Aufgabenstellung vorstellen, den Graphen erläutern und ihren Lösungsweg für alle beschreiben. Dadurch soll sichergestellt werden, dass alle SuS dem Lösungsweg einer Gruppe folgen können, sie diesen kontrollieren und mit ihren jeweiligen eigenen Gruppenaufgaben in Beziehung setzen.
1 min	Verabschiedung	Die LP verabschiedet die SuS.			Die Verabschiedung schließt den Mathematikunterricht.

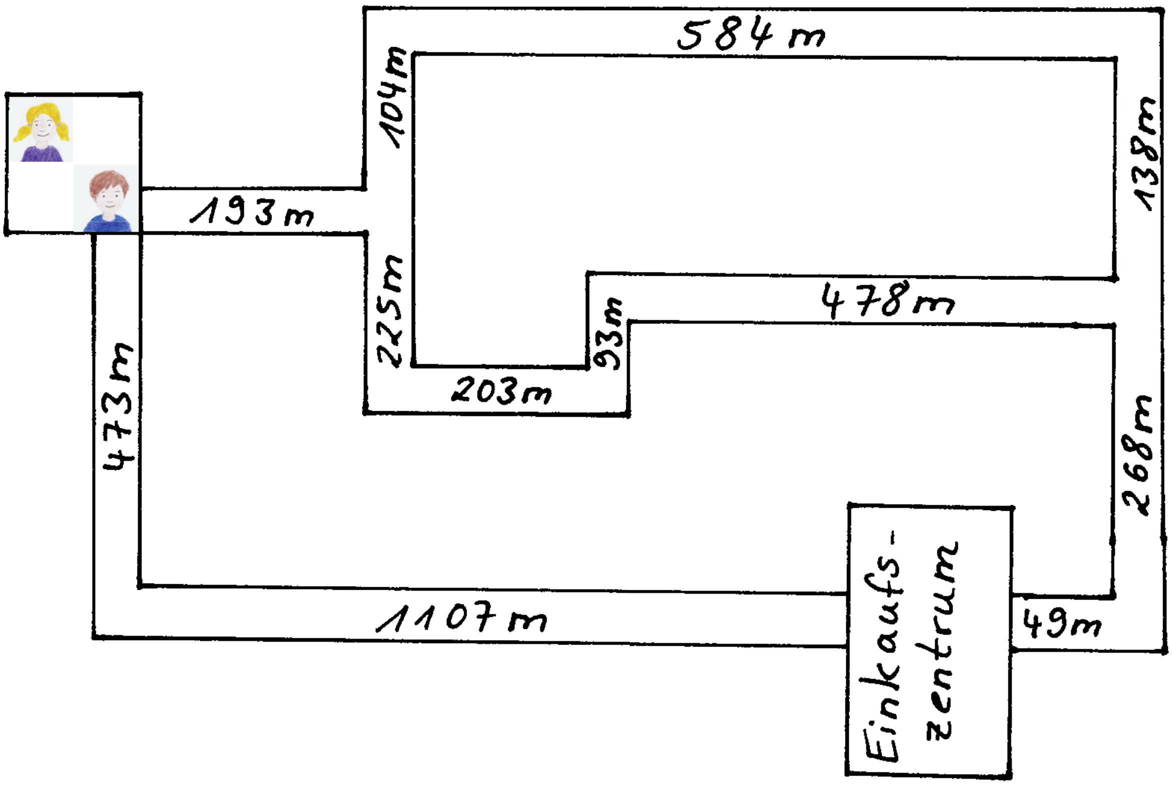
Abschluss:
Im Anschluss an die Ergebnissicherung fasst die LP noch einmal die Ergebnisse der Unterrichtseinheit kurz zusammen. Außerdem erzählt die LP den SuS, dass in diesen Stunden nur ein sehr kleiner Teil aus dem Bereich der Graphen behandelt wurde und es noch viele weitere Möglichkeiten gibt, Alltagssituationen und Problemstellungen mathematisch mit der Hilfe von Graphen darzustellen und zu lösen.

8.8.5 Materialien

- Folie: *Gruppeneinteilung* (leere Folien wurden jeweils den Studierenden ausgehändigt und von diesen eigenständig erstellt)
- Arbeitsblätter: *Gruppe 1*, *Gruppe 2*, *Gruppe 3* und *Gruppe 4*
- Hilfszettel: *Gruppe 1*, *Gruppe 2*, *Gruppe 3* und *Gruppe 4*

Gruppe 1

Mia und Maik freuen sich schon sehr auf ihren Urlaub in den Sommerferien an der See.
Da beide sehr gerne im Wasser schwimmen, bekommen Mia und Maik für den Urlaub neue Badekleidung. Zusammen gehen sie mit ihrer Mutter in ein Einkaufszentrum und suchen sich einen Badeanzug und eine Badehose aus. Nach dem Einkauf wollen die Kinder keine Umwege gehen müssen, damit sie die neue Kleidung sofort im Swimming-Pool zuhause ausprobieren können.

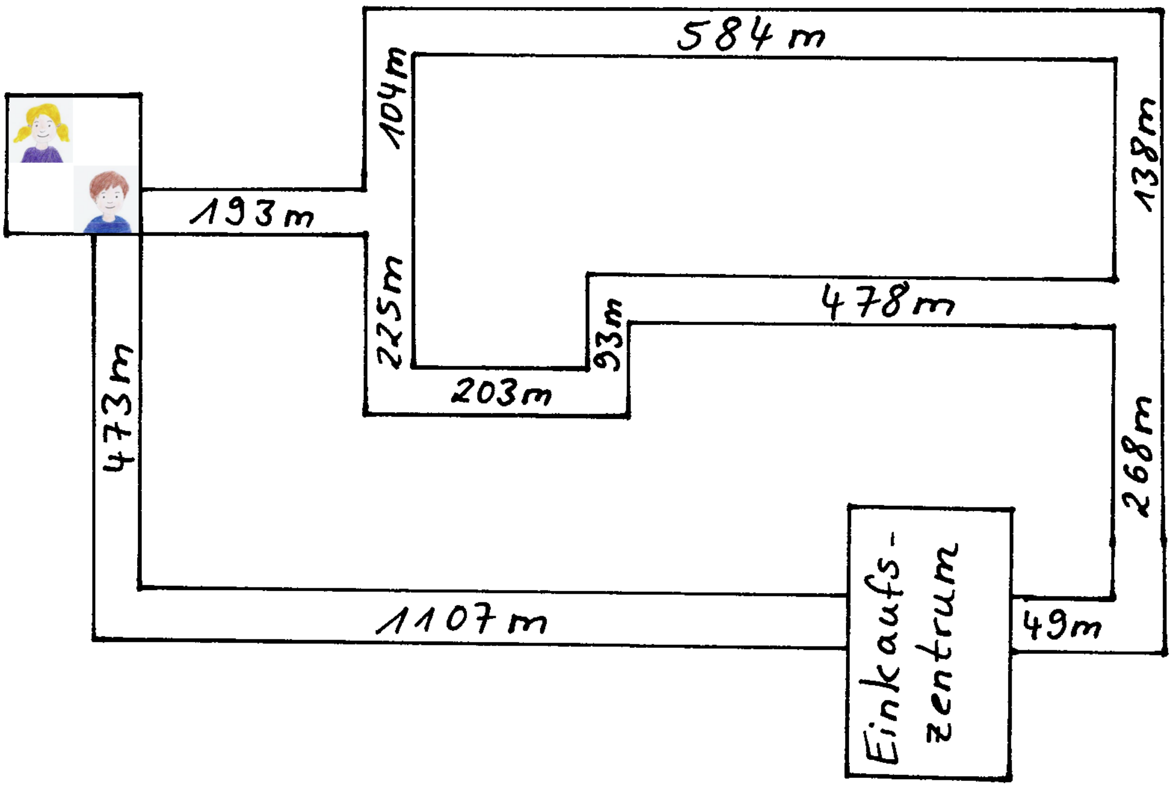


Aufgaben:

1. Erstelle den zugehörigen Graphen.
2. Formuliere eine passende Frage.
3. Berechne die Lösung und formuliere eine Antwort.

Gruppe 2

Mia und Maik freuen sich schon sehr auf ihren Urlaub in den Sommerferien an der See.
Da beide sehr gerne im Wasser schwimmen, bekommen Mia und Maik für den Urlaub neue Badekleidung. Zusammen mit ihrer Mutter wollen sie im Einkaufszentrum einen Badeanzug und eine Badehose kaufen. Weil die Läden schon bald schließen, müssen sie sich sehr beeilen.

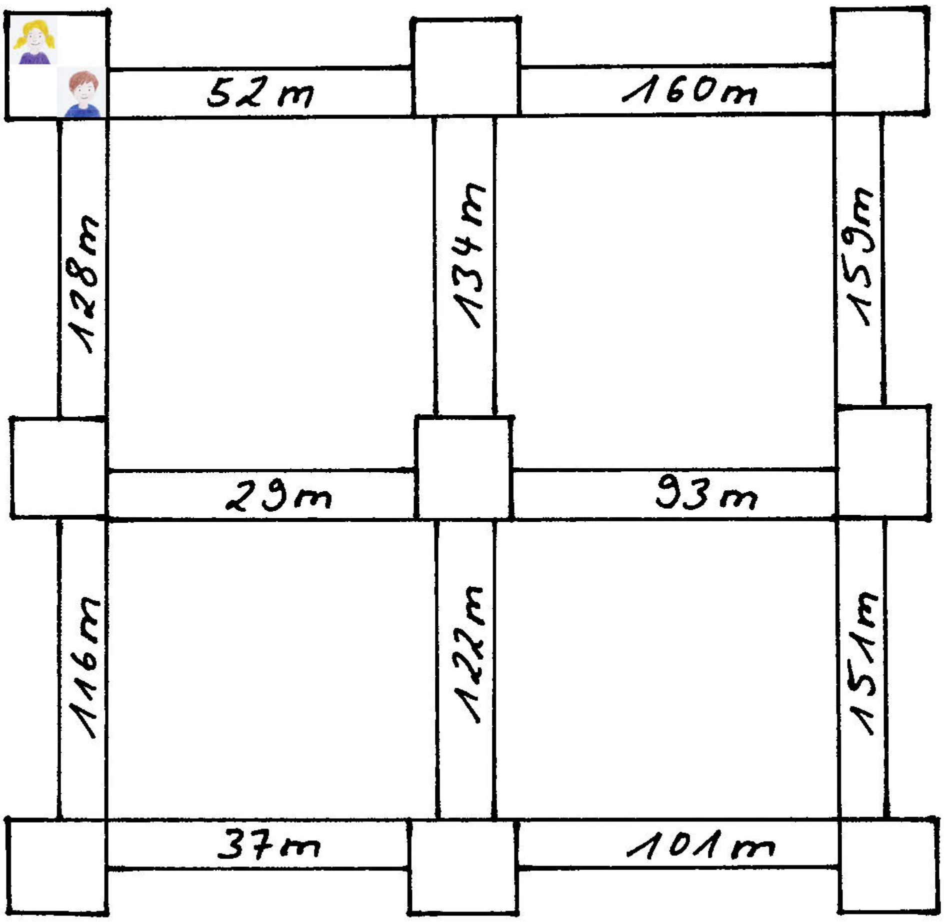


Aufgaben:

1. Erstelle den zugehörigen Graphen.
2. Formuliere eine passende Frage.
3. Berechne die Lösung und formuliere eine Antwort.

Gruppe 3

Alle Familien aus dem Wohngebiet von Mia und Maik veranstalten am Wochenende eine Grillparty. Alle Nachbarskinder wollen die Häuser mit Lichterketten verbinden. Dabei wollen sie so wenig Lichterketten wie möglich benutzen.

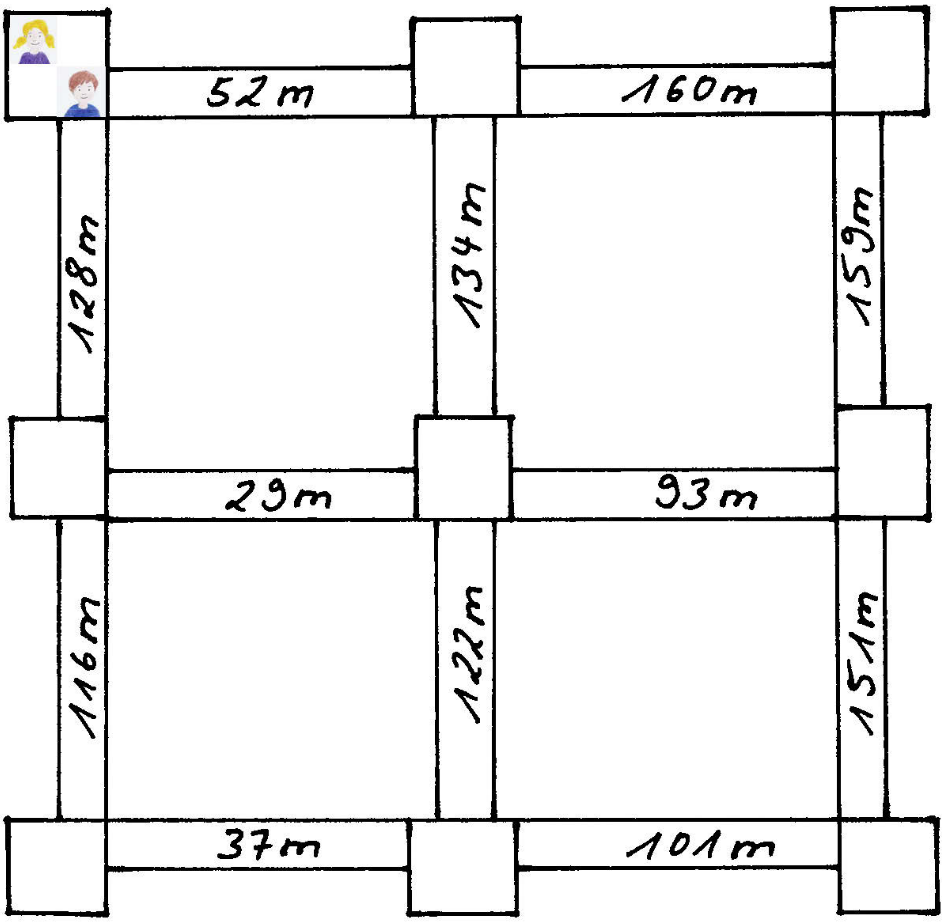


Aufgaben:

1. Erstelle den zugehörigen Graphen.
2. Formuliere eine passende Frage.
3. Berechne die Lösung und formuliere eine Antwort.

Gruppe 4

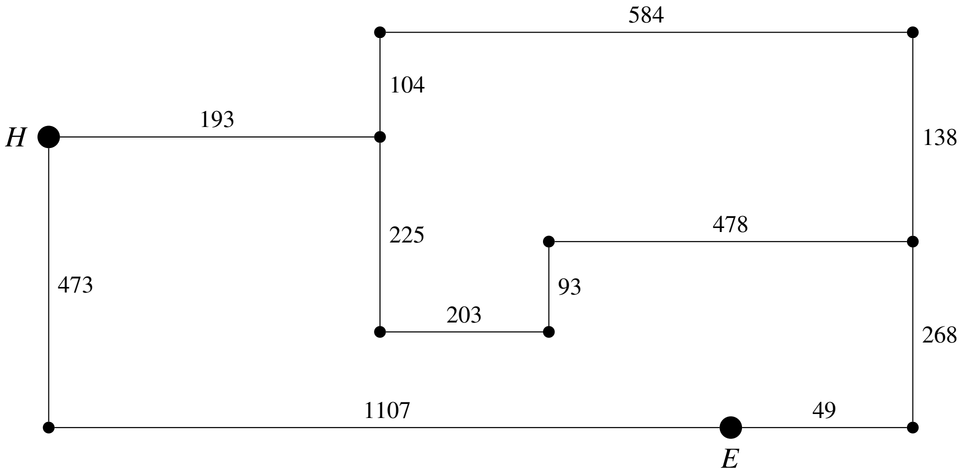
Alle Familien aus dem Wohngebiet von Mia und Maik veranstalten am Wochenende eine Grillparty. Alle Nachbarskinder wollen die Häuser mit Lichterketten verbinden. Dabei wollen sie so wenig Straßenlänge wie möglich beleuchten.



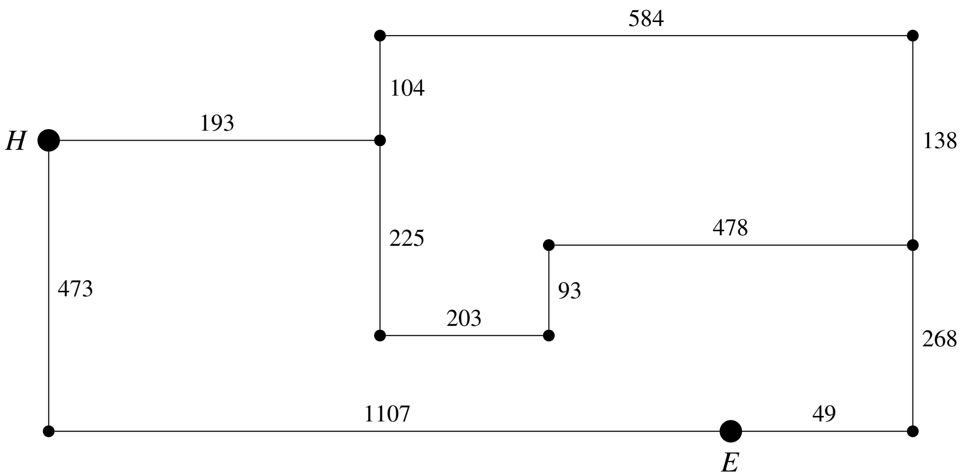
Aufgaben:

1. Erstelle den zugehörigen Graphen.
2. Formuliere eine passende Frage.
3. Berechne die Lösung und formuliere eine Antwort.

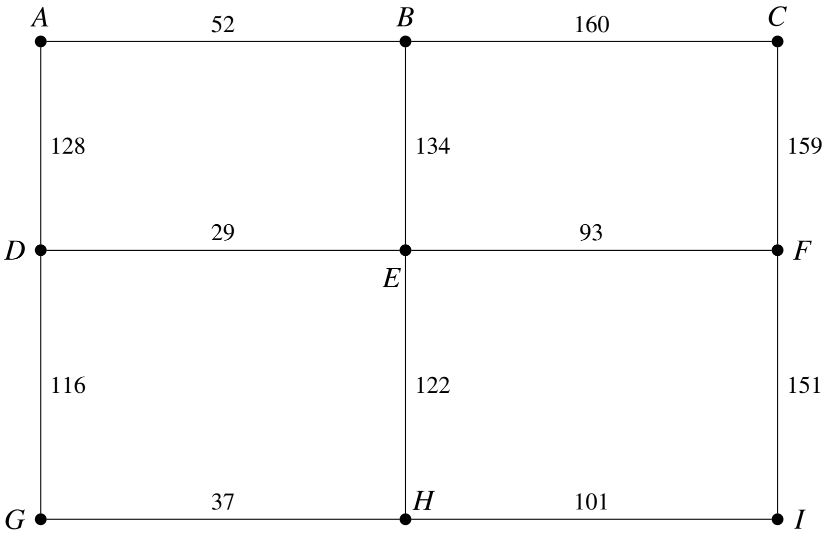

Gruppe 1



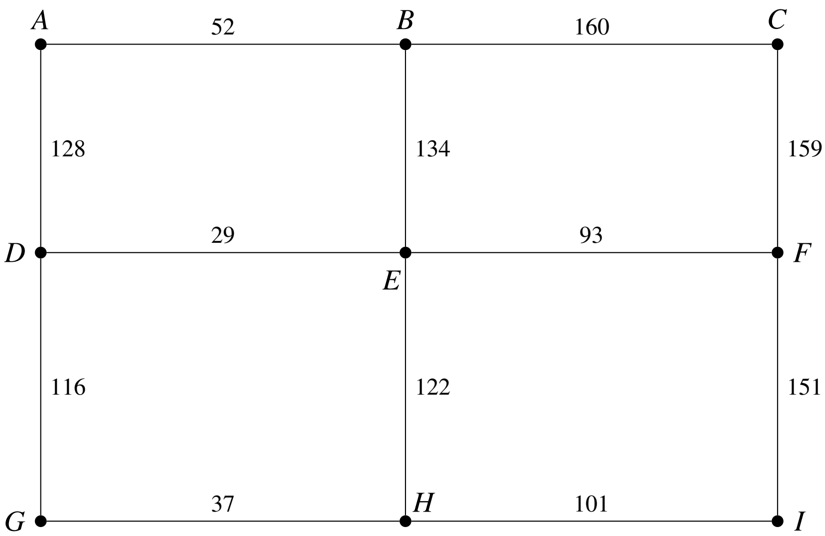

Gruppe 2



Gruppe 3



Gruppe 4

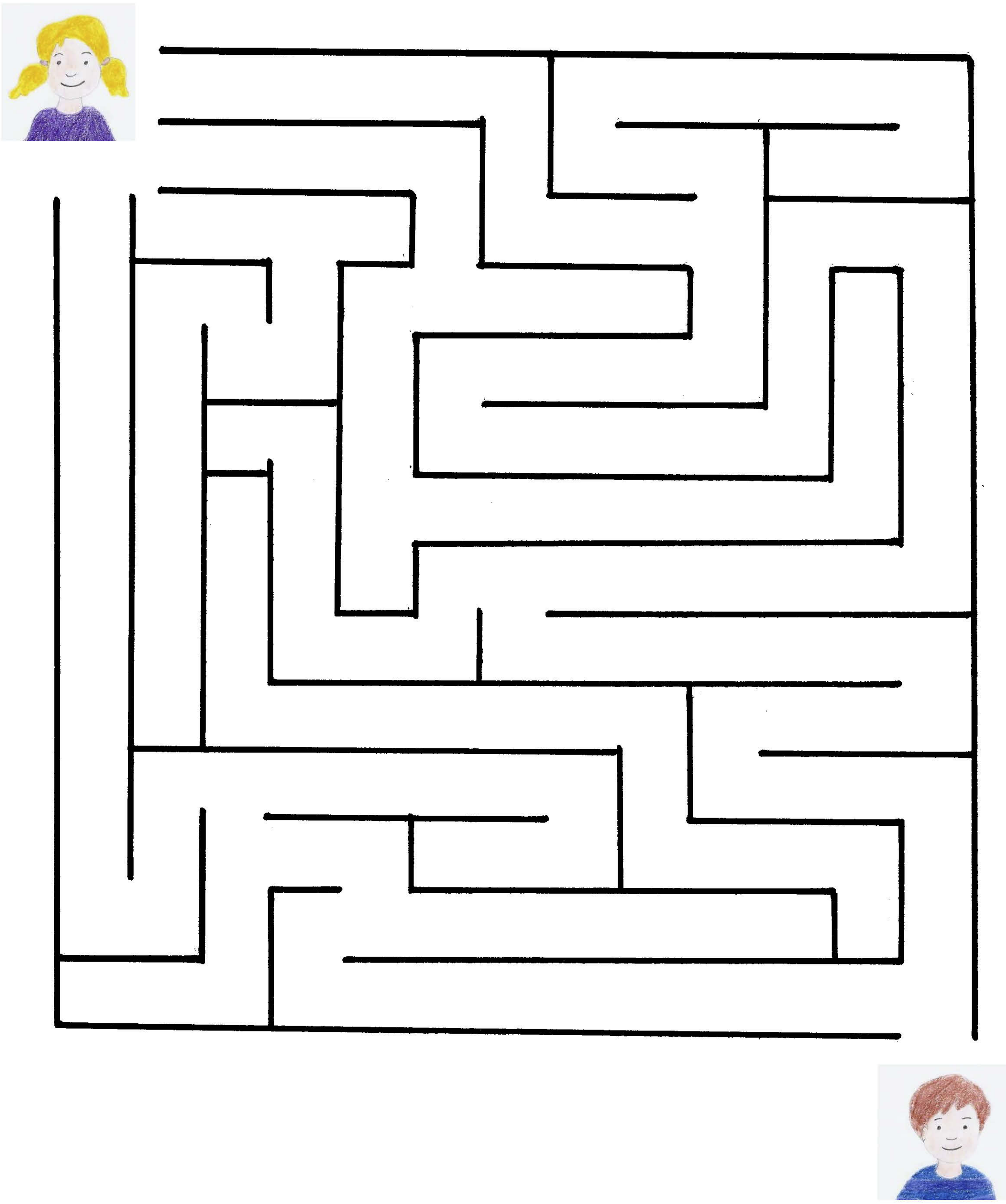


Zusatzmaterial (leicht)
Wie kommt Mia zu Maik?

Dieses Arbeitsblatt kann innerhalb einer der 5 Unterrichtsstunden aus der Einheit für SuS genutzt werden, die mit den anderen Aufgaben aus der jeweiligen Stunde bereits fertig sind.

Wie kommt Mia zu Maik?

Zwei Wege führen Mia zu ihrem Freund Maik.
Male beide Wege farbig aus.
Finde heraus, welcher Weg kürzer ist.

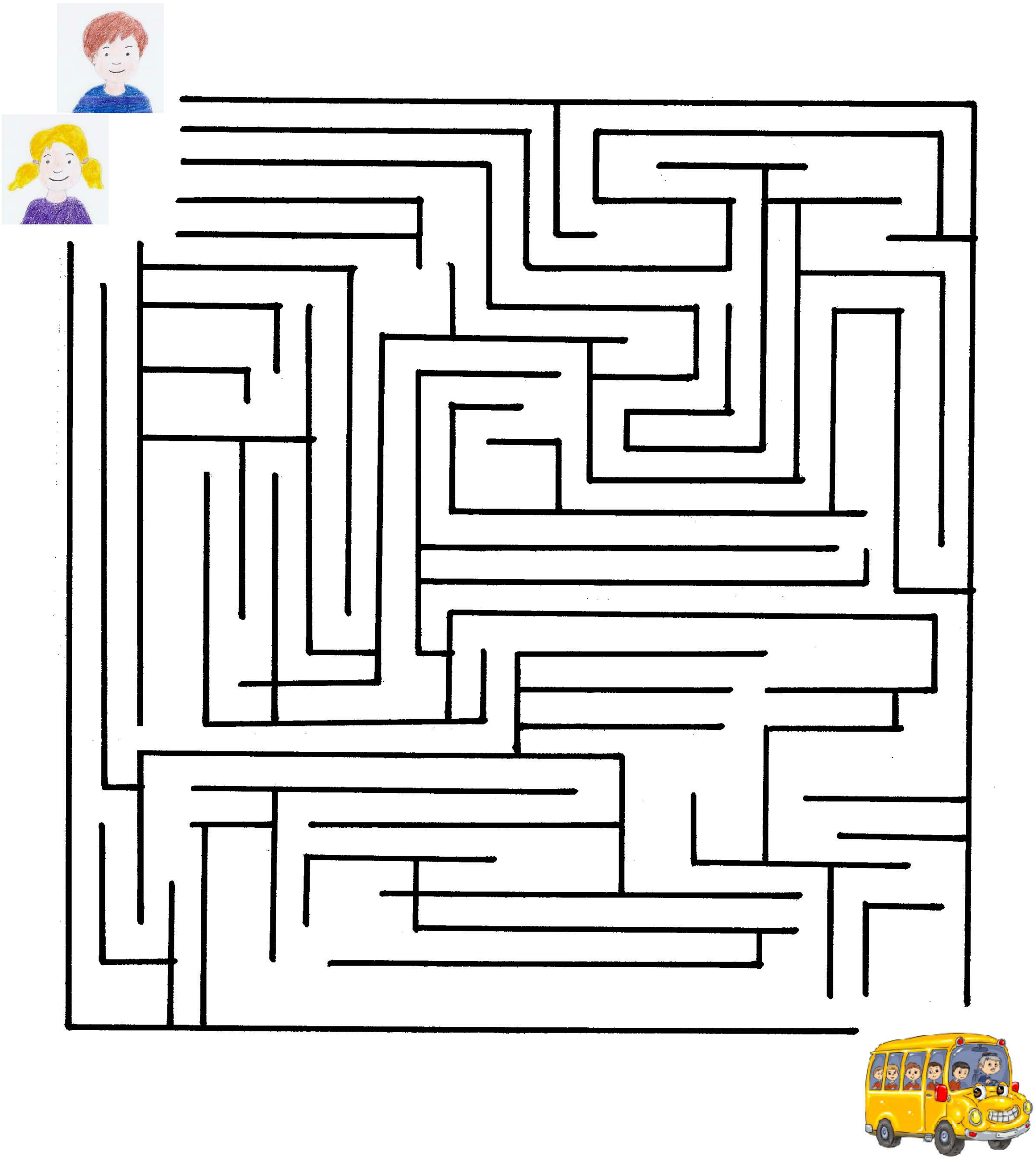


Zusatzmaterial (schwer)
Wie kommen Mia und Maik zum Bus?

Dieses Arbeitsblatt kann innerhalb einer der 5 Unterrichtsstunden aus der Einheit für SuS genutzt werden, die mit den anderen Aufgaben aus der jeweiligen Stunde bereits fertig sind.

Wie kommen Mia und Maik zum Bus?

Drei Wege führen Mia und Maik zum Schulbus.
Male alle drei Wege farbig aus.
Finde heraus, welcher Weg der schnellste ist.



Teil II

Empirische Untersuchung

9 Untersuchungsmodell

In diesem Kapitel wird das theoretische Modell, das dieser Untersuchung zugrunde liegt, anhand der Fragestellungen entworfen. Ausgehend von der zentralen Fragestellung schließen sich mehrere Teilfragestellungen an (Abschnitt 9.1). Durch die anschließenden Hypothesen wird das Modell operationalisiert (Abschnitt 9.2).

9.1 Forschungsfragen

In der vorliegenden Studie wird davon ausgegangen, dass die graphentheoretischen Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule einen Einfluss auf die Motivation, das Fähigkeitsselbstkonzept, die Einstellung zum Fach Mathematik und die mathematische Leistung der Schülerinnen und Schüler haben. Die zentrale Fragestellung dieser Studie lautet:

Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten in den Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale?

Ziel dieser Studie ist es, eine fundierte Aussage über die Effektivität der graphentheoretischen Inhalte machen zu können, die sich zum einen in dem Lernerfolg (Leistung) manifestiert, sich zum anderen aber auch in motivationalen und mathematischen Einstellungen äußert. Ausgehend von der zentralen Fragestellung schließen sich weitere Fragen an, die zur Beantwortung der Hauptfragestellung führen:

- Wie ausgeprägt ist die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung und die Leistung der Schülerinnen und Schüler im Pre- und Posttest?
- Haben sich die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung und die Leistung nach der Unterrichtseinheit signifikant verändert?
- Welche Unterschiede in der Motivations-, Selbstkonzept-, Einstellungs- und Leistungsentwicklung bestehen zwischen Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und Schülerinnen und Schülern, die keine erfahren haben?

Diesen Fragen soll in der vorliegenden Arbeit hypothesenprüfend nachgegangen werden, sodass anknüpfend daran im nächsten Abschnitt die Hypothesen aufgestellt werden.

9.2 Hypothesen

Die Hypothesen dienen als Verbindungsstelle zwischen den theoretischen Grundlagen und der empirischen Untersuchung. Sie bilden eine Art Leitlinie für die Auswertung der erhobenen Daten.

Die Veränderungen der psychologischen Konstrukte aufgrund der Unterrichtseinheit zur Graphentheorie stehen im Mittelpunkt dieser Untersuchung. Daher wurden im vorigen Abschnitt Fragestellungen zu den Veränderungen formuliert. Davon werden in diesem Kapitel die folgenden Hypothesen abgeleitet, die im Anschluss einer Prüfung unterzogen werden.

9.2.1 Hypothesen zur Motivation

Die abhängige Variable Motivation wird als erstes Konstrukt betrachtet und wirft die folgende Fragestellung auf: Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht auf die Motivation von Grundschülerinnen und -schülern?

Die Motivation verändert sich je nach Situation und eine Veränderung kann, wie bereits theoretisch dargestellt, durch anwendungs- und alltagsbezogene Unterrichtsinhalte ausgelöst werden (siehe Kapitel 3). Die theoretischen Ausführungen deuten auf einen Zuwachs an Motivation durch die Unterrichtseinheit hin und es ergeben sich die folgenden Hypothesen:

H1_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verstärkt* sich die *Motivation* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

H1_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Motivation* vom Pre- zum Posttest auf.

H1_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Motivation, bei der die Experimentalgruppe eine stärkere Motivation als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Hypothese **H1_EG** würde sich darin zeigen, dass die Experimentalgruppe eine höhere Motivation zum Zeitpunkt t_2 als zum Zeitpunkt t_1 aufweist. Die Hypothese **H1_KG** würde sich darin zeigen, dass die Kontrollgruppe keine Veränderungen der Motivation aufweist. Die Hypothese **H1_EG_KG** würde sich darin zeigen, dass die Motivation der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe von Zeitpunkt t_1 zu Zeitpunkt t_2 steigt und höher als in der Ausgangssituation ist.

9.2.2 Hypothesen zum Selbstkonzept

Als zweite abhängige Variable wird das Fähigkeitsselbstkonzept durch folgende Fragestellung betrachtet: Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht auf das Selbstkonzept von Grundschülerinnen und -schülern?

Das Fähigkeitsselbstkonzept entsteht durch Vergleichsprozesse, indem Schülerinnen und Schüler aufgrund einer Bezugsnorm ihre eigenen Leistungen zu anderen Leistungen in Beziehung setzen (siehe Kapitel 5). Aus den theoretischen Grundlagen lässt sich ein positiveres Selbstkonzept vermuten und es leiten sich die folgenden Hypothesen ab:

H2_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

H2_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* des *Selbstkonzepts* vom Pre- zum Posttest auf.

H2_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich des Selbstkonzepts, bei der die Experimentalgruppe ein höheres Selbstkonzept als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Hypothese **H2_EG** würde sich darin zeigen, dass die Experimentalgruppe ein höheres Selbstkonzept zum Zeitpunkt t_2 als zum Zeitpunkt t_1 aufweist. Die Hypothese **H2_KG** würde sich darin zeigen, dass die Kontrollgruppe keine Veränderungen des Selbstkonzepts aufweist. Die Hypothese **H2_EG_KG** würde sich darin zeigen, dass das Selbstkonzept der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe von Zeitpunkt t_1 zu Zeitpunkt t_2 steigt und höher als in der Ausgangssituation ist.

9.2.3 Hypothesen zur Einstellung

Als drittes Konstrukt wird die Einstellung zum Fach Mathematik betrachtet und es ergibt sich die Fragestellung: Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht auf die Einstellung zum Fach Mathematik von Grundschülerinnen und -schülern?

Die Einstellung zum Fach Mathematik generiert sich aus den Lehr- und Lernprozessen sowie den Unterrichtsinhalten (siehe Kapitel 6). Aufgrund der besonderen Anwendungs- und Alltagsbezüge graphentheoretischer Konzepte lässt sich eine positive Veränderung der Einstellung zum Fach Mathematik erwarten. Es ergeben sich die folgenden Hypothesen:

H3_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich die *Einstellung* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

H3_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Einstellung* vom Pre- zum Posttest auf.

H3_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Einstellung, bei der die Experimentalgruppe eine höhere Einstellung als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Hypothese **H3_EG** würde sich darin zeigen, dass die Experimentalgruppe eine höhere Einstellung zum Zeitpunkt t_2 als zum Zeitpunkt t_1 aufweist. Die Hypothese **H3_KG** würde sich darin zeigen, dass die Kontrollgruppe keine Veränderungen der Einstellung aufweist. Die Hypothese **H3_EG_KG** würde sich darin zeigen, dass die Einstellung der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe von Zeitpunkt t_1 zu Zeitpunkt t_2 steigt und höher als in der Ausgangssituation ist.

9.2.4 Hypothesen zur Leistung

Als letzte abhängige Variable wird die Leistung durch die folgende Fragestellung betrachtet: Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht auf die Leistung von Grundschülerinnen und -schülern?

Inhalte aus der Graphentheorie bieten handlungsorientiertes Lernen, erfüllen die prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen laut dem Kerncurriculum der Grundschule in Niedersachsen und zeigen alltagsbezogene Kompetenzen auf (siehe Kapitel 7). Aufgrund dieser theoretischen Ausführungen lässt sich darauf schließen, dass graphentheoretische Inhalte im Unterricht die Leistung von Schülerinnen und Schülern positiv beeinflusst. Es leiten sich die folgenden Hypothesen ab:

H4_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

H4_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Leistung* vom Pre- zum Posttest auf.

H4_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Leistung, bei der die Experimentalgruppe eine höhere Leistung als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Hypothese **H4_EG** würde sich darin zeigen, dass die Experimentalgruppe bessere Leistungen zum Zeitpunkt t_2 als zum Zeitpunkt t_1 erzielt. Die Hyothese **H4_KG** würde sich darin zeigen, dass die Kontrollgruppe keine Veränderungen in der Leistung aufweist. Die Hypothese **H4_EG_KG** würde sich darin zeigen, dass die Leistung der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe von Zeitpunkt t_1 zu Zeitpunkt t_2 steigt und höher als in der Ausgangssituation ist.

Um diesen Fragestellungen und Hypothesen nachzugehen, eignet sich der quantitative Ansatz mit einem Fragebogen und Leistungstest. Nähere Erläuterungen dazu finden sich in Kapitel 10. Für die Überprüfung der Hypothesen werden in Kapitel 12 zuerst die Schülerinnen- und Schülervariablen Motivation, Selbstkonzept, Einstellung zum Fach und Leistung deskriptiv ausgewertet. Im Anschluss wird geprüft, ob sich die Variablen vor und nach der Unterrichtseinheit zur Graphentheorie innerhalb der einzelnen Gruppen und zwischen den Gruppen signifikant verändert haben.

10 Untersuchungsdesign

Dieses Kapitel stellt das Untersuchungsdesign der Studie vor. Zuerst beschreibt es die ausgewählte Stichprobe (Abschnitt 10.1). Anschließend werden die verwendeten Messinstrumente und ihre psychometrische Güte im Hinblick auf die Reliabilität vorgestellt (Abschnitt 10.2), um daran anknüpfend die weiteren Gütekriterien zu überprüfen (Abschnitt 10.3) Abschließend wird die Datenerhebung beschrieben (Abschnitt 10.4).

10.1 Stichprobe

Für die Bestimmung des optimalen Stichprobenumfangs dieser geplanten Studie wird mit Hilfe des Programms *G*Power* eine A-priori-Teststärkeanalyse durchgeführt. Die Teststärke und das Signifikanzniveau werden aufgrund konventioneller Daten wie folgt festgelegt: $1-\beta = 0,80$ und $\alpha = 0,05$ (vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016a, S. 841). Die erwartete Effektgröße lässt sich nicht aus bestehenden Vorläuferstudien zum Themenbereich Graphentheorie entnehmen, sodass an dieser Stelle eine eigene realistische Einschätzung der Größe folgen muss. Viele Studien, so auch diese, enthalten häufig komplexe Sachverhalte mit unterschiedlichen Einflussfaktoren, wodurch häufig nur mittlere oder sogar kleine Effekte erzielt werden können (vgl. ebd., S. 841). Demnach wird die erwartungsgemäße Effektgröße auf eine kleine bis mittlere $(0,4-0,5)$ festgelegt und mit beiden Werten die Analyse durchgeführt. Der optimale Stichprobenumfang liegt für die genannten Größen im Bereich von $N = 27$ bis $N = 41$. Somit sollte die Anzahl an Schülerinnen und Schülern sowohl für die Experimental- als auch Kontrollgruppe in diesem Bereich liegen.

10.1.1 An der Studie beteiligte Schülerinnen und Schüler

Die Erhebungen fanden in acht 4. Klassen an vier Grundschulen mit heterogenen Einzugsgebieten im Raum Hannover, Peine, Salzgitter und Sehnde statt. Die Zustimmungen der Eltern, der Schulleitungen, der Lehrpersonen und der Landesschulbehörde Niedersachsen wurden eingeholt.

An der Studie nahmen insgesamt 91 Schülerinnen und Schüler teil, wobei aufgrund von mangelnder Vollständigkeit 11 Fälle aussortiert wurden. Diese Schülerinnen und Schüler beantworteten weniger als die Hälfte aller Fragen oder bearbeiteten weniger als die Hälfte aller Aufgaben, sodass keine aussagekräftigen Daten ausgewertet werden können. Es liegt somit eine Gesamtstichprobe von $N = 80$ vor. Davon wurde in vier Klassen die graphentheoretische Unterrichtseinheit durchgeführt, das entspricht einer Anzahl von $N = 40$ Schülerinnen und Schülern. Ebenfalls vier Klassen mit einer Gesamtanzahl von $N = 40$ Schülerinnen und Schülern fungierten als Kontrollgruppe und erhielten keine Unterrichtseinheit zur Graphentheorie. Damit liegt der Stichprobenumfang in beiden Gruppen in den zuvor berechneten Stichprobenumfangsbereich. Die Tabelle 10.1 fasst die Aufteilung der Stichprobe noch einmal zusammen.

Tabelle 10.1

Stichprobe

	Geschlecht		
	w	m	Gesamt
Experimentalgruppe	23	17	40
Kontrollgruppe	20	20	40
Gesamt	43	37	80

Innerhalb des Mathematikunterrichts der acht 4. Klassen wurden zur Zeit der Graphentheorieeinheit folgende inhaltsbezogene Themen behandelt:

- schriftliche Multiplikation und Division
- Längen- und Flächenumrechnungen sowie Gewichte und Zeit
- Zirkel, Symmetrie, Muster und Körper

Dieses wird bei der späteren Auswertung des Leistungstests berücksichtigt, um keine falschen Schlüsse auf Leistungsveränderungen zu ziehen.

Nach Angaben der Lehrpersonen zeigen die Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik sehr unterschiedliche Interessen und Leistungsfähigkeiten. Das Sozialverhalten wird in allen Klassen als sehr positiv gewertet und es gibt wenig negative Auffälligkeiten. Ebenso arbeiten alle Schülerinnen und Schüler sowohl in Einzel- als auch Partner- und Gruppenarbeit unterstützend miteinander.

10.1.2 An der Studie beteiligte Studierende

Der Unterricht zur Graphentheorie wurde von insgesamt sechs Masterstudierenden (fünf Studentinnen und ein Student) innerhalb der Praxisphase durchgeführt, die bereits seit einigen Wochen in den jeweiligen Klassen unterrichteten und mit der Klasse vertraut waren. Diese Studierenden erhielten vorab alle für die Unterrichtsdurchführung notwendigen Skizzen (Kurzentwürfe und Materialien zu den einzelnen Stunden der Graphentheorie-Einheit; siehe Kapitel 8). Die Unterrichtseinheit wurde durchgesprochen und die Studierenden konnten sich zu jeder Zeit der Untersuchungsdurchführung mit Fragen melden. Außerdem notierten die Studierenden nach jeder Unterrichtsstunde das Ausmaß der Lernzielerreichung sowie Abweichungen vom geplanten Unterrichtsverlauf oder sonstige Auffälligkeiten.

10.2 Instrumentierung und Reliabilitäten

Für die Erfassung der Motivation, des Fähigkeitsselbstkonzepts und der mathematischen Leistung wurde auf bewährte und geeichte Instrumente aus der pädagogischen Psychologie zurückgegriffen. Die Motivation wurde mit den *Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation von Schülerinnen und Schülern* (SELLMO-S; Spinath, B. u. a. (2012)), das Fähigkeitsselbstkonzept mit den *Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts* (SESSKO; Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (2012)) und die Leistung mit dem *Deutschen Mathematiktest 4* (DEMAT 4; Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)) erfasst. Neben der Abfrage allgemeiner persönlicher und schulbezogener Daten zur Ermittlung der persönlichen Codes der Schülerinnen und Schüler (wobei die Namen der Kinder anonym blieben) wurden zusätzlich weitere Items zur Einstellung zum Fach Mathematik (EIFAMA) sowie zwei offene Fragen entworfen.

Die Items zur Motivation, zum Fähigkeitsselbstkonzept, zur Einstellung zum Fach Mathematik sowie die zwei offenen Fragen sind Bestandteile des quantitativen Fragebogens. Den Schülerinnen und Schülern wurde zu Beginn der Testung mittels Fragebogen mitgeteilt, dass sie alle Aussagen nur auf das Unterrichtsfach Mathematik beziehen sollen. Der Deutsche Mathematiktest für vierte Klassen bildet einen separaten Leistungstest, der den Schülerinnen und Schülern als Rechenrätsel präsentiert wurde, um keine Leistungsängste oder Ähnliches hervorzurufen. Sowohl der Fragebogen als auch der Leistungstest enthielten dasselbe Deckblatt zur Ermittlung der Schülerinnen- und Schüler-Codes.

In den folgenden Abschnitten sind zu jedem Instrument die wesentlichen Kennwerte auf Item- bzw. Skalenebene tabellarisch dargestellt. Auf Itemebene sind der Mittelwert (M), die Standardabweichung (SD) und die korrigierte Item-Skala-Korrelation (korrigierte Trennschärfe r)[5] dargestellt. Auf Skalenebene sind ebenfalls der Mittelwert (M) und die Standardabweichung (SD) sowie die Anzahl der Schülerinnen und Schüler bzw. die Anzahl gültiger Fälle der jeweiligen Messzeitpunkte (N) und die interne Konsistenz (Cronbachs α) angegeben. Einen Überblick über alle Item-Abkürzungen sowie ein kodierter Fragebogen sind aus dem Anhang ersichtlich (siehe Anhänge A.1, A.2 und A.3).

Um die Werte korrekt beurteilen und deuten zu können, werden vorerst folgende statistische Richtwerte für Cronbachs α festgelegt (Tabelle 10.2) (vgl. Tachtsoglou, S. und König, J. 2017, S. 195).

[5] Die Trennschärfe ist ein Indikator dafür, wie ein Item mit der Gesamtskala korreliert; die untere Grenze für die Trennschärfe wird auf 0,25 festgelegt (vgl. Kuckartz, U. u. a. 2013, S. 246 f.).

Tabelle 10.2

Interne Konsistenz (Cronbachs α) (vgl. Tachtsoglou, S. und König, J. 2017, S. 195)

Cronbachs α	Interpretation
$\alpha \geq 0,90$	Exzellent
$\alpha \geq 0,80$	Gut / Hoch
$\alpha \geq 0,70$	Akzeptabel
$\alpha \geq 0,60$	Fragwürdig
$\alpha \geq 0,50$	Schlecht / Niedrig
$\alpha < 0,50$	Inakzeptabel

10.2.1 Erfassung der Motivation

Aus der Hypothese **H1_EG** geht die Vermutung hervor, dass sich die Motivation der Schülerinnen und Schüler aufgrund des Einsatzes graphentheoretischer Konzepte verstärkt. Zur Überprüfung dieser Hypothese werden Items des SELLMO-S-Tests eingesetzt.

Der SELLMO-S-Test für Schülerinnen und Schüler wurde gewählt, weil dieser zwischen der Lern- und Leistungsmotivation trennt und dadurch die Zielorientierungen berücksichtigt. Außerdem entspricht dieser Test dem Altersbereich der Stichprobe und die Cronbachs Alpha-Werte liegen für die Subskalen zwischen 0,70 und 0,81 (vgl. Spinath, B. u. a. 2012). Der SELLMO-S-Test erfasst Ziele, welche die Schülerinnen und Schüler im Schulunterricht verfolgen (vgl. ebd.). Die insgesamt 31 Items umfassen die Aspekte Lernziele (8 Items), Annäherungs-Leistungsziele (8 Items), Vermeidungs-Leistungsziele (8 Items) und Arbeitsvermeidung (7 Items) (vgl. ebd.). Aus den insgesamt 31 Items wurden 12 Items ausgewählt (für jede Skala 3 Items), die in der Prüfstichprobe von Spinath, B. u. a. (ebd.) die höchsten Trennschärfen aufweisen. Das Antwortformat ist eine fünfstufige Ratingskala von (1) *stimmt gar nicht* bis (5) *stimmt genau*, die eine neutrale Mitte enthält (vgl. ebd.). Die Schülerinnen und Schüler drücken ihre Zustimmung zu einem Aussagesatz mittels Ankreuzen aus. Der neu zusammengestellte Test wird im Folgenden als SELLMO-S* bezeichnet.

Die Items sind in alternierender Reihenfolge angeordnet, sodass nicht zwei Items einer Skala aufeinander folgen. Dieses Vorgehen soll an dieser Stelle dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler die Aussagen aufmerksam bearbeiten. Erläuterungen zur Testdurchführung des SELLMO-S*-Tests innerhalb der Studie werden in Spinath, B. u. a. (ebd., S. 46 ff.) ausführlich dargestellt.

Anknüpfend an diese Ausführungen wurde die Hypothese **H1_EG** für diese Untersuchung in vier Aspekte unterteilt, die aus den folgenden vier Skalen resultieren. Um die interne Konsistenz zu überprüfen, wurde jeweils der Alpha-Koeffizient gemäß Cronbach anhand des Pre- und Posttests für die gesamte Stichprobe ($N = 80$) berechnet.

10.2.1.1 Skala *Lernziele*

H1a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verstärken* sich die *Lernziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Lernziele* umfasst die drei Items LZ_1 (05)[6], LZ_2 (12) und LZ_3 (28) (ebd., S. 22). Diese Skala beschreibt, wie sehr Schülerinnen und Schüler danach streben, ihre eigenen Kompetenzen bei der Aufgabenbearbeitung zu erweitern und etwas zu lernen (vgl. ebd., S. 45).

Tabelle 10.3

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Lernziele

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
LZ_1	4,65	0,71	0,19	4,48	0,73	0,33
LZ_2	4,24	1,03	0,43	4,20	1,10	0,43
LZ_3	4,81	0,48	0,39	4,69	0,67	0,38
Lernziele (LZ)	13,70	1,63		13,36	1,85	
	$N = 80$ $\alpha = 0,47$			$N = 80$ $\alpha = 0,55$		

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Lernziele* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,47$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,55$. Die Skala zeigt damit inakzeptable bis niedrige Reliabilitätswerte. Vor allem das Item LZ_1 mit einer Trennschärfe von $r = 0,19$ und damit unter $0,25$ trägt dazu bei, dass Cronbachs α unter $0,5$ liegt. Da zum Messzeitpunkt 2 Cronbachs Alpha größer als $0,5$ ist, die Trennschärfe für das Item LZ_1 über $0,25$ liegt und Cronbachs Alpha durch Weglassen von diesem Item nicht ansteigt (siehe Anhang B.1.1), wird das Item nicht eliminiert. Dennoch werden diese Erkenntnisse bei den späteren Interpretationen berücksichtigt.

[6] Die Zahlen am Ende der Items in runden Klammern kennzeichnen die Itemnummern aus den originalen Tests.

10.2.1.2 Skala *Annäherungs-Leistungsziele*

H1b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändern* sich die *Annäherungs-Leistungsziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Die Skala *Annäherungs-Leistungsziele* umfasst die drei Items AL_1 (09), AL_2 (13) und AL_3 (17) (Spinath, B. u. a. 2012, S. 22). Diese Skala beschreibt den Wunsch, eigenes Wissen und Können gegenüber anderen zu zeigen (vgl. ebd., S. 45).

Tabelle 10.4

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Annäherungs-Leistungsziele

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
AL_1	2,53	1,48	0,71	2,19	1,37	0,61
AL_2	2,63	1,51	0,68	2,44	1,51	0,65
AL_3	2,24	1,40	0,57	2,30	1,44	0,53
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	7,39	3,73		6,93	3,56	
	$N = 80$ $\alpha = 0,80$			$N = 80$ $\alpha = 0,76$		

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Annäherungs-Leistungsziele* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,80$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,76$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Da zu beiden Messzeitpunkten die Trennschärfen für alle Items über $0,25$ liegen und Cronbachs Alpha durch Weglassen von Items nicht wesentlich ansteigt (siehe Anhang B.1.2) werden alle Items beibehalten.

10.2.1.3 Skala *Vermeidungs-Leistungsziele*

H1c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändern* sich die *Vermeidungs-Leistungsziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Die Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* umfasst die drei Items VL_1 (06), VL_2 (14) und VL_3 (18) (ebd., S. 22). Diese Skala beschreibt, wie sehr Schülerinnen und Schüler unzureichende eigene Kompetenzen verbergen (vgl. ebd., S. 45).

Tabelle 10.5

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Vermeidungs-Leistungsziele

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
VL_1	2,65	1,48	0,41	2,98	1,53	0,44
VL_2	2,65	1,56	0,46	2,64	1,50	0,52
VL_3	2,38	1,36	0,47	2,16	1,32	0,51
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	7,68	3,35		7,78	3,39	
	$N = 80$ $\alpha = 0,63$			$N = 80$ $\alpha = 0,68$		

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,63$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,68$. Die Skala zeigt damit fragwürdige Reliabilitätswerte. Die Trennschärfen aller Items liegen über $0,25$. Die Cronbachs Alpha-Werte werden durch Weglassen einzelner Items nicht höher (siehe Anhang B.1.3), sodass diese Werte für eine Skala, die als Forschungsinstrument angewendet wird, hinreichend sind und alle Items beibehalten werden.

10.2.1.4 Skala *Arbeitsvermeidung*

H1d_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändert* sich die *Arbeitsvermeidung* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Die Skala *Arbeitsvermeidung* umfasst die drei Items AV_1 (11), AV_2 (15) und AV_3 (27) (Spinath, B. u. a. 2012, S. 22). Diese Skala beschreibt das Bemühen, so wenig Arbeit wie möglich bei einer Aufgabenerledigung zu investieren (vgl. ebd., S. 45).

Tabelle 10.6

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Arbeitsvermeidung

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
AV_1	2,25	1,36	0,45	2,29	1,41	0,71
AV_2	2,56	1,42	0,62	2,30	1,49	0,64
AV_3	2,50	1,47	0,45	2,14	1,39	0,61
Arbeitsvermeidung (AV)	7,31	3,34		6,73	3,64	
		$N = 80$ $\alpha = 0,69$			$N = 80$ $\alpha = 0,81$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Arbeitsvermeidung* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,69$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,81$. Die Skala zeigt damit fragwürdige bzw. fast akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Zu beiden Messzeitpunkten liegen die Trennschärfen für alle Items über $0,25$ und Cronbachs Alpha steigt durch Weglassen von Items nicht an (siehe Anhang B.1.4).

10.2.2 Erfassung des Fähigkeitsselbstkonzepts

Aus der Hypothese **H2_EG** geht die Vermutung hervor, dass sich bei den Schülerinnen und Schülern aufgrund des Einsatzes graphentheoretischer Konzepte einzelne Bereiche des Selbstkonzepts erhöhen. Zur Überprüfung dieser Hypothese werden Items des SESSKO-Tests eingesetzt.

Der SESSKO-Test wurde gewählt, weil dieser zwischen den einzelnen Bezugsnormen des Selbstkonzepts unterscheidet. Außerdem entspricht dieser Test dem Altersbereich der Stichprobe und die Cronbachs Alpha-Werte für die Subskalen liegen zwischen 0,80 und 0,88 (vgl. Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2012). Der SESSKO-Test erhebt Aussagen, die sich auf die kognitiven Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler beziehen (vgl. ebd.). Die Items umfassen die Aspekte Begabung, Intelligenz, Fähigkeit, Lernfähigkeit sowie Bewältigung von Aufgaben und Anforderungen (vgl. ebd.). Insgesamt messen vier Skalen das kriteriale, individuelle, soziale und absolute schulische Selbstkonzept (vgl. ebd.). Die insgesamt 22 Items wurden auf 12 Items reduziert (jede Skala enthält 3 Items), sodass die Schülerinnen und Schüler die Beantwortung aller Items (einschließlich zur Motivation und zur Einstellung) in 45 Minuten schaffen konnten. Eliminiert wurden Items aus jeder Skala mit den niedrigsten Trennschärfen. Das Antwortformat ist ebenfalls eine fünfstufige Ratingskala, sodass die Schülerinnen und Schüler ihre Zustimmung zu einem Aussagesatz mittels Ankreuzen ausdrücken. Der neu zusammengestellte Test wird im Folgenden als SESSKO* bezeichnet.

Die Items sind in geblockter Form angeordnet, sodass die Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung der Aussagen nicht immer zwischen den einzelnen Bezugsnormen wechseln müssen. Erläuterungen zur Testdurchführung des SESSKO*-Tests innerhalb dieser Studie werden in Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (ebd., S. 39 ff.) ausführlich dargestellt.

Anknüpfend an diese Ausführungen wurde die Hypothese **H2_EG** für diese Untersuchung in vier Aspekte unterteilt, die aus den folgenden vier Skalen resultieren. Um die interne Konsistenz zu überprüfen, wurde jeweils der Alpha-Koeffizient gemäß Cronbach anhand des Pre- und Posttests für die gesamte Stichprobe ($N = 80$) berechnet.

10.2.2.1 Skala *kriterial*

H2a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *kriteriale Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *kriterial* umfasst die drei Items KSK_1 (02)[7], KSK_2 (03) und KSK_3 (05) (Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2012, S. 17). Diese Skala beschreibt, wie Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Fähigkeiten gemessen an schulischen Anforderungen einschätzen (vgl. ebd., S. 16). Diese Beurteilung beinhaltet einen *kriterialen* Vergleichsprozess (vgl. ebd., S. 16).

Tabelle 10.7

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala kriterial

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
KSK_1	3,50	0,97	0,43	3,69	0,91	0,50
KSK_2	4,04	0,86	0,57	4,01	0,99	0,53
KSK_3	3,80	1,07	0,61	3,98	0,91	0,56
kriterial (KSK)	11,34	2,32		11,68	2,24	
		$N = 80$ $\alpha = 0,71$			$N = 80$ $\alpha = 0,71$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *kriterial* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,71$ und zum Messzeitpunkt 2 ebenfalls bei Cronbachs $\alpha = 0,71$. Die Skala zeigt damit akzeptable Reliabilitätswerte. Die Trennschärfen liegen für alle Items über $0,25$ und Cronbachs Alpha steigt durch Weglassen von Items nicht wesentlich an (siehe Anhang B.1.5).

[7] Die Zahlen am Ende der Items in runden Klammern kennzeichnen die Itemnummern aus den originalen Tests.

10.2.2.2 Skala *individuell*

H2b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *individuelle Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *individuell* umfasst die drei Items ISK_1 (07), ISK_2 (08) und ISK_3 (10) (ebd., S. 17). Diese Skala beschreibt, wie Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Fähigkeiten gemessen an den eigenen früheren Fähigkeiten einschätzen (vgl. ebd., S. 16). Diese Beurteilung beinhaltet einen temporalen *individuellen* Vergleichsprozess (vgl. ebd., S. 16).

Tabelle 10.8

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala individuell

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
ISK_1	3,59	1,21	0,58	3,63	1,18	0,64
ISK_2	3,95	0,98	0,62	3,83	0,99	0,77
ISK_3	3,45	1,16	0,61	3,69	1,11	0,75
individuell (ISK)	10,99	2,77		11,14	2,88	
		$N = 80$ $\alpha = 0,76$			$N = 80$ $\alpha = 0,85$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *individuell* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,76$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,85$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Da zu beiden Messzeitpunkten die Trennschärfen für alle Items über $0,25$ liegen und Cronbachs Alpha nicht wesentlich ansteigt, wenn Items weggelassen werden (siehe Anhang B.1.6), werden alle Items beibehalten.

10.2.2.3 Skala *sozial*

H2c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändert* sich das *soziale Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Die Skala *sozial* umfasst die drei Items SSK_1 (14), SSK_2 (16) und SSK_3 (17) (Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. 2012, S. 17). Diese Skala beschreibt, wie Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Fähigkeiten gemessen an den Fähigkeiten anderer einschätzen (vgl. ebd., S. 16). Diese Beurteilung beinhaltet einen *sozialen* Vergleichsprozess (vgl. ebd., S. 16).

Tabelle 10.9

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala sozial

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
SSK_1	3,60	0,85	0,63	3,46	1,06	0,78
SSK_2	3,40	0,84	0,62	3,41	0,94	0,84
SSK_3	3,55	0,93	0,60	3,33	0,94	0,76
sozial (SSK)	10,55	2,18		10,20	2,66	
		$N = 80$ $\alpha = 0,78$			$N = 80$ $\alpha = 0,89$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *sozial* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,78$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,89$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Auch die Trennschärfen sind höher als $0,25$ und durch Eliminierung einzelner Items steigt Cronbachs Alpha nicht an (siehe Anhang B.1.7).

10.2.2.4 Skala *absolut*

H2d_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *absolute Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *absolut* umfasst die drei Items ASK_1 (19), ASK_2 (21) und ASK_3 (22) (ebd., S. 17). Diese Skala beschreibt, wie Schülerinnen und Schüler ihre eigenen Fähigkeiten einschätzen (vgl. ebd., S. 16). Diese Beurteilung beinhaltet keinen Vergleichsprozess und erfolgt dadurch *absolut* (vgl. ebd., S. 16).

Tabelle 10.10

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala absolut

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
ASK_1	3,71	1,00	0,66	3,69	1,05	0,60
ASK_2	4,08	0,90	0,61	3,99	0,95	0,58
ASK_3	3,96	0,95	0,69	3,85	1,01	0,66
absolut (ASK)	11,75	2,41		11,53	2,50	
	$N = 80$ $\alpha = 0,80$			$N = 80$ $\alpha = 0,78$		

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *absolut* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,80$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,78$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte, die Trennschärfen liegen über $0,25$ und Cronbachs Alpha steigt durch Weglassen von Items nicht an (siehe Anhang B.1.8).

10.2.3 Erfassung der Einstellung zum Fach Mathematik

Aus der Hypothese **H3_EG** geht die Vermutung hervor, dass sich bei den Schülerinnen und Schülern aufgrund des Einsatzes graphentheoretischer Konzepte die positive Einstellung zum Fach Mathematik erhöht. Zur Überprüfung dieser Hypothese wurden eigene Items konzipiert.

Um die subjektiven Meinungen der Schülerinnen und Schüler im Hinblick auf ihre Einstellung zum Fach Mathematik erfassen zu können, wurde der Fragebogen um sieben Items ergänzt.[8] Die Items GE_1 bis GE_3 beschäftigen sich mit dem Gefallen, den die Schülerinnen und Schüler am Fach Mathematik haben. Die Items NU_1 bis NU_4 erfassen den Nutzen, den die Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik für weitere Bereiche (z.B. Alltag, andere Fächer) sehen. Das Antwortformat ist eine fünfstufige Ratingskala, die eine neutrale Mitte enthält. Die Schülerinnen und Schüler drücken ihre Zustimmung zu einem Aussagesatz mittels Ankreuzen aus.

Die Items sind in alternierender Reihenfolge angeordnet, sodass nicht zwei Items einer Skala aufeinander folgen. Dieses Vorgehen soll an dieser Stelle dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler die Aussagen aufmerksam bearbeiten.

Der Bereich Einstellung zum Fach Mathematik wird außerdem um zwei offene Fragen erweitert. Diese lauten *Was ist Mathe?* und *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*. Die Antworten auf diese Fragen werden nicht als qualitative Daten kodiert, ausgewertet und entsprechende Kategorien gebildet, sondern dienen lediglich als unterstützendes Datenmaterial.

Anknüpfend an diese Ausführungen wurde die Hypothese **H3_EG** für diese Untersuchung in zwei Aspekte unterteilt, die aus den folgenden zwei Skalen resultieren. Um die interne Konsistenz zu überprüfen, wurde jeweils der Alpha-Koeffizient gemäß Cronbach anhand des Pre- und Posttests für die gesamte Stichprobe $(N = 80)$ berechnet.

[8] Es wurden bewusst eigene Items formuliert, um die relevanten SuS-Einstellungsmerkmale, die für diese Studie wichtig sind, zu erfassen.

10.2.3.1 Skala *Gefallen*

H3a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich der *Gefallen am Fach Mathematik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Gefallen* umfasst die folgenden drei Items:

- Item GE_1: *Mathe mag ich gar nicht / sehr gerne.*
- Item GE_2: *Mathe macht mir gar keinen / sehr viel Spaß.*
- Item GE_3: *In Mathe bin ich gar nicht / sehr gut.*

Diese Skala beschreibt, wie den Schülerinnen und Schülern das Fach Mathematik gefällt.

Tabelle 10.11

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Gefallen

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
GE_1	3,85	1,24	0,80	4,13	0,99	0,66
GE_2	3,93	1,09	0,75	4,04	0,97	0,54
GE_3	3,73	1,09	0,57	3,78	0,98	0,39
Gefallen (GE)	11,50	2,98		11,94	2,33	
		$N = 80$ $\alpha = 0,84$			$N = 80$ $\alpha = 0,70$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Gefallen* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,84$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,70$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Zu beiden Messzeitpunkten erreichen die Trennschärfen Werte über $0,25$ und Cronbachs Alpha erhöht sich durch Weglassen von Items nicht wesentlich (siehe Anhang B.1.9).

10.2.3.2 Skala *Nutzen*

H3b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich der *Nutzen am Fach Mathematik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Nutzen* umfasst die folgenden vier Items:

- Item NU_1: *Mathe ist im Leben gar nicht / sehr wichtig.*
- Item NU_2: *Mathe brauche ich im Alltag gar nicht / sehr oft.*
- Item NU_3: *Mathe brauche ich in anderen Fächern gar nicht / sehr oft.*
- Item NU_4: *Mathe ist für meinen Alltag gar nicht / sehr hilfreich.*

Diese Skala beschreibt, inwieweit die Schülerinnen und Schüler den Anwendungs-Aspekt im Fach Mathematik sehen.

Tabelle 10.12

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Nutzen

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
NU_1	4,69	0,65	0,52	4,79	0,44	0,24
NU_2	4,13	1,06	0,65	4,29	0,98	0,45
NU_3	3,06	1,24	0,40	3,26	1,13	0,42
NU_4	4,16	1,02	0,71	4,23	0,94	0,61
Nutzen (NU)	16,04	3,06		16,56	2,52	
		$N=80$ $\alpha=0,75$			$N=80$ $\alpha=0,63$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Nutzen* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,75$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,63$. Die Skala zeigt damit fragwürdige bis akzeptable Reliabilitätswerte. Für eine Skala, die als Forschungsinstrument angewendet wird, können die Werte als hinreichend angesehen werden, da die Trennschärfen über $0,25$ liegen und sich Cronbachs Alpha bei einer Eliminierung von Items nicht deutlich erhöht (siehe Anhang B.1.10).

10.2.4 Erfassung der Leistung

Aus der Hypothese **H4_EG** geht die Vermutung hervor, dass sich bei den Schülerinnen und Schülern aufgrund des Einsatzes graphentheoretischer Konzepte die mathematische Leistung in den Bereichen Arithmetik, Geometrie und Sachrechnen steigert. Zur Überprüfung wird der DEMAT 4 eingesetzt.

Der DEMAT 4 wurde gewählt, weil dieser zwischen den einzelnen inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen unterscheidet. Außerdem entspricht dieser Test dem Altersbereich der Stichprobe. Zur Überprüfung der Rechenleistungen der Schülerinnen und Schüler wurde das Testverfahren *Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen* (DEMAT 4; Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)) in der Parallelform A eingesetzt. Dem Aufbau des DEMAT 4 liegen die Lehrpläne der deutschen Bundesländer zugrunde (vgl. ebd., S. 7). Eine Nachdruckgenehmigung zur Verwendung des Tests wurde bei der Beltz Test GmbH käuflich erworben. Insgesamt besteht der Test aus 40 Aufgaben, die in neun Aufgabentypen zusammengefasst sind. Diese Typen lassen sich wiederum in drei Subtests (1. - 3.) einteilen. Im Einzelnen folgt daraus die folgende Aufgabenverteilung (vgl. ebd., S. 7):

1. Arithmetik
    - Zahlenstrahl (drei Aufgaben)
    - Addition (vier Aufgaben)
    - Subtraktion (vier Aufgaben)
    - Multiplikation (vier Aufgaben)
    - Division (vier Aufgaben)
2. Sachrechnen und Größen
    - Größenvergleiche (sechs Aufgaben)
    - Sachrechnungen (acht Aufgaben)
3. Geometrie
    - Lagebeziehungen (vier Aufgaben)
    - Spiegelzeichnungen (drei Aufgaben)

Die Anzahl an insgesamt richtig bearbeiteten Aufgaben wurde als Maß für die mathematische Leistung gewertet. Die Durchführung als Gruppentestung beanspruchte ca. 45 Minuten. Erläuterungen zur Testdurchführung des DEMAT 4 innerhalb dieser Studie werden in Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (ebd., S. 16 ff.) ausführlich dargestellt.

Anknüpfend an diese Ausführungen wurde die Hypothese **H4_EG** für diese Untersuchung in drei Aspekte unterteilt, die aus den drei folgenden Skalen resultieren. Um die interne Konsistenz zu überprüfen, wurde jeweils der Alpha-Koeffizient gemäß Cronbach anhand des Pre- und Posttests für die gesamte Stichprobe ($N = 80$) berechnet.

10.2.4.1 Skala *Arithmetik*

H4a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Arithmetik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Arithmetik* umfasst drei Aufgaben zum Zahlenstrahl und jeweils vier Aufgaben zu den schriftlichen Rechenverfahren der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (auch mit Rest) im Zahlenraum von Null bis eine Million (vgl. Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. 2006, S. 7). Anknüpfend an die intendierten Curricula werden das Schätzen und Rechnen mit Zahlen, die Beziehungen von Zahlen untereinander, das Arbeiten mit einem Zahlenstrahl sowie die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division mit und ohne Rest in schriftlicher oder mündlicher Form operationalisiert (vgl. ebd., S. 10).

Für die Items ZS_1 bis ZS_3 (ZS = Zahlenstrahlen) sind jeweils horizontale Zahlenstrahlen im Zahlenraum bis eine Million mit einer Startzahl und Endzahl sowie einer Markierung dargestellt (vgl. ebd., S. 14). Die Markierung entspricht einer bestimmten Zahl, die zu schätzen und aus fünf Antwortalternativen auszuwählen ist (vgl. ebd., S. 14). Die Items AD_1 bis AD_4 (AD = Additionen) bestehen aus zwei oder drei übereinander angeordneten Summanden, bei denen die Positionen der zu ergänzenden Lücken variiert (vgl. ebd., S. 14). Die Items SU_1 bis SU_4 (SU = Subtraktionen) bestehen aus zwei übereinander angeordneten Zahlen, bei denen ebenfalls die Positionen der zu ergänzenden Lücken variiert (vgl. ebd., S. 14). Die Items MU_1 bis MU_4 (MU = Multiplikationen) umfassen Aufgaben mit bis zu fünfstelligen Multiplikanden sowie ein- und zweistelligen Multiplikatoren (vgl. ebd., S. 14). Variiert werden der Übertrag sowie das Vorkommen und die Position der Null (vgl. ebd., S. 14). Die Items DI_1 bis DI_4 (DI = Divisionen) enthalten drei Aufgaben mit vierstelligen Dividenden und einstelligem Divisor mit und ohne Rest sowie eine Aufgabe mit einem vollen Zehntausender geteilt durch einen vollen Tausender. Variiert werden der Rest sowie ebenfalls der Übertrag und die Null (vgl. ebd., S. 14).

Tabelle 10.13

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Arithmetik

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
ZS_1	0,91	0,28	0,25	0,88	0,33	0,15
ZS_2	0,61	0,49	0,15	0,63	0,49	0,29
ZS_3	0,29	0,46	0,08	0,43	0,50	0,31
AD_1	0,90	0,30	0,27	0,89	0,32	0,17
AD_2	0,65	0,48	0,34	0,71	0,46	0,36
AD_3	0,61	0,49	0,45	0,64	0,48	0,37
AD_4	0,35	0,48	0,51	0,43	0,50	0,43
SU_1	0,63	0,49	0,46	0,58	0,50	0,44
SU_2	0,63	0,49	0,39	0,56	0,50	0,41
SU_3	0,38	0,49	0,42	0,36	0,48	0,48
SU_4	0,16	0,37	0,23	0,21	0,41	0,41
MU_1	0,66	0,48	0,31	0,71	0,46	0,45
MU_2	0,29	0,46	0,18	0,25	0,44	0,45
MU_3	0,25	0,44	0,23	0,39	0,49	0,50
MU_4	0,08	0,27	0,19	0,16	0,37	0,33
DI_1	0,49	0,50	0,38	0,44	0,50	0,60
DI_2	0,59	0,50	0,46	0,60	0,49	0,51
DI_3	0,31	0,47	0,48	0,39	0,49	0,53
DI_4	0,14	0,35	0,43	0,28	0,45	0,44
Arithmetik (ARIT)	8,91	3,63		9,51	4,30	
		$N = 80$ $\alpha = 0,76$			$N = 80$ $\alpha = 0,83$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Arithmetik* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0{,}76$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0{,}83$. Die Skala zeigt damit akzeptable bis gute Reliabilitätswerte. Die Trennschärfen liegen nicht bei allen Items über $0{,}25$, dennoch weisen sie zu mindestens einem Messzeitpunkt eine Trennschärfe von $0{,}25$ auf und Cronbachs Alpha verändert sich beim Weglassen einzelner Items unwesentlich (siehe Anhang B.1.11), sodass keine Items eliminiert werden.

10.2.4.2 Skala *Sachrechnen*

H4b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Sachrechnen* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Sachrechnen* umfasst sechs Aufgaben zu Größenvergleichen und acht Aufgaben zu Sachrechnungen (vgl. Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. 2006, S. 7). Anknüpfend an die intendierten Curricula werden das Arbeiten mit Größen (Geldwerte, Zeit, Längen, Gewichte, Hohlmaße) und der Umgang mit Sachaufgaben operationalisiert (vgl. ebd., S. 10). Zum Bereich der Sachaufgaben sind die Entnahme von Infos aus der Aufgabe, das Erkennen von Zusammenhängen und lösungsrelevanten Daten sowie das Einordnen und Interpretieren der Ergebnisse in Bezug auf die Fragestellung wesentlich (vgl. ebd., S. 10). Insgesamt bestehen diese Aufgaben aus einer Frage, einer Rechnung und der Antwort (vgl. ebd., S. 11).

Für die Items GV_1 bis GV_6 (GV = Größenvergleiche) müssen unterschiedliche Einheiten einer Sachgröße verglichen werden (vgl. ebd., S. 14). Dabei werden die Einheiten durch die Relationen ‚ist größer als' ($>$), ‚ist kleiner als' ($<$) und ‚ist gleich' ($=$) in Beziehung gesetzt (vgl. ebd., S. 14). Die Einheiten der Sachgrößen variieren innerhalb eines Items (vgl. ebd., S. 14). Die Items SR_1 bis SR_4 (SR = Sachrechnungen) bestehen aus Sachaufgaben, die einen Lebensweltbezug für Kinder haben und zum Teil unabhängige Teilaufgaben enthalten (vgl. ebd., S. 14). Zum einen werden Vergleichsaufgaben thematisiert, zum anderen der Umgang mit Mustern und Strukturen innerhalb einer Informationsentnahme aus Tabellen (vgl. ebd., S. 15). Ein dritter Aspekt umfasst Sach- bzw. Geometriekontexte, bei denen Multiplikationsoperationen erkannt und ausgeführt werden müssen (vgl. ebd., S. 15).

Tabelle 10.14

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Sachrechnen

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
GV_1	0,63	0,49	0,09	0,63	0,49	0,21
GV_2	0,58	0,50	0,30	0,60	0,49	0,05
GV_3	0,69	0,47	0,28	0,61	0,49	0,35
GV_4	0,51	0,50	0,00	0,54	0,50	0,22
GV_5	0,76	0,43	0,27	0,73	0,45	0,38
GV_6	0,79	0,41	0,21	0,79	0,41	0,42
SR_1A	0,75	0,44	0,20	0,79	0,41	0,34
SR_1B	0,25	0,44	0,25	0,30	0,46	0,29
SR_2	0,25	0,44	0,30	0,40	0,49	0,42
SR_31	0,45	0,50	0,43	0,51	0,50	0,57
SR_32	0,44	0,50	0,52	0,41	0,50	0,56
SR_33	0,51	0,50	0,59	0,56	0,50	0,62
SR_34	0,41	0,50	0,51	0,45	0,50	0,59
SR_4	0,16	0,37	0,16	0,29	0,46	0,43
Sachrechnen (SACH)	7,18	2,84		7,60	3,35	
		$N = 80$ $\alpha = 0,68$			$N = 80$ $\alpha = 0,77$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Sachrechnen* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,68$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,77$. Die Skala zeigt damit fragwürdige bis akzeptable Reliabilitätswerte. Für eine Skala, die als Forschungsinstrument angewendet wird, können die Werte als hinreichend angesehen werden. Die Trennschärfen liegen auch bei dieser Skala nicht bei allen Items über $0,25$, dennoch werden keine Items eliminiert, da Cronbachs Alpha sich dadurch nicht deutlich erhöht (siehe Anhang B.1.12) und dieses Instrument geeicht ist und in der Praxis angewendet wird.

10.2.4.3 Skala *Geometrie*

H4c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Geometrie* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Die Skala *Geometrie* umfasst vier Aufgaben zu Lagebeziehungen und drei Aufgaben zu Spiegelzeichnungen (vgl. Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. 2006, S. 7). Anknüpfend an die intendierten Curricula werden der Umgang mit geometrischen Figuren, Körpern und Lagebeziehungen sowie das Arbeiten mit Mustern und Symmetrien operationalisiert (vgl. ebd., S. 11).

Bei den Items LB_1 bis LB_4 (LB = Lagebeziehungen) müssen vorgegebene Figuren aus fünf Wahlvorgaben identifiziert werden, indem die Figuren durch Perspektivenwechsel gedreht werden. Dabei variiert die Komplexität der vorgegebenen Figuren und der Antwortalternativen (vgl. ebd., S. 15). Die Items SZ_1 bis SZ_3 (SZ = Spiegelzeichnungen) enthalten jeweils Teile einer Figur, die zu einer achsensymmetrischen Figur ergänzt werden müssen (vgl. ebd., S. 15). Die Symmetrieachse variiert von horizontal über vertikal bis hin zu diagonal (vgl. ebd., S. 15).

Tabelle 10.15

Reliabilitätskoeffizienten und Trennschärfen der Skala Geometrie

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 2		
	M	SD	r	M	SD	r
LB_1	0,55	0,50	0,22	0,66	0,48	0,38
LB_2	0,43	0,50	0,23	0,55	0,50	0,38
LB_3	0,43	0,50	0,20	0,59	0,50	0,56
LB_4	0,26	0,44	0,56	0,43	0,50	0,42
SZ_1	0,45	0,50	0,17	0,31	0,47	0,26
SZ_2	0,56	0,50	0,50	0,68	0,47	0,31
SZ_3	0,16	0,37	0,45	0,20	0,40	0,37
Geometrie (GEOM)	2,84	1,81		3,41	1,93	
		$N = 80$ $\alpha = 0,60$			$N = 80$ $\alpha = 0,67$	

Das Maß der internen Konsistenz liegt für die Skala *Geometrie* zum Messzeitpunkt 1 bei Cronbachs $\alpha = 0,60$ und zum Messzeitpunkt 2 bei Cronbachs $\alpha = 0,67$. Die Skala zeigt damit fragwürdige Reliabilitätswerte. Für eine Skala, die als Forschungsinstrument angewendet wird, können die Werte als hinreichend angesehen werden. Die Trennschärfen liegen bei allen Items zu einem der beiden Messzeitpunkte über $0,25$ und Cronbachs Alpha zeigt bei Eliminierungen keine Veränderungen (siehe Anhang B.1.13), sodass keine Items eliminiert werden, da dieses Instrument geeicht ist und in der Praxis angewendet wird.

10.2.5 Übersicht zur Instrumentierung

Die folgende Tabelle 10.16 gibt abschließend einen Gesamtüberblick über die verwendeten Instrumente.

Tabelle 10.16

Übersicht über die verwendeten Instrumente

Instrument	Skala	Anzahl der Items	Verfasser
Fragebogen	SELLMO-S	12	Spinath, B. u. a. (2012)
	SESSKO	12	Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (2012)
	EIFAMA	7	selbst konzipiert
Leistungstest	DEMAT 4	40	Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)

Welche Items aus den jeweiligen Instrumenten verwendet wurden, ist der Tabelle 10.17 zu entnehmen.

Tabelle 10.17

Übersicht über die verwendeten Items

Instrument	Skala	Anzahl der Items	Itemnummern	Verfasser
SELLMO-S*	Lernziele	3	05, 12, 28	Spinath, B. u. a. (2012)
	Annäherungs-Leistungsziele	3	09, 13, 17	
	Vermeidungs-Leistungsziele	3	06, 14, 18	
	Arbeitsvermeidung	3	11, 15, 27	
SESSKO*	kriterial	3	02, 03, 05	Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (2012)
	individuell	3	07, 08, 10	
	sozial	3	14, 16, 17	
	absolut	3	19, 21, 22	
EIFAMA	Gefallen	3	—	selbst konzipiert
	Nutzen	4	—	
DEMAT 4	Arithmetik	19	alle Items	Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)
	Sachrechnen	14	alle Items	
	Geometrie	7	alle Items	

Dieser Abschnitt hat bereits das erste Gütekriterium berücksichtigt, nämlich die *Reliabilität*. Im nachstehenden Abschnitt wird zur Vervollständigung der Güte auf zwei weitere Kriterien eingegangen.

10.3 Weitere Gütekriterien

An dieser Stelle werden *Objektivität* und *Validität* des Untersuchungsdesigns überprüft, um der Güte der Testung gerecht zu werden.

10.3.1 Objektivität

Unter *Objektivität* versteht man den Grad, in dem die Ergebnisse eines Tests unabhängig vom Untersucher sind (vgl. Tachtsoglou, S. und König, J. 2017, S. 191). Man unterscheidet zwischen:

- *Durchführungsobjektivität*

  Unter Durchführungsobjektivität versteht man, dass die Ergebnisse unabhängig von dem durch-

führenden Testleiter sind. Um eine hohe Durchführungsobjektivität zu erreichen, sollte das Testhandbuch genaue und standardisierte Anweisungen ohne individuellen Spielraum zur Durchführung vorgeben. Diese beziehen sich auf die Testinstruktion, d.h. Anweisungen und Erklärungen gegenüber der Versuchsperson zur Durchführung, sowie auf Testmaterialien, mögliche Zeitbegrenzungen und den Umgang mit auftretenden Fragen der Testperson. (Vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b; Tachtsoglou, S. und König, J. 2017)
Innerhalb dieser Studie ist die Durchführungsobjektivität dadurch gewährleistet, dass es sich um eine standardisierte schriftliche Befragung handelt. Sowohl für den Fragebogen als auch den Leistungstest gibt es für alle Testleiterinnen und Testleiter genaue Anweisungen zur Durchführung.

- *Auswertungsobjektivität*
  Auswertungsobjektiv sind die Ergebnisse, wenn sie unabhängig von dem Testauswerter sind. Zur Sicherstellung der Auswertungsobjektivität sollte bei geschlossenen Fragen vorab festgelegt werden, wie Teilpunkte vergeben werden. Beispielsweise kann eine Mehrfachwahlaufgabe mehrere richtige Antwortalternativen beinhalten. Dabei muss im Vorfeld bestimmt werden, wie viele Punkte verteilt werden, wenn eine Person nur einen Teil der richtigen Antwortmöglichkeiten markiert. Bei Fragen mit offenem Antwortformat ist die Gewährleistung der Auswertungsobjektivität häufig deutlich schwieriger. Hier sind detailliertere Auswertungsregeln erforderlich. (Vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b; Tachtsoglou, S. und König, J. 2017)
  Die Auswertung beider Erhebungsinstrumente ist in dieser Studie standardisiert und durch die vorgegebenen Auswertungsmethoden genauestens festgelegt, sodass man als Testauswerter keinen möglichen Spielraum hat. Lediglich die zwei offenen Fragen am Ende des Fragebogens sind in der Auswertungsobjektivität eingeschränkt.

10.3.2 Validität

Die *Validität* gibt an, ob ein Test das misst, was er zu messen beansprucht (vgl. Tachtsoglou, S. und König, J. 2017, S. 197). Nur bei einem validen Test sind die Messergebnisse interpretierbar. Man unterscheidet zwischen:

- *Inhaltsvalidität*
  Inhaltsvalidität liegt vor, wenn die Aufgaben des Tests inhaltlich identisch mit den Persönlichkeitsmerkmalen sind, die durch den Test erfasst werden sollen. Die Inhaltsvalidität eines Tests wird in der Regel nicht empirisch-numerisch, sondern argumentativ begründet. Aus diesem Grund wird diese Form der Validitätsüberprüfung innerhalb der Psychologie nicht besonders geschätzt, sie ist aber dennoch nachzuweisen. (Vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b; Tachtsoglou, S. und König, J. 2017)

Demnach sollten in dieser Studie die Tests genau solche Items enthalten, die auch das jeweilige Konstrukt laut theoretischen Überlegungen abbilden. Dies wurde bereits argumentativ in den jeweiligen theoretischen Kapiteln dargestellt.

- *Konstruktvalidität*

  Ein konstruktvalider Test misst alle Facetten des theoretischen Konstrukts, die durch den Test erfasst werden sollen. Daraus entwickelt sich der Gedanke, dass sich aus einem zu messenden Konstrukt Hypothesen zu anderen Konstrukten ableiten lassen. Somit steht vor allem die Beziehung zwischen mehreren manifesten oder latenten Variablen im Mittelpunkt. (Vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b; Tachtsoglou, S. und König, J. 2017)

  Innerhalb dieser Studie werden beispielsweise sowohl die Lern- und Leistungsziele von Schülerinnen und Schülern als auch die Arbeitsvermeidung erfasst. Ebenso werden unterschiedliche Bezugsnormen des Selbstkonzepts sowie verschiedene Bereiche der Einstellung und Leistung ermittelt. Dadurch ergeben sich zum einen Hypothesen zu jedem manifesten Merkmal und diese lassen wiederum Rückschlüsse auf die latenten Konstrukte zu.

Anhand der dargestellten Gütekriterien wurde die Eignung der Indikatoren überprüft und sie kann als gegeben angesehen werden.

10.4 Datenerhebung

Die hier durchgeführte Studie war eine längsschnittlich angelegte quasi-experimentelle Interventionsstudie mit Experimental- und Kontrollgruppe.

Fragebogen und Leistungstest kamen erstmalig im Jahre 2017 in allen vier Klassen im Zeitraum zwischen Ende April und Anfang Mai zur Anwendung. Die Unterrichtseinheit umfasste den Zeitraum von Ende April bis Ende Mai und die abschließende erneute Befragung und Testung erfolgten Ende Mai bis Anfang Juni. Die Teilnahme der Schülerinnen und Schüler war freiwillig, unabhängig von der zuvor schriftlich eingeholten Einwilligung der Eltern. Außerdem war die Durchführung vorab durch die Niedersächsische Landesschulbehörde genehmigt worden.

Der Leistungstest und der Fragebogen wurden innerhalb einer Klasse bei allen Schülerinnen und Schülern gleichzeitig durchgeführt. Beide Testungen dauerten jeweils ca. 45 Minuten, sodass diese insgesamt vor der Einheit und nach der Einheit jeweils zwei Schulstunden in Anspruch nahmen. Genaue Anweisungen vor Beginn jeder Testung sollten mögliche Probleme bei der schriftlichen Befragung weitestgehend vermeiden. Die Unterrichtseinheit beinhaltete insgesamt fünf Stunden und pro Woche wurde eine Stunde aus der Einheit unterrichtet[9]. Insgesamt erstreckte sich die Einheit über ca. fünf Wochen.

Die Datenerhebung führten Studierende der Universität Hildesheim durch, die durch ein vorangegangenes und ein begleitendes Seminar in die Aufgaben eines Testleiters eingeführt wurden. Der genaue Testablauf wurde schriftlich festgehalten und jede Testung nach diesem Schema durchgeführt. Handlungsanweisungen für die Beantwortung von Schülerinnen- und Schülerfragen wurden ebenso vorab festgelegt. Die Studierenden forderten die Schülerinnen und Schüler dazu auf, den Fragebogen ehrlich und persönlich zu beantworten. Während der Durchführung achteten die Studierenden als Versuchsleiter darauf, dass die Kinder untereinander nicht miteinander redeten und jedes für sich alleine die Aufgaben und Fragen löste. Nach der Bearbeitung wurden die Bögen eingesammelt und zusätzlich auf Vollständigkeit kontrolliert.

Alle Daten wurden durch schriftliche Befragungen mit hochstrukturierten Antwortmöglichkeiten erhoben, wodurch der Personal-, Zeit- und Kostenaufwand ökonomisch blieb.

[9] Es gab Abweichungen im Ablauf bei zwei Klassen, in denen zwei von den fünf Stunden einmal in der ersten und einmal in der letzten Woche stattgefunden haben.

Die Tabelle 10.18 gibt einen Überblick zum Untersuchungsdesign.

Tabelle 10.18

Quasi-experimentelles Untersuchungsdesign der Intervention

Zeitverlauf	Experimentalgruppe	Kontrollgruppe
vor der UE	Pretest (Fragebogen & Leistungstest)	Pretest (Fragebogen & Leistungstest)
5-stündige UE	jede Woche eine Unterrichtsstunde á 45 Minuten zur GT	—
nach der UE	Posttest (Fragebogen & Leistungstest)	Posttest (Fragebogen & Leistungstest)

11 Auswertungsmethode

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Auswertungsmethode. Es werden anfangs die Auswertungsmodelle thematisiert (Abschnitt 11.1) und anschließend folgt ein Abschnitt zu den ausgewählten Kennzahlen und statistischen Richtwerten (Abschnitt 11.2), damit der anknüpfende Ergebnisteil nachvollzogen und interpretiert werden kann.

11.1 Auswertungsmodelle

Für die statistische Datenanalyse wurden drei unterschiedliche Auswertungsmodelle eingesetzt, die im Folgenden näher beschrieben werden. Innerhalb der anschließenden Darstellung der Ergebnisse (siehe Kapitel 12) werden diese Modelle nicht mehr explizit erläutert, sondern lediglich das jeweilige Auswertungsverfahren für die entsprechende Hypothese bzw. Forschungsfrage genannt. Die analytische Auswertung soll zeigen, ob durch graphentheoretische Konzepte die angestrebten Veränderungen in der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe zu erreichen sind und welches Potenzial in diesen Konzepten steckt.

11.1.1 Verfahren zur Überprüfung der allgemeinen Voraussetzungen und Hypothesen

Die nachstehenden Verfahren dienen zur Prüfung der aufgestellten Hypothesen (siehe Abschnitt 9.2) und bilden damit die Grundlage der Inferenzstatistik. Für die Überprüfung der Hypothesen **H1_EG** bis **H4_EG** sowie **H1_KG** bis **H4_KG** werden Konfidenzintervalle (siehe Unterabschnitt 11.1.1.1) berechnet sowie t-Tests für unabhängige (siehe Unterabschnitt 11.1.1.2) und abhängige (siehe Unterabschnitt 11.1.1.3) Stichproben durchgeführt. Sofern aus diesen Berechnungen statistisch signifikante Ergebnisse zu einzelnen Hypothesen vorliegen, werden im Anschluss daran zweifaktorielle Varianzanalysen mit Messwiederholung auf einem Faktor (siehe Unterabschnitt 11.1.1.4) durchgeführt, um die Hypothesen **H1_EG_KG** bis **H4_EG_KG** zu überprüfen.

11.1.1.1 Konfidenzintervalle

Die Konfidenzintervalle zeigen Bereiche von Mittelwerten an, in denen der interessierende Parameter mit hoher Wahrscheinlichkeit liegt (vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b, S. 674). Für diese Studie wird ein Konfidenzintervall von 95% festgelegt (vgl. ebd., S. 674). Die Intervalle dienen zur Orientierung, ob ein Ergebnis als signifikant oder nicht signifikant angesehen werden kann. Liegt ein Mittelwert der ersten Messung außerhalb des Konfidenzintervalls der zweiten Messung und umgekehrt auch, so kann davon abgeleitet werden, dass ein signifikanter Unterschied besteht. Zur genaueren Betrachtung wird nach Festlegung der Intervalle der nachstehend erläuterte t-Test für abhängige Stichproben (siehe Unterabschnitt 11.1.1.3) angewendet.

11.1.1.2 t-Test für unabhängige Stichproben

Anhand von t-Tests für unabhängige Stichproben werden Mittelwertunterschiede (arithmetische Mittel) zwischen zwei voneinander unabhängigen Stichproben auf Signifikanz untersucht (vgl. Kuckartz, U. u. a. 2013, S. 159).[10] Für einen t-Test bei unabhängigen Stichproben müssen drei Grundvoraussetzungen erfüllt sein (vgl. ebd., S. 168 f.):

(1) Die untersuchte Variable muss mindestens intervallskaliert sein.
(2) Das Merkmal sollte in beiden Grundgesamtheiten normalverteilt sein.
(3) Die Varianzen müssen gleich groß sein.

11.1.1.3 t-Test für abhängige Stichproben

Anhand von t-Tests für abhängige Stichproben werden Mittelwertunterschiede (arithmetische Mittel) zwischen zwei voneinander abhängigen Stichproben auf Signifikanz untersucht (vgl. ebd., S. 173).[11] Für einen t-Test bei abhängigen Stichproben müssen zwei Grundvoraussetzungen erfüllt sein (vgl. ebd., S. 173):

(1) Die untersuchte Variable muss mindestens intervallskaliert sein.
(2) Die Verteilung aus der Grundgesamtheit muss normalverteilt sein.

11.1.1.4 Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf einem Faktor

Der im vorigen Abschnitt beschriebene t-Test ermöglicht es, Mittelwertunterschiede zwischen zwei Gruppen auf Signifikanz zu untersuchen. Um jedoch mehr als zwei Gruppen vergleichen zu können, bedarf es der Varianzanalyse. Die Varianzanalyse untersucht den Einfluss einer oder mehrerer unabhängiger Variablen auf eine oder mehrere abhängige Variablen (vgl. ebd., S. 185). In dieser Studie wird der Einfluss zweier unabhängiger Variablen auf zwei abhängige Variablen untersucht. Die Analyse besteht dadurch aus den folgenden Faktoren: der nicht messwiederholte Faktor A (Gruppe: Experimental- vs. Kontrollgruppe) und der messwiederholte Faktor B (Messzeitpunkt: Pre- vs. Posttest). Für eine Varianzanalyse müssen zwei Grundvoraussetzungen erfüllt sein (vgl. ebd., S. 198):

(1) Die abhängige Variable muss mindestens intervallskaliert sein.
(2) Die Varianzen müssen gleich groß sein.

[10] Die Stichproben sind unabhängig voneinander, wenn die Personen aus jeder Stichprobe in keiner sich beeinflussenden Beziehung zueinander stehen (vgl. Kuckartz, U. u. a. 2013, S. 160). In dieser Studie sind die Experimental- und Kontrollgruppe unabhängig voneinander.

[11] Die Stichproben sind abhängig voneinander, wenn sich die Messwerte von Personen aus zwei Stichproben paarweise verbinden lassen (vgl. ebd., S. 160). In dieser Studie lassen sich die Messwerte von der Experimentalgruppe zum ersten Messzeitpunkt mit den Werten zum zweiten Messzeitpunkt paarweise verbinden, sodass diese beiden Stichproben abhängig sind. Für die Kontrollgruppe gilt dieses analog.

11.1.2 Verfahren zur Überprüfung der Grundvoraussetzungen

Grundvoraussetzung (1):

Für Rating-Skalen dürfen nach Döring, N. und Bortz, J. (2016b) alle Tests zur parametrischen Analyse von intervallskalierten Variablen angewendet werden. Daraus folgt, dass die Abstände zwischen den anzukreuzenden Möglichkeiten jeweils gleich groß sind. Die Intervallskalierung ist somit für alle Skalen gegeben, sodass diese Voraussetzung erfüllt ist.

Grundvoraussetzung (2):

Um zu überprüfen, ob die Daten normalverteilt sind, wird der Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest durchgeführt.

Die Annahme der Normalverteilung ist in der Regel nur bei einer kleinen Stichprobe ($n < 30$) eine Grundvoraussetzung (vgl. Pospeschill, M. 2016, S. 229). Da innerhalb dieser Studie für die Gesamt- und Gruppenstichprobe $n > 30$ gilt, kann der t-Test auch bei nicht normalverteilten Daten ohne ernsthafte Einschränkungen eingesetzt werden (vgl. ebd., S. 229). In diesen Fällen wurde dennoch der Mann-Whithney-U-Test (nicht-parametrische Alternative zum t-Test für unabhängige Stichproben) sowie der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (nicht-parametrische Alternative zum t-Test für abhängige Stichproben) durchgeführt und die Ergebnisse mit denen des jeweiligen t-Tests verglichen. Es wird an dieser Stelle vorgegriffen, dass in keinem der Fälle deutliche Unterschiede zwischen den Tests vorhanden sind (siehe Anhänge B.4 und B.5), sodass im weiteren Vorgehen das Hauptaugenmerk immer auf die t-Tests gelegt wird, da diese angewendet werden können.

Grundvoraussetzung (3):

Um zu überprüfen, ob die Varianzen homogen sind, wird der Levene-Test durchgeführt. Getestet wird die Nullhypothese, dass die Varianzen gleich sind (vgl. Kuckartz, U. u. a. 2013, S. 198). Ist der Signifikanzwert größer oder gleich $0,05$, kann die Nullhypothese beibehalten werden und man geht von Varianzgleichheit aus (vgl. ebd., S. 177). Liegt der Signifikanzwert unterhalb von $0,05$, so wird der t-Test nach Welch herangezogen. Für die Varianzanalyse gilt in solch einem Fall, dass diese dennoch durchgeführt werden darf, die resultierenden Werte jedoch kritisch betrachtet werden sollten, um Fehlschlüsse zu vermeiden (vgl. ebd., S. 198).

11.2 Kennzeichnungen und statistische Richtwerte

Um die Daten korrekt beurteilen und deuten zu können, werden vorerst farbliche Kennzeichnungen (Tabelle 11.1) sowie die statistischen Richtwerte *Signifikanzniveau* (Tabelle 11.2) und *Effektstärken*[12] (Ta-

[12] Die Effektstärken (d für t-Tests und η^2 für Varianzanalysen) wurden mittels eines Online-Tools berechnet (Lenhard, W. und Lenhard, A. 2014)

belle 11.3 und Tabelle 11.4) festgelegt. Da für die Effektstärken keine vergleichbaren Werte aus vorangegangenen Studien zum Bereich Graphentheorie vorliegen, werden bei der späteren Auswertung der Ergebnisse die Effektstärken ohne Vergleichswerte dargestellt und interpretiert. Diese Erkenntnisse können jedoch als neue Maßstäbe für nachfolgende vergleichbare Forschungen fungieren.

Tabelle 11.1

Farbliche Kennzeichnung

Farbe	Kennzeichnung
grün	EG
blau	KG
rot	EG und KG

Tabelle 11.2

Signifikanzniveau (p) (vgl. Pospeschill, M. 2016, S. 158)

Signifikanz	Signifikanzniveau (p)
nicht signifikant (n.s.)	$p > 0,05$
signifikant (*)	$p \leq 0,05$
sehr signifikant (**)	$p \leq 0,01$
hoch signifikant (***)	$p \leq 0,001$

Tabelle 11.3

Effektstärke (d) nach Cohen (vgl. Pospeschill, M. 2016, S. 209)

Effekt	Effektstärke (d)
kleiner Effekt	$d < 0,5$
mittlerer Effekt	$d \geq 0,5$
großer Effekt	$d \geq 0,8$

Tabelle 11.4

Effektstärke (η^2) (vgl. Kuckartz, U. u. a. 2013, S. 195)

Effekt	Effektstärke (η^2)
kleiner Effekt	$\eta^2 < 0,06$
mittlerer Effekt	$\eta^2 \geq 0,06$
großer Effekt	$\eta^2 \geq 0,14$

12 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Studie zu den Bereichen Motivation (*SELLMO-S**), Selbstkonzept (*SESSKO**), Einstellung zum Fach Mathematik (*EIFAMA*) und mathematische Leistung (*DEMAT 4*) dargestellt. Die erhobenen Daten der Fragebögen und Leistungstests wurden mittels des statistischen Computerprogramms SPSS (Superior Performance Software System) codiert. Die grafische Darstellung der Ergebnisse erfolgt über Säulendiagramme, die hauptsächlich Mittelwerte oder Prozentdaten beinhalten, sowie Profildiagramme. Bevor die Ergebnisse dargestellt werden, wird im folgenden Abschnitt noch ein kurzer Blick auf die Vorgehensweise bei der Datenanalyse geworfen.

12.1 Datenanalyse

Die Datenanalyse erfolgt in vier Schritten:

1. Schritt: Im ersten Schritt werden die deskriptiven Ergebnisse der Pretests für die gesamte Stichprobe sowie für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt und analytisch verglichen (Abschnitt 12.3).

2. Schritt: Im zweiten Schritt werden die deskriptiven Statistiken der Posttests für die gesamte Stichprobe sowie für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt und analytisch verglichen (Abschnitt 12.4). Außerdem werden die Auswertungen der Veränderungen zwischen den Gruppen im Posttest dargestellt und analysiert (Abschnitt 12.4).

3. Schritt: Um eine fundierte Aussage darüber machen zu können, ob sich die Konstrukte durch die Interventionsmaßnahmen verändert haben, müssen die Ausprägungen aller Konstrukte vor und nach der Intervention miteinander verglichen werden – dies geschieht im dritten Schritt. Es erfolgt die Darstellung und Analyse der Ergebnisse zu den Veränderungen in den Pre- und Posttests innerhalb der einzelnen Gruppen sowie zwischen den Gruppen und den Messzeitpunkten (Abschnitt 12.5). Insbesondere dieser Schritt trägt zur Beantwortung der Hypothesen bei und es werden an diesen Stellen die entsprechenden Effektstärken mitberechnet.

4. Schritt: Im vierten und letzten Schritt werden zuvor signifikante Ergebnisse auf folgende weitere Effekte untersucht (ebenfalls in Abschnitt 12.5 enthalten):

   – Haupteffekt des Faktors *Gruppe*: Überprüfung, ob ein Unterschied zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe über beide Messzeitpunkte hinweg besteht.
   – Haupteffekt des Faktors *Messzeitpunkt*: Überprüfung, ob ein Unterschied zwischen der Pre- und Posttest-Messung über beide Gruppen hinweg besteht.

- Wechselwirkung: Überprüfung, ob eine Interaktion zwischen Gruppe und Messzeitpunkt besteht, die über die Haupteffekte hinaus geht. Diese Überprüfung trägt ebenfalls zur Beantwortung der Hypothesen bei und es werden die entsprechenden Effektstärken mit angegeben.

Der Abschnitt 12.6 beschreibt als Ergänzung der quantitativen Daten das qualitative Material.

Bevor die genannten Ausführungen dargestellt werden, wird zunächst ein Blick auf die soziodemografischen Daten der Stichprobe geworfen (Abschnitt 12.2).

12.2 Soziodemografische Daten

Die folgenden Diagramme zeigen die soziodemografischen Daten der Stichprobe wie Geschlecht, Alter und die letzte Zeugnisnote (Halbjahresnote in der vierten Klasse) im Fach Mathematik.

12.2.1 Gesamte Stichprobe

Das Geschlecht der Schülerinnen und Schüler ist in der gesamten Stichprobe ähnlich verteilt (43 Mädchen und 37 Jungen). Das Alter der Kinder liegt zwischen neun und elf Jahren. Der Großteil hatte im letzten Zeugnis eine Eins, Zwei oder Drei im Fach Mathematik, zwölf Schülerinnen und Schüler hingegen hatten eine Vier oder Fünf.

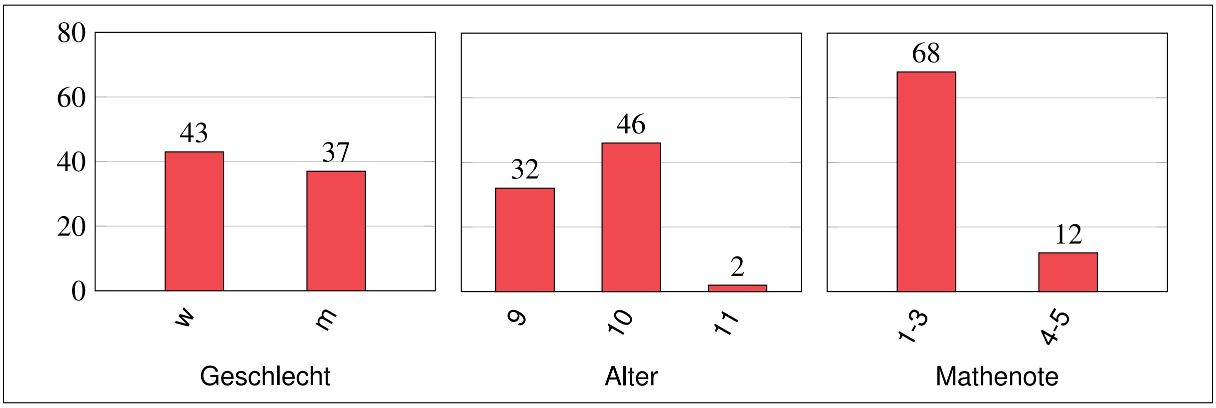


Abbildung 12.1. Soziodemografische Daten zur gesamten Stichprobe

12.2.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Gegenüberstellung der soziodemografischen Daten zeigt, dass sich die Experimental- und Kontrollgruppe in allen drei Bereichen kaum voneinander unterscheiden.

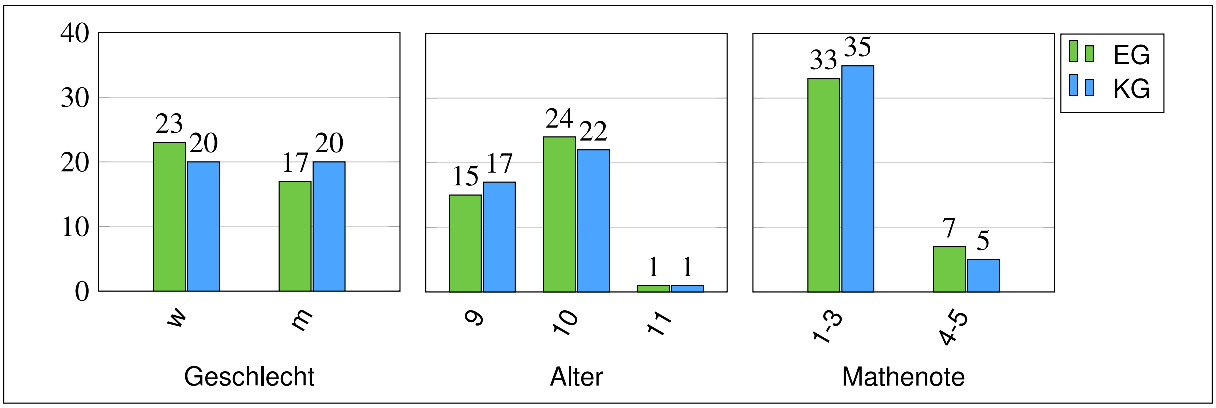


Abbildung 12.2. Soziodemografische Daten zur EG und KG

12.3 Pretest-Ergebnisse

Dieser Abschnitt präsentiert die Ergebnisse zu allen Konstrukten aus dem Pretest und gibt eine abschließende Zusammenfassung darüber.

12.3.1 Befunde zur Motivation

Die Pretest-Ergebnisse zur Motivation werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.3.1.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.1 und Abbildung 12.3 zeigen die deskriptive Statistik zur Motivation für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.1

Deskriptive Statistik zur Motivation der gesamten Stichprobe im Pretest

SELLMO-S*	N	M_{pre}	SD_{pre}
Lernziele (LZ)	80	13,70	1,63
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	80	7,39	3,73
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	80	7,68	3,35
Arbeitsvermeidung (AV)	80	7,31	3,34

Abbildung 12.3. Mittelwerte zur Motivation im Pretest

Die tabellarische und grafische Darstellung zeigen, dass die Skala *Lernziele* ($M_{pre} = 13,70$) mit Abstand am höchsten ausgeprägt ist, während sich die anderen drei Skalen im Mittel ähneln. Die Standardabweichung ist bei der Skala *Lernziele* ($SD_{pre} = 1,63$) am niedrigsten und bei den anderen drei Skalen ähnlich höher.

12.3.1.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zur Motivation der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.1)[13]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.1). Die folgenden Tabellen und Abbildungen zeigen eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest.

In der Tabelle 12.2 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen zur Motivation für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildungen 12.4, 12.5 und 12.6) veranschaulicht.

Tabelle 12.2

Deskriptive Statistik zur Motivation der EG und KG im Pretest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
SELLMO-S*	N	M_{pre}	SD_{pre}	N	M_{pre}	SD_{pre}
Lernziele (LZ)	40	13,50	1,85	40	13,90	1,35
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	40	7,95	3,48	40	6,83	3,92
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	40	7,23	2,84	40	8,13	3,77
Arbeitsvermeidung (AV)	40	7,30	2,89	40	7,33	3,76

[13] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Das folgende Diagramm stellt die Ergebnisse zur Motivation der Experimentalgruppe dar.

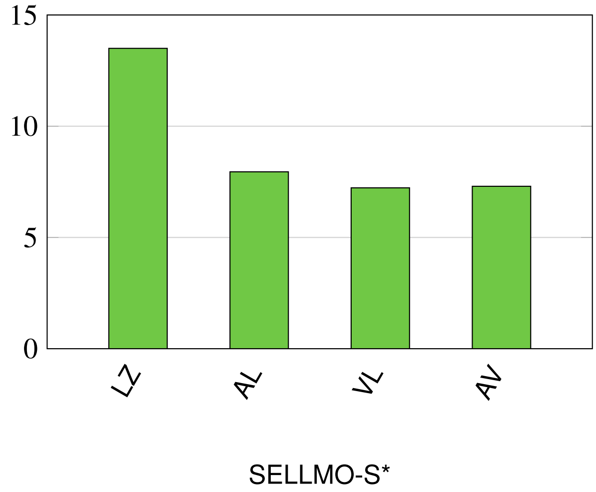


Abbildung 12.4. Mittelwerte zur Motivation der EG im Pretest

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Motivation der Kontrollgruppe veranschaulicht.

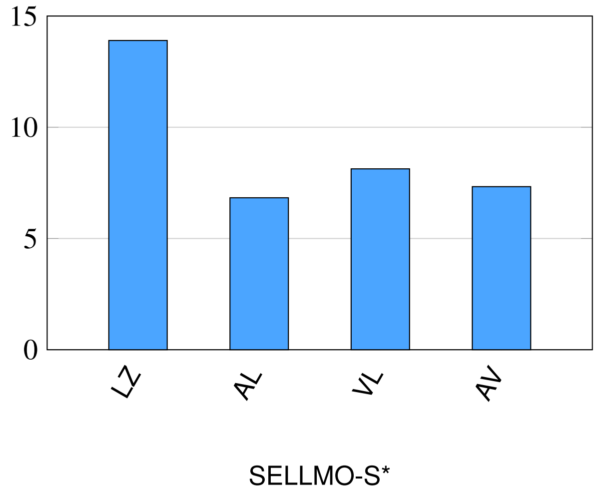


Abbildung 12.5. Mittelwerte zur Motivation der KG im Pretest

Anhand der Darstellungen zeigt sich, dass wie in der Gesamtstichprobe die Skala *Lernziele* (EG: $M_{pre} = 13,50$; KG: $M_{pre} = 13,90$) in der Experimental- und Kontrollgruppe den höchsten Wert erreicht und die Standardabweichungen (EG: $SD_{pre} = 1,85$; KG: $SD_{pre} = 1,35$) am geringsten sind. Die anderen drei Skalen liegen mit ihren Mittelwerten deutlich unter diesen Werten und die Standardabweichungen sind wiederum höher.

Das folgende Diagramm stellt diese Ergebnisse zur Motivation der Experimental- und Kontrollgruppe gegenüber.

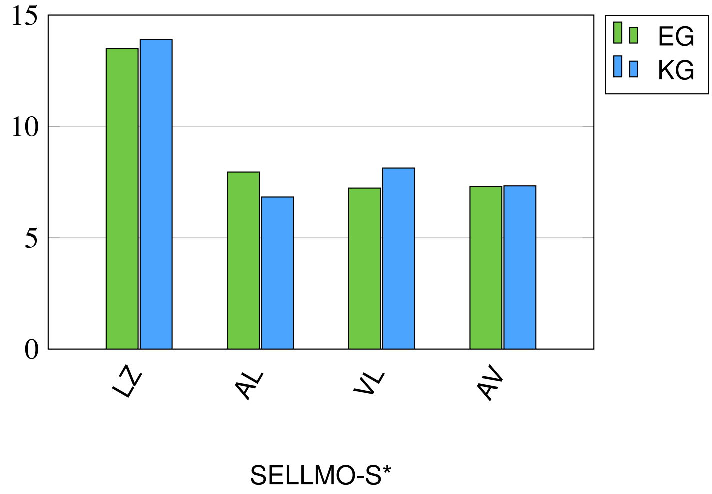


Abbildung 12.6. Mittelwerte zur Motivation der EG und KG im Pretest

Die deskriptiven Auswertungen zur Motivation im Pretest ergeben, dass die einzelnen Bereiche der Experimental- und Kontrollgruppe zu Untersuchungsbeginn eng zusammenliegen. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede zur Motivation bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Bereichen der Motivation ermittelt (Tabelle 12.3).

Tabelle 12.3

t-Test für unabhängige Stichproben zur Motivation der EG und KG im Pretest

SELLMO-S*	$M_{EG_{pre}}$	$M_{KG_{pre}}$	M_{pre}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Lernziele (LZ)	13,50	13,90	-0,40	-1,102	78	0,274 (n.s.)
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	7,95	6,83	1,13	1,357	78	0,179 (n.s.)
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	7,23	8,13	-0,90	-1,206	78	0,232 (n.s.)
Arbeitsvermeidung (AV)	7,30	7,33	-0,03	-0,033	78	0,974 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Bereichen *Lernziele*, *Annäherungs-Leistungsziele*, *Vermeidungs-Leistungsziele* und *Arbeitsvermeidung* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.1). Es kann von einer Grundgesamtheit der Untersuchungspopulation ausgegangen werden.

12.3.2 Befunde zum Selbstkonzept

Die Pretest-Ergebnisse zum Selbstkonzept werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.3.2.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.4 und Abbildung 12.7 zeigen die deskriptive Statistik zum Selbstkonzept für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.4

Deskriptive Statistik zum Selbstkonzept der gesamten Stichprobe im Pretest

SESSKO*	N	M_{pre}	SD_{pre}
kriterial (KSK)	80	11,34	2,32
individuell (ISK)	80	10,99	2,77
sozial (SSK)	80	10,55	2,18
absolut (ASK)	80	11,75	2,41

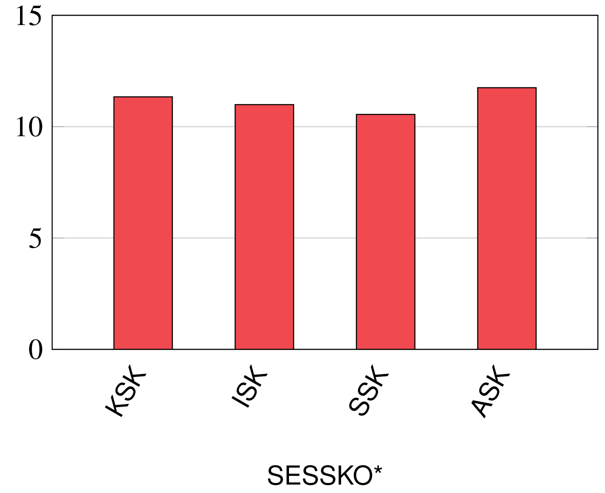


Abbildung 12.7. Mittelwerte zum Selbstkonzept im Pretest

Aus der tabellarischen und grafischen Darstellung geht hervor, dass in der gesamten Stichprobe das Merkmal *absolutes Selbstkonzept* ($M_{pre} = 11,75$) am stärksten und das Merkmal *soziales Selbstkonzept* ($M_{pre} = 10,55$) am schwächsten ausgeprägt ist. Die Standardabweichungen liegen für alle Skalen nicht weit auseinander.

12.3.2.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zum Selbstkonzept der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.2)[14]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.2). Die folgenden Tabellen und Abbildungen zeigen eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest.

In der Tabelle 12.5 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen zum Selbstkonzept für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die folgenden Grafiken (Abbildungen 12.8, 12.9 und 12.10) veranschaulicht.

Tabelle 12.5

Deskriptive Statistik zum Selbstkonzept der EG und KG im Pretest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
SESSKO*	N	M_{pre}	SD_{pre}	N	M_{pre}	SD_{pre}
kriterial (KSK)	40	11,33	2,48	40	11,35	2,18
individuell (ISK)	40	10,30	2,70	40	11,68	2,69
sozial (SSK)	40	10,68	2,19	40	10,43	2,19
absolut (ASK)	40	11,63	2,35	40	11,88	2,49

[14] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Im nachstehenden Diagramm werden die Ergebnisse zum Selbstkonzept der Experimentalgruppe dargestellt.

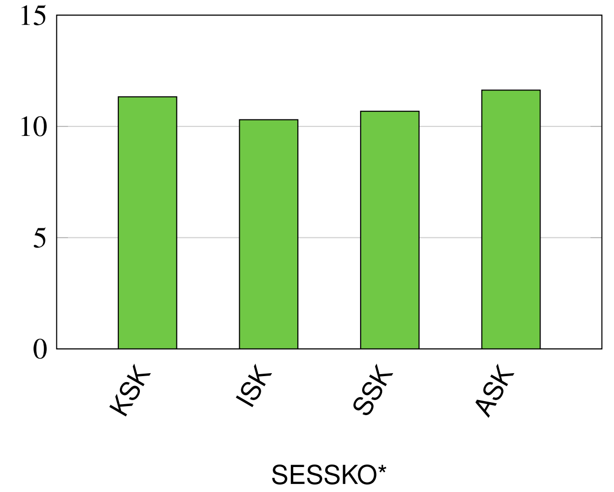


Abbildung 12.8. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG im Pretest

In folgender grafischer Darstellung werden die Ergebnisse zum Selbstkonzept der Kontrollgruppe veranschaulicht.

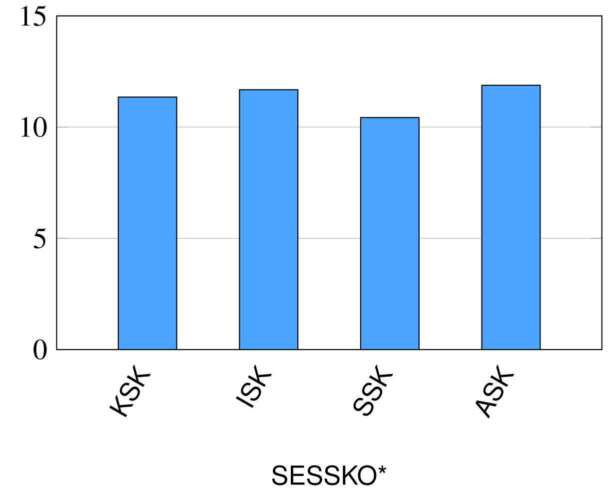


Abbildung 12.9. Mittelwerte zum Selbstkonzept der KG im Pretest

Die Darstellungen ergeben, dass wie in der Gesamtstichprobe die Skala *absolut* (EG: $M_{pre} = 11,63$; KG $M_{pre} = 11,88$) in beiden Gruppen am höchsten ausgeprägt ist. Innerhalb der Experimentalgruppe ist die Skala *individuell* ($M_{pre} = 10,30$) und innerhalb der Kontrollgruppe die Skala *sozial* ($M_{pre} = 10,43$) am schwächsten ausgeprägt. Die Standardabweichungen ähneln sich in beiden Gruppen.

In der Grafik werden die Ergebnisse zum Selbstkonzept der Experimental- und Kontrollgruppe wie folgt gegenübergestellt.

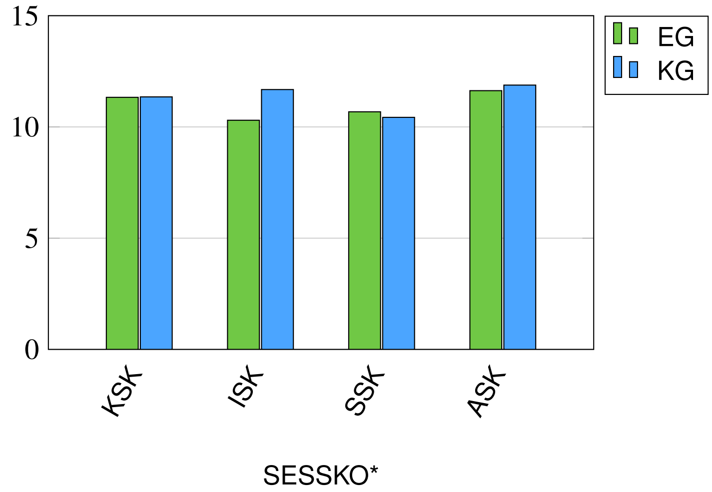


Abbildung 12.10. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG und KG im Pretest

Die deskriptiven Auswertungen zum Selbstkonzept im Pretest ergeben, dass die einzelnen Skalen zum Selbstkonzept der Experimental- und Kontrollgruppe zu Untersuchungsbeginn eng zusammenliegen. Lediglich bei der Skala *individuell* ist ein größerer Unterschied erkennbar. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede im Selbstkonzept bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Bereichen des Selbstkonzepts ermittelt (Tabelle 12.6).

Tabelle 12.6

t-Test für unabhängige Stichproben zum Selbstkonzept der EG und KG im Pretest

SESSKO*	$M_{EG_{pre}}$	$M_{KG_{pre}}$	M_{pre}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
kriterial (KSK)	11,33	11,35	-0,03	-0,048	78	0,962 (n.s.)
individuell (ISK)	10,30	11,68	**-1,38**	-2,280	78	**0,025 (*)**
sozial (SSK)	10,68	10,43	0,25	0,510	78	0,611 (n.s.)
absolut (ASK)	11,63	11,88	-0,25	-0,462	78	0,646 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Bereichen *kriterial*, *sozial* und *absolut* gibt. Lediglich der Bereich *individuell* weist einen signifikanten Unterschied in der Weise auf, dass die Kontrollgruppe ein höheres individuelles Selbstkonzept besitzt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.2). Dennoch kann für das gesamte Selbstkonzept von einer Grundgesamtheit der Untersuchungspopulation ausgegangen werden.

12.3.3 Befunde zur Einstellung

Die Pretest-Ergebnisse zur Einstellung werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.3.3.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.7 und Abbildung 12.11 zeigen die deskriptive Statistik zur Einstellung für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.7

Deskriptive Statistik zur Einstellung der gesamten Stichprobe im Pretest

EIFAMA	N	M_{pre}	SD_{pre}
Gefallen (GE)	80	11,50	2,98
Nutzen (NU)	80	16,04	3,06

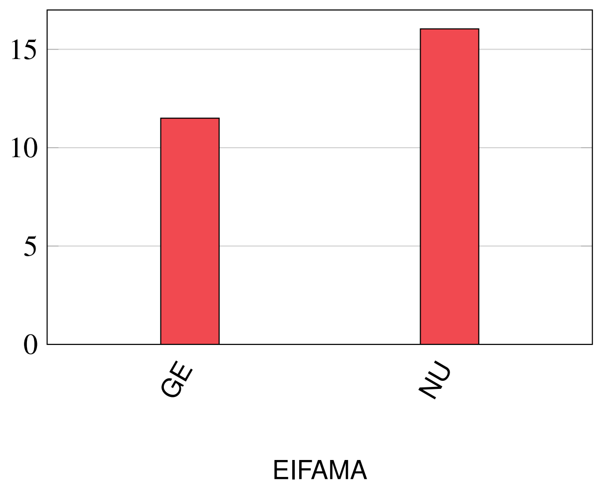


Abbildung 12.11. Mittelwerte zur Einstellung im Pretest

Die tabellarische und grafische Darstellung zeigen, dass die Skala *Nutzen* ($M_{pre} = 16,04$) höher ausgeprägt ist als die Skala *Gefallen* ($M_{pre} = 11,50$). Die Standardabweichungen unterscheiden sich nur geringfügig.

12.3.3.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zur Einstellung der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.3)[15]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.3). Die folgenden Tabellen und Abbildungen zeigen eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest.

In der Tabelle 12.8 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen zur Einstellung für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildungen 12.12, 12.13 und 12.14) veranschaulicht.

Tabelle 12.8

Deskriptive Statistik zur Einstellung der EG und KG im Pretest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
EIFAMA	N	M_{pre}	SD_{pre}	N	M_{pre}	SD_{pre}
Gefallen (GE)	40	11,23	3,24	40	11,78	2,71
Nutzen (NU)	40	16,48	3,00	40	15,60	3,10

[15] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Einstellung der Experimentalgruppe dargestellt.

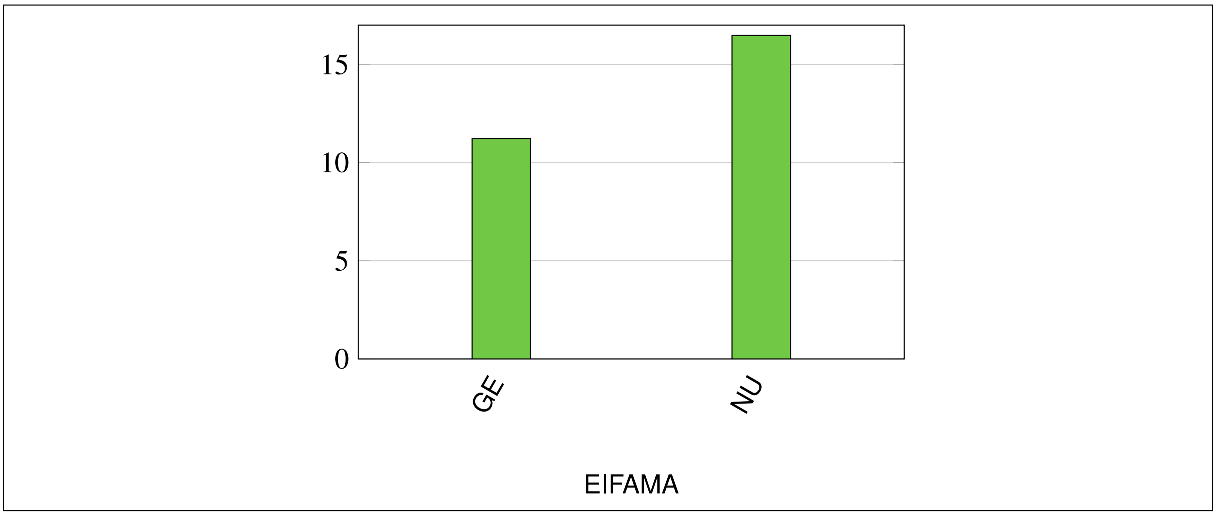


Abbildung 12.12. Mittelwerte zur Einstellung der EG im Pretest

In folgender grafischer Darstellung werden die Ergebnisse zur Einstellung der Kontrollgruppe veranschaulicht.

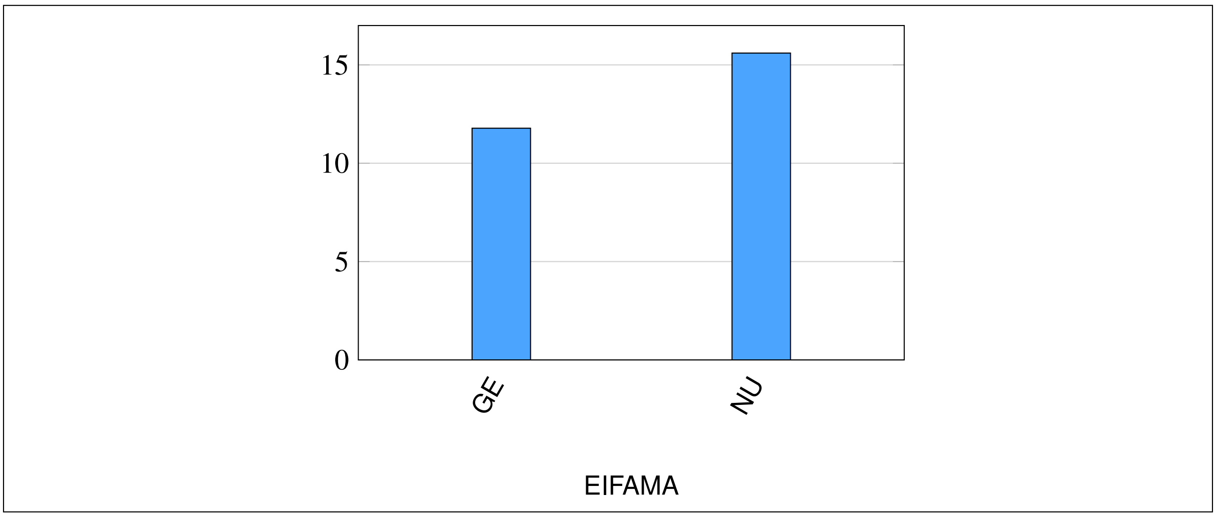


Abbildung 12.13. Mittelwerte zur Einstellung der KG im Pretest

Anhand der Darstellungen zeigt sich, dass in beiden Gruppen die Skala *Nutzen* (EG: $M_{pre} = 16,48$; KG: $M_{pre} = 15,60$) höhere Werte erreicht. Die Standardabweichungen ähneln sich bei den jeweiligen Skalen.

Im folgenden Diagramm werden diese Ergebnisse zur Einstellung der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

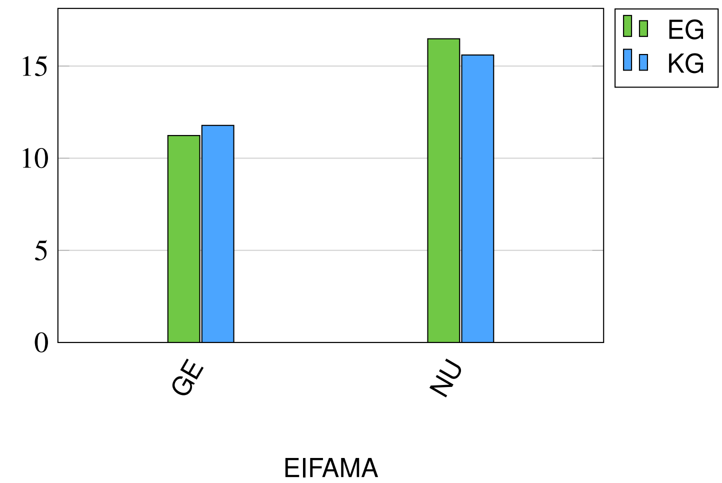


Abbildung 12.14. Mittelwerte zur Einstellung der EG und KG im Pretest

Die deskriptiven Auswertungen zur Einstellung im Pretest ergeben, dass die einzelnen Bereiche der Experimental- und Kontrollgruppe zu Untersuchungsbeginn eng zusammenliegen. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede in der Einstellung bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in beiden Bereichen zur Einstellung ermittelt (Tabelle 12.9).

Tabelle 12.9

t-Test für unabhängige Stichproben zur Einstellung der EG und KG im Pretest

EIFAMA	$M_{EG_{pre}}$	$M_{KG_{pre}}$	M_{pre}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Gefallen (GE)	11,23	11,78	-0,55	-0,823	78	0,413 (n.s.)
Nutzen (NU)	16,48	15,60	0,88	1,283	78	0,203 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Bereichen *Gefallen* und *Nutzen* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.3). Es kann von einer Grundgesamtheit der Untersuchungspopulation ausgegangen werden.

12.3.4 Befunde zur Leistung

Die Pretest-Ergebnisse zur Leistung werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.3.4.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.10 und Abbildung 12.15[16] geben eine Übersicht zu den Ergebnissen der deskriptiven Statistik von der gesamten Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.10

Deskriptive Statistik zur Leistung der gesamten Stichprobe im Pretest

DEMAT 4	N	M_{pre}	SD_{pre}
Arithmetik (ARIT)	80	8,91	3,63
Sachrechnen (SACH)	80	7,18	2,84
Geometrie (GEOM)	80	2,84	1,81

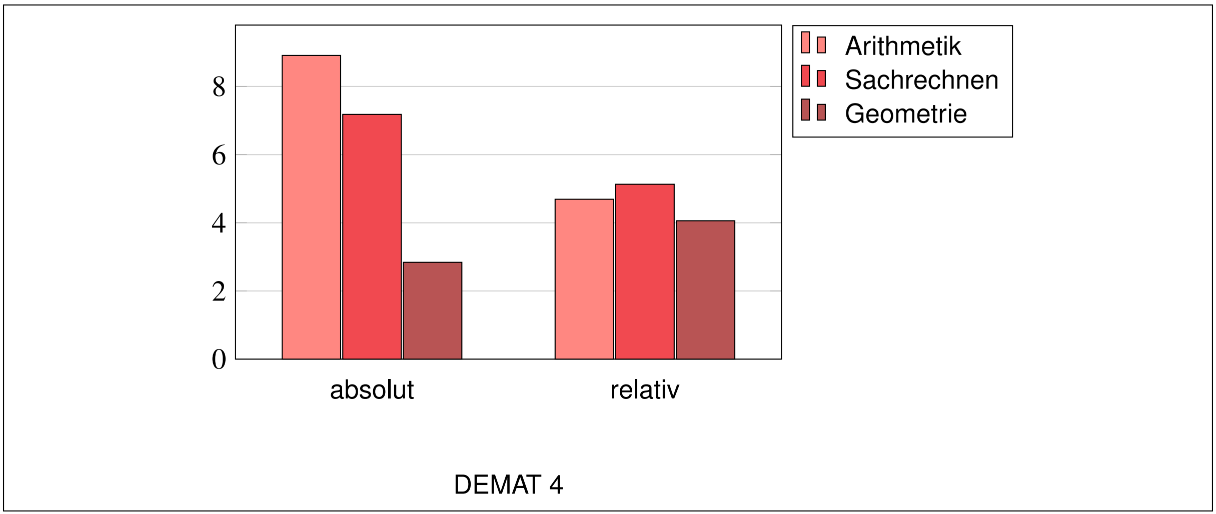


Abbildung 12.15. Absolute und relative Leistungen im Pretest

Aus der tabellarischen und grafischen Darstellung geht hervor, dass in der gesamten Stichprobe im Bereich *Sachrechnen* ($M_{pre} = 5,13$)[17] am besten und im Bereich *Geometrie* ($M_{pre} = 4,06$)[18] am schlechtes-

[16] Die relativen Leistungen ergeben sich aus: Mittelwert mal 10 geteilt durch die Gesamtpunktanzahl für den jeweiligen Bereich, um die Skalierung einheitlich bzw. normalisiert darstellen zu können.
[17] relative Werte
[18] relative Werte

ten abgeschnitten wurde. Insgesamt wurden im Durchschnitt 18,93 von 40 möglichen Punkten erreicht. Die Standardabweichungen sind in allen drei Bereichen sehr unterschiedlich.

12.3.4.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zur Leistung der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.4)[19]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.4). Die folgenden Tabellen und Abbildungen zeigen eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest.

In der Tabelle 12.11 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen zur Leistung für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildungen 12.16, 12.17 und 12.18) veranschaulicht.

Tabelle 12.11

Deskriptive Statistik zur Leistung der EG und KG im Pretest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
DEMAT 4	N	M_{pre}	SD_{pre}	N	M_{pre}	SD_{pre}
Arithmetik (ARIT)	40	9,08	3,21	40	8,75	4,04
Sachrechnen (SACH)	40	7,25	2,92	40	7,10	2,80
Geometrie (GEOM)	40	2,80	1,95	40	2,88	1,68

[19] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Das folgende Diagramm zeigt die Ergebnisse zur Leistung der Experimentalgruppe.

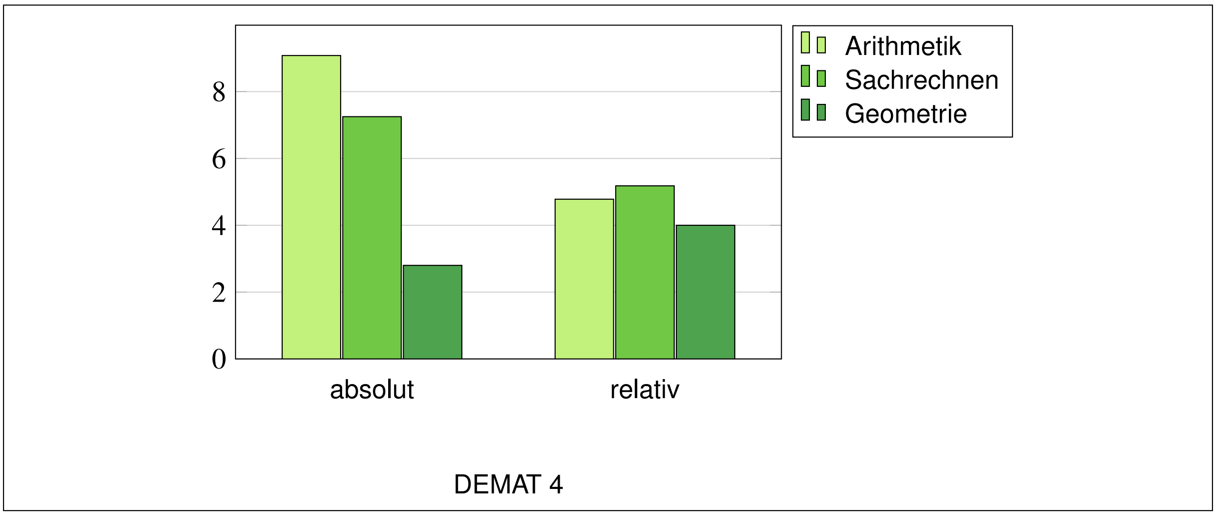


Abbildung 12.16. Absolute und relative Leistungen der EG im Pretest

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Leistung der Kontrollgruppe dargestellt.

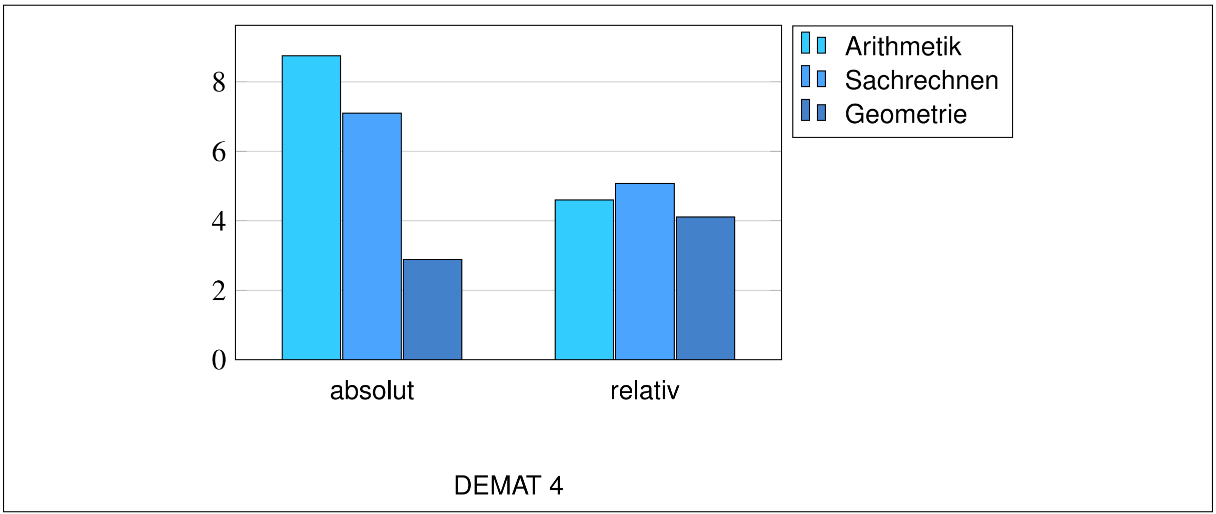


Abbildung 12.17. Absolute und relative Leistungen der KG im Pretest

Die Darstellungen ergeben, dass wie in der Gesamtstichprobe die Skala *Sachrechnen* (EG: $M_{pre} = 5,17$; KG: $M_{pre} = 5,07$)[20] in beiden Gruppen am höchsten und die Skala *Geometrie* (EG: $M_{pre} = 4,00$; KG: $M_{pre} = 4,11$)[21] in beiden Gruppen am schwächsten ausgeprägt ist. Im Durchschnitt liegt der Wert für die mathematische Leistung der Experimentalgruppe bei 19,13 und der Kontrollgruppe bei 18,73.

[20] relative Werte
[21] relative Werte

In der folgenden grafischen Darstellung werden diese Ergebnisse zur Leistung der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

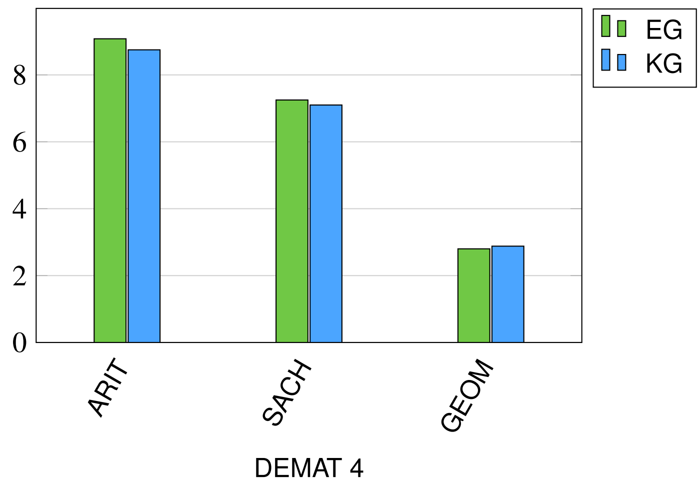


Abbildung 12.18. Mittelwerte zur Leistung der EG und KG im Pretest

Die deskriptiven Auswertungen zur Leistung im Pretest ergeben, dass die einzelnen Skalen zur Leistung der Experimental- und Kontrollgruppe zu Untersuchungsbeginn eng zusammenliegen. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede in der Leistung bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Leistungsbereichen ermittelt (Tabelle 12.12).

Tabelle 12.12

t-Test für unabhängige Stichproben zur Leistung der EG und KG im Pretest

DEMAT 4	$M_{EG_{pre}}$	$M_{KG_{pre}}$	M_{pre}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Arithmetik (ARIT)	9,08	8,75	0,33	0,398	78	0,692 (n.s.)
Sachrechnen (SACH)	7,25	7,10	0,15	0,235	78	0,815 (n.s.)
Geometrie (GEOM)	2,80	2,88	-0,08	-0,184	78	0,854 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Leistungsbereichen *Arithmetik*, *Sachrechnen* und *Geometrie* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.4). Aus diesem Grund kann von einer Grundgesamtheit der Untersuchungspopulation ausgegangen werden.

12.3.5 Zusammenfassung und Diskussion der Pretest-Ergebnisse

Die Tabelle 12.13 und Abbildung 12.19 fassen die Pretest-Ergebnisse zusammen.

Tabelle 12.13

t-Test für unabhängige Stichproben der EG und KG im Pretest

		N	$M_{EG_{pre}}$	$M_{KG_{pre}}$	M_{pre}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
SELLMO-S*	LZ	80	13,50	13,90	-0,40	-1,102	78	0,274 (n.s.)
	AL	80	7,95	6,83	1,13	1,357	78	0,179 (n.s.)
	VL	80	7,23	8,13	-0,90	-1,206	78	0,232 (n.s.)
	AV	80	7,30	7,33	-0,03	-0,033	78	0,974 (n.s.)
SESSKO*	KSK	80	11,33	11,35	-0,03	-0,048	78	0,962 (n.s.)
	ISK	80	10,30	11,68	**-1,38**	-2,280	78	**0,025 (*)**
	SSK	80	10,68	10,43	0,25	0,510	78	0,611 (n.s.)
	ASK	80	11,63	11,88	-0,25	-0,462	78	0,646 (n.s.)
EIFAMA	GE	80	11,23	11,78	-0,55	-0,823	78	0,413 (n.s.)
	NU	80	16,48	15,60	0,88	1,283	78	0,203 (n.s.)
DEMAT 4	ARIT	80	9,08	8,75	0,33	0,398	78	0,692 (n.s.)
	SACH	80	7,25	7,10	0,15	0,235	78	0,815 (n.s.)
	GEOM	80	2,80	2,88	-0,08	-0,184	78	0,854 (n.s.)

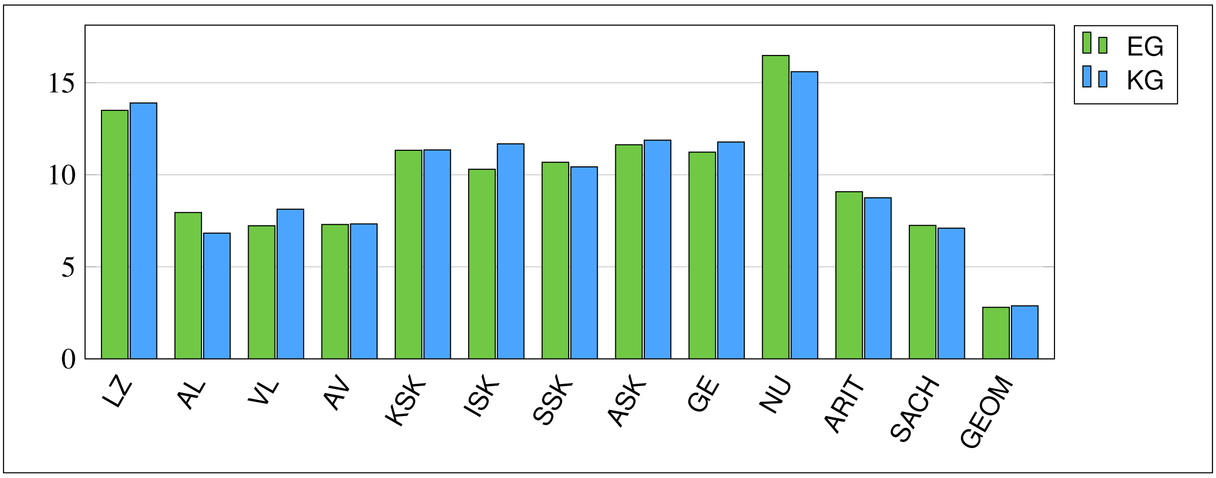


Abbildung 12.19. Mittelwerte der EG und KG im Pretest.

Aus den Pretest-Ergebnissen resultiert, dass die Experimental- und Kontrollgruppe vor der Intervention in allen Skalen-Bereichen einer Grundgesamtheit angehören. Lediglich geringe Differenzen sind gegeben und einzig für die Skala *individuelles Selbstkonzept* besteht ein signifikanter Unterschied dahingehend, dass die Kontrollgruppe ein höheres individuelles Selbstkonzept aufweist.

12.4 Posttest-Ergebnisse

Dieser Abschnitt präsentiert die Ergebnisse zu allen Konstrukten aus dem Posttest und gibt eine abschließende Zusammenfassung darüber.

12.4.1 Befunde zur Motivation

Die Posttest-Ergebnisse zur Motivation werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.4.1.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.14 und Abbildung 12.20 zeigen die deskriptive Statistik zur Motivation für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.14

Deskriptive Statistik zur Motivation der gesamten Stichprobe im Posttest

SELLMO-S*	N	M_{post}	SD_{post}
Lernziele (LZ)	80	13,36	1,85
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	80	6,93	3,56
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	80	7,78	3,39
Arbeitsvermeidung (AV)	80	6,73	3,64

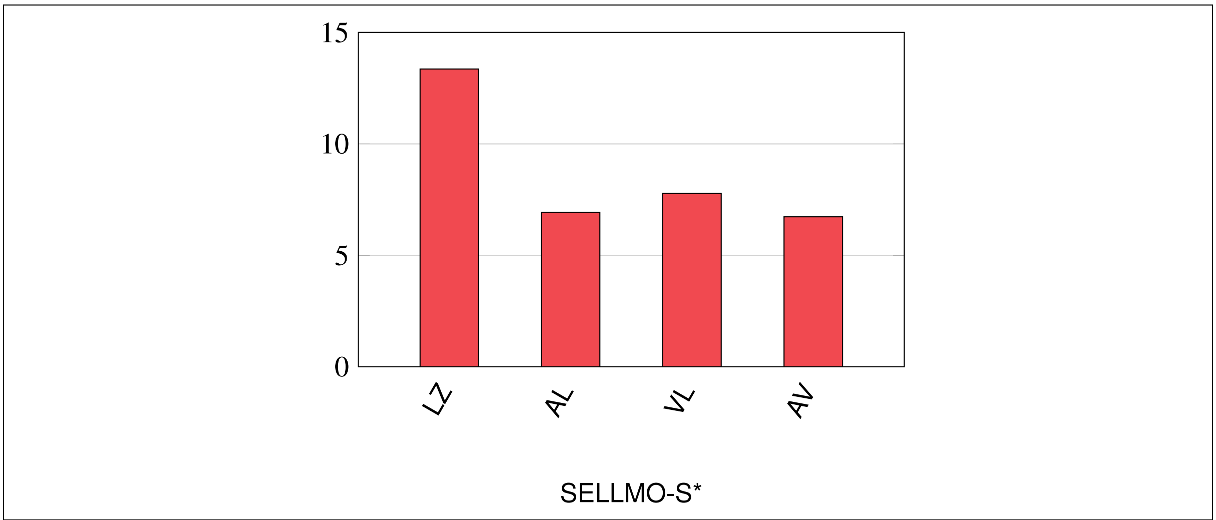


Abbildung 12.20. Mittelwerte zur Motivation im Posttest

Die tabellarische und grafische Darstellung zeigen, dass die Skala *Lernziele* ($M_{post} = 13,36$) mit Abstand am höchsten ausgeprägt ist, während sich die anderen drei Skalen im Mittel ähneln. Die Standardabweichung ist bei der Skala *Lernziele* ($SD_{post} = 1,85$) eher gering, wobei sie bei den anderen Skalen deutlich höher ist.

12.4.1.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zur Motivation der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.1)[22]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen, mit Ausnahme der Skala Lernziele, gegeben (siehe Anhang B.3.1)[23].

In der Tabelle 12.15 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildung 12.21, Abbildung 12.22 und Abbildung 12.23) veranschaulicht.

Tabelle 12.15

Deskriptive Statistik zur Motivation der EG und KG im Posttest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
SELLMO-S*	N	M_{post}	SD_{post}	N	M_{post}	SD_{post}
Lernziele (LZ)	40	13,00	2,20	40	13,73	1,36
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	40	7,28	3,27	40	6,58	3,84
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	40	7,73	3,28	40	7,83	3,54
Arbeitsvermeidung (AV)	40	7,13	3,92	40	6,33	3,33

[22] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.
[23] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Motivation der Experimentalgruppe dargestellt.

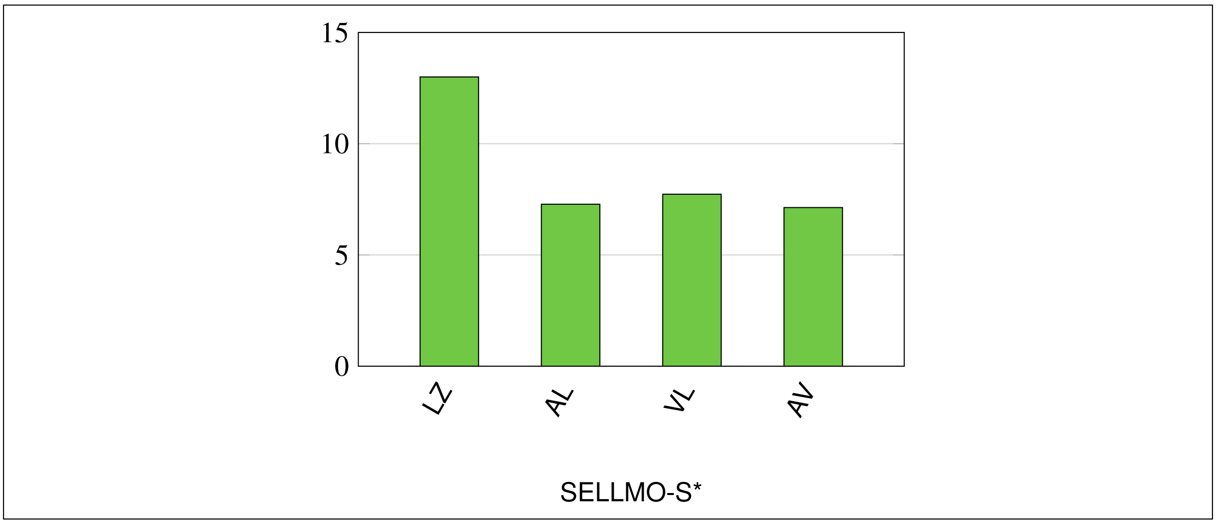


Abbildung 12.21. Mittelwerte zur Motivation der EG im Posttest

Das nachstehende Diagramm zeigt die Ergebnisse zur Motivation der Kontrollgruppe.

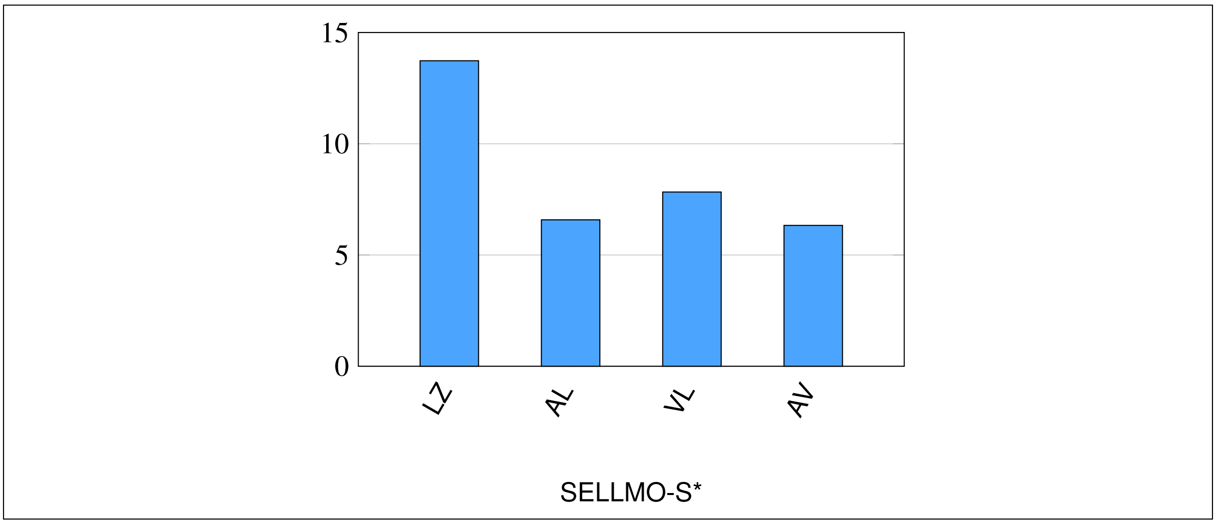


Abbildung 12.22. Mittelwerte zur Motivation der KG im Posttest

Anhand der Darstellungen zeigt sich, dass wie in der Gesamtstichprobe die Skala *Lernziele* (EG: $M_{post} = 13,00$; KG: $M_{post} = 13,73$) in der Experimental- und Kontrollgruppe den höchsten Wert erreicht. Die anderen drei Skalen liegen wieder dicht beieinander und haben deutlich größere Standardabweichungen als die Skala *Lernziele*.

Das folgende Diagramm stellt diese Ergebnisse zur Motivation der Experimental- und Kontrollgruppe gegenüber.

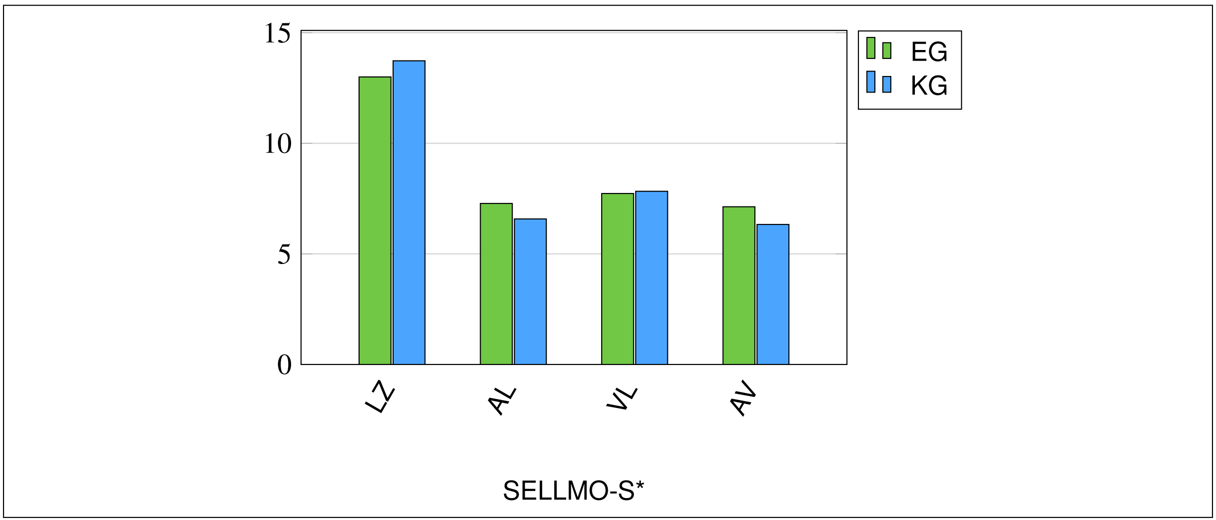


Abbildung 12.23. Mittelwerte zur Motivation der EG und KG im Posttest

Die deskriptiven Auswertungen zur Motivation im Posttest ergeben, dass die einzelnen Bereiche der Experimental- und Kontrollgruppe nach der Intervention eng zusammenliegen. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede zur Motivation bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Bereichen der Motivation ermittelt (Tabelle 12.16).

Tabelle 12.16

t-Test für unabhängige Stichproben zur Motivation der EG und KG im Posttest

SELLMO-S*	$M_{EG_{post}}$	$M_{KG_{post}}$	M_{post}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Lernziele (LZ)	13,00	13,73	-0,73	-1,776	65,045	0,080 (n.s.)
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	7,28	6,58	0,70	0,879	78	0,382 (n.s.)
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	7,73	7,83	-0,10	-0,131	78	0,896 (n.s.)
Arbeitsvermeidung (AV)	7,13	6,33	0,80	0,983	78	0,329 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Bereichen *Lernziele*, *Annäherungs-Leistungsziele*, *Vermeidungs-Leistungsziele* und *Arbeitsvermeidung* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.1).

12.4.2 Befunde zum Selbstkonzept

Die Posttest-Ergebnisse zum Selbstkonzept werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.4.2.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.17 und Abbildung 12.24 zeigen die deskriptive Statistik zum Selbstkonzept für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.17

Deskriptive Statistik zum Selbstkonzept der gesamten Stichprobe im Posttest

SESSKO*	N	M_{post}	SD_{post}
kriterial (KSK)	80	11,68	2,24
individuell (ISK)	80	11,14	2,88
sozial (SSK)	80	10,20	2,66
absolut (ASK)	80	11,53	2,50

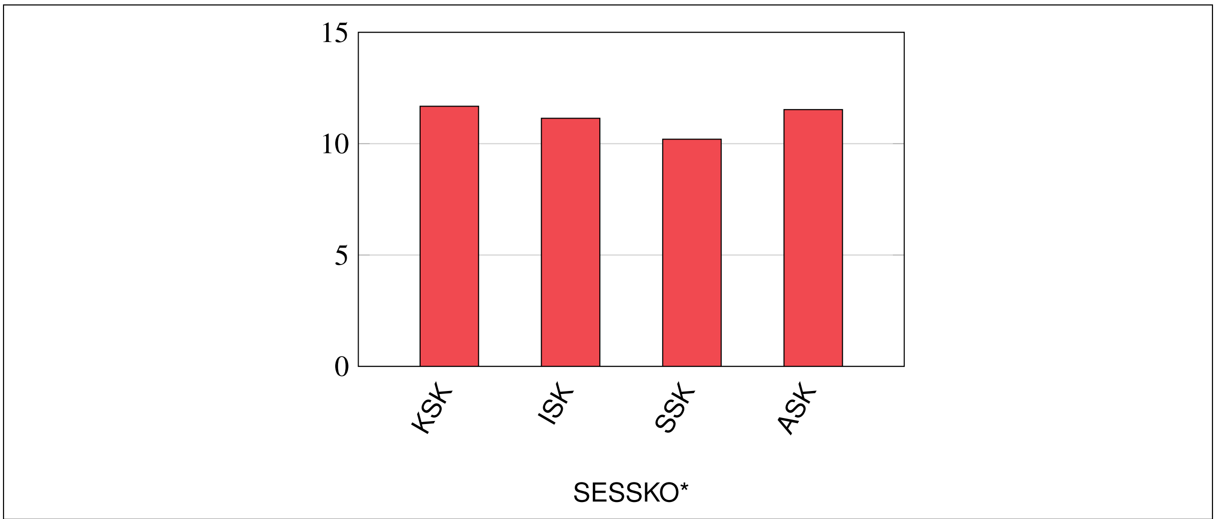


Abbildung 12.24. Mittelwerte zum Selbstkonzept im Posttest

Aus der tabellarischen und grafischen Darstellung geht hervor, dass in der gesamten Stichprobe das Merkmal *kriterial* ($M_{post} = 11,68$) den höchsten und das Merkmal *sozial* ($M_{post} = 10,20$) den niedrigsten Wert erreicht. Die Standardabweichungen liegen für alle Skalen eng beieinander.

12.4.2.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zum Selbstkonzept der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.2)[24]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.2). Die folgenden Tabellen und Abbildungen geben eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Posttest.

In der Tabelle 12.18 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen zum Selbstkonzept für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildung 12.25, Abbildung 12.26 und Abbildung 12.27) veranschaulicht.

Tabelle 12.18

Deskriptive Statistik zum Selbstkonzept der EG und KG im Posttest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
SESSKO*	N	M_{post}	SD_{post}	N	M_{post}	SD_{post}
kriterial (KSK)	40	12,10	2,16	40	11,25	2,26
individuell (ISK)	40	11,65	2,77	40	10,63	2,93
sozial (SSK)	40	10,65	2,59	40	9,75	2,69
absolut (ASK)	40	11,45	2,52	40	11,60	2,51

[24] Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zum Selbstkonzept der Experimentalgruppe dargestellt.

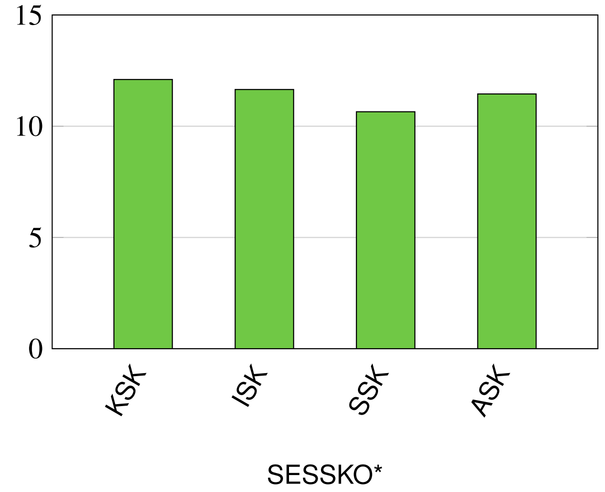


Abbildung 12.25. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG im Posttest

In folgender grafischer Darstellung werden die Ergebnisse zum Selbstkonzept der Kontrollgruppe veranschaulicht.

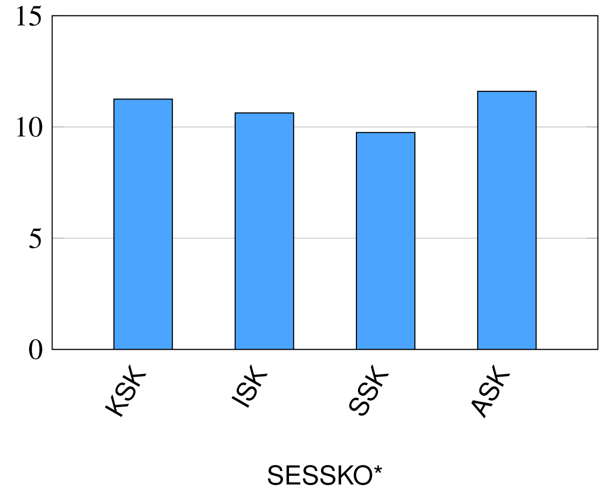


Abbildung 12.26. Mittelwerte zum Selbstkonzept der KG im Posttest

Die Darstellungen ergeben, dass innerhalb der Experimentalgruppe die Skala *kriterial* ($M_{post} = 12,10$) am stärksten und die Skala *sozial* ($M_{post} = 10,65$) am niedrigsten ausgeprägt ist. Innerhalb der Kontrollgruppe hat die Skala *absolut* ($M_{post} = 11,60$) die höchste und die Skala *sozial* ($M_{post} = 9,75$) die niedrigste Ausprägung. Die Standardabweichungen liegen bei einem Gruppenvergleich eng beieinander.

In der Grafik werden diese Ergebnisse zum Selbstkonzept der Experimental- und Kontrollgruppe wie folgt gegenübergestellt.

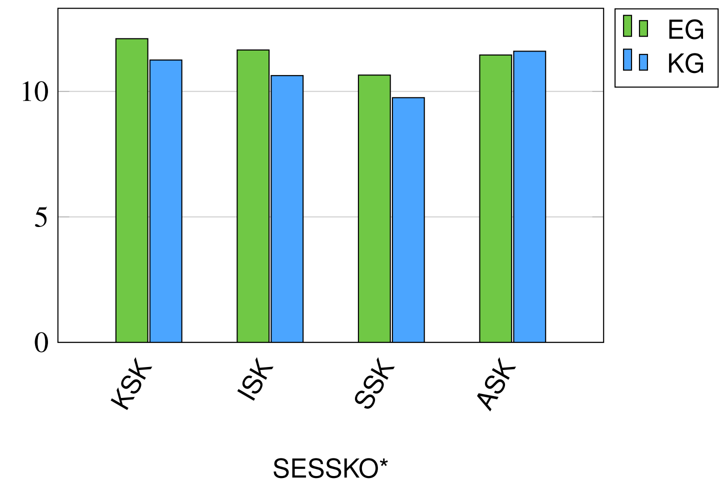


Abbildung 12.27. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG und KG im Posttest

Die deskriptiven Auswertungen zum Selbstkonzept im Posttest ergeben, dass die Bereiche *kriterial*, *individuell* und *sozial* der Experimental- und Kontrollgruppe erkennbare Unterschiede aufweisen, während die Werte beider Gruppen für die Skala *absolut* eng zusammenliegen. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede im Selbstkonzept bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Bereichen des Selbstkonzepts ermittelt (Tabelle 12.19).

Tabelle 12.19

t-Test für unabhängige Stichproben zum Selbstkonzept der EG und KG im Posttest

SESSKO*	$M_{EG_{post}}$	$M_{KG_{post}}$	M_{post}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
kriterial (KSK)	12,10	11,25	0,85	1,720	78	0,089 (n.s.)
individuell (ISK)	11,65	10,63	1,02	1,607	78	0,112 (n.s.)
sozial (SSK)	10,65	9,75	0,90	1,526	78	0,131 (n.s.)
absolut (ASK)	11,45	11,60	-0,15	-0,267	78	0,790 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Bereichen *kriterial*, *individuell*, *sozial* und *absolut* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.2).

12.4.3 Befunde zur Einstellung

Die Posttest-Ergebnisse zur Einstellung werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.4.3.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.20 und Abbildung 12.28 zeigen die deskriptive Statistik zur Einstellung für die gesamte Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.20

Deskriptive Statistik zur Einstellung der gesamten Stichprobe im Posttest

EIFAMA	N	M_{post}	SD_{post}
Gefallen (GE)	80	11,94	2,33
Nutzen (NU)	80	16,56	2,52

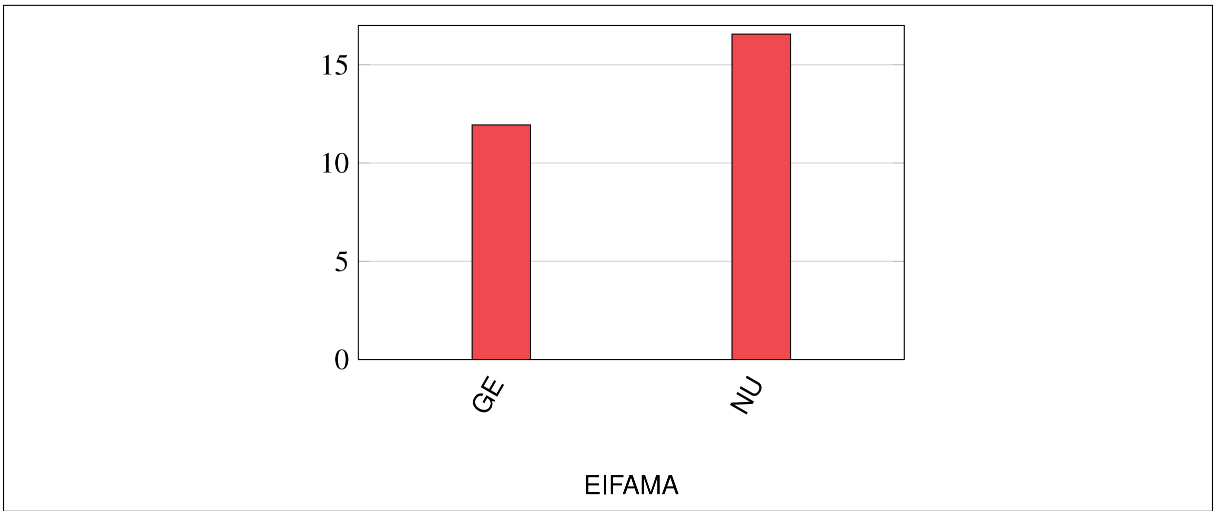


Abbildung 12.28. Mittelwerte zur Einstellung im Posttest

Die tabellarische und grafische Darstellung zeigen, dass die Skala *Nutzen* ($M_{post} = 16,56$) höher ausgeprägt ist als die Skala *Gefallen* ($M_{post} = 11,94$). Die Standardabweichungen liegen eng beieinander.

12.4.3.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Werte zur Einstellung der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben nicht für alle Skalen hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.3)[25]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.3). Die folgenden Tabellen und Abbildungen geben eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Posttest.

In der folgenden Tabelle (Tabelle 12.21) sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildung 12.29, Abbildung 12.30 und Abbildung 12.31) veranschaulicht.

Tabelle 12.21

Deskriptive Statistik zur Einstellung der EG und KG im Posttest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
EIFAMA	N	M_{post}	SD_{post}	N	M_{post}	SD_{post}
Gefallen (GE)	40	12,18	2,21	40	11,70	2,45
Nutzen (NU)	40	17,20	2,15	40	15,92	2,72

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Einstellung der Experimentalgruppe dargestellt.

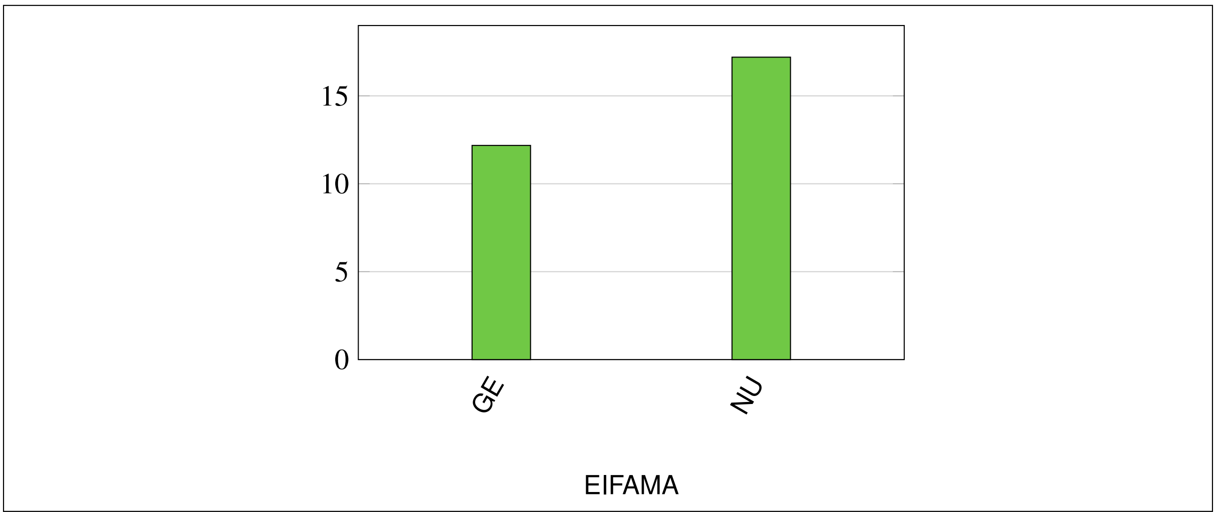


Abbildung 12.29. Mittelwerte zur Einstellung der EG im Posttest

[25]Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

In folgender grafischer Darstellung werden die Ergebnisse zur Einstellung der Kontrollgruppe veranschaulicht.

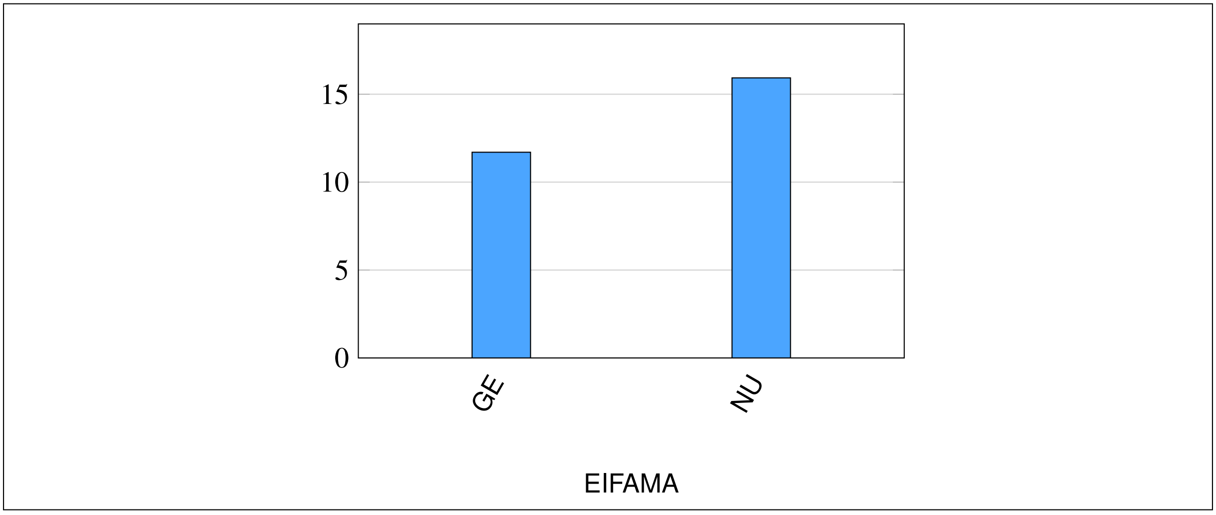


Abbildung 12.30. Mittelwerte zur Einstellung der KG im Posttest

Anhand der Darstellungen zeigt sich, dass bei der Experimentalgruppe und der Kontrollgruppe die Skala *Nutzen* (EG: $M_{post} = 17,20$; KG: $M_{post} = 15,92$) einen höheren Wert erreicht. Die Standardabweichungen jeder Skala unterscheiden sich zwischen den beiden Gruppen nur gering.

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Einstellung der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

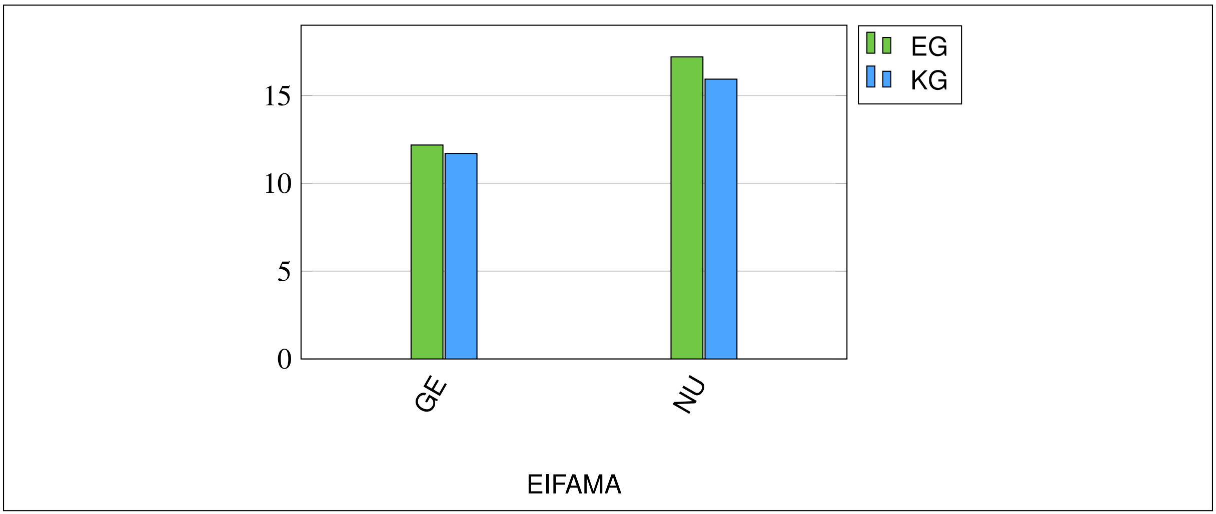


Abbildung 12.31. Mittelwerte zur Einstellung der EG und KG im Posttest

Die deskriptiven Auswertungen zur Einstellung im Posttest ergeben, dass die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe zur Skala *Nutzen* weiter auseinanderliegen als die zur Skala *Gefallen*. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede in der Einstellung bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in beiden Bereichen zur Einstellung ermittelt (Tabelle 12.22).

Tabelle 12.22

t-Test für unabhängige Stichproben zur Einstellung der EG und KG im Posttest

EIFAMA	$M_{EG_{post}}$	$M_{KG_{post}}$	M_{post}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Gefallen (GE)	12,18	11,70	0,48	0,911	78	0,365 (n.s.)
Nutzen (NU)	17,20	15,92	**1,28**	2,325	78	**0,023 (*)**

Die Ergebnisse zeigen, dass es im t-Test für unabhängige Stichproben einen signifikanten Unterschied zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe im Bereich *Nutzen* gibt. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.3).

12.4.4 Befunde zur Leistung

Die Posttest-Ergebnisse zur Leistung werden vorerst für die gesamte Stichprobe ausgewiesen. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

12.4.4.1 Gesamte Stichprobe

Die Tabelle 12.23 und Abbildung 12.32[26] geben eine Übersicht zu den Ergebnissen von der gesamten Stichprobe ($N = 80$).

Tabelle 12.23

Deskriptive Statistik zur Leistung der gesamten Stichprobe im Posttest

DEMAT 4	N	M_{post}	SD_{post}
Arithmetik (ARIT)	80	9,51	4,30
Sachrechnen (SACH)	80	7,60	3,35
Geometrie (GEOM)	80	3,41	1,93

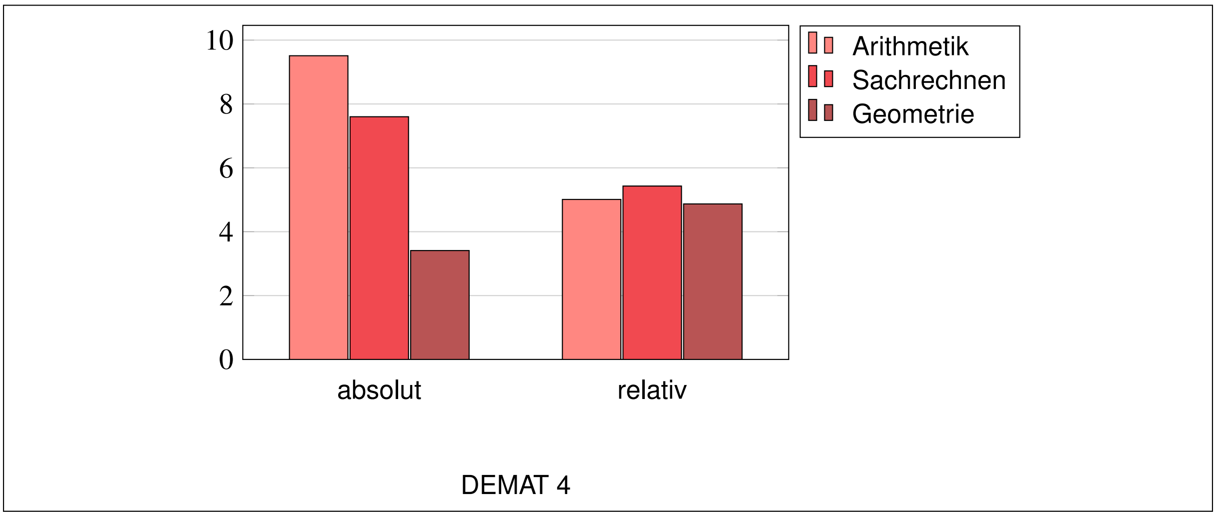


Abbildung 12.32. Absolute und relative Leistungen im Posttest

Diese beiden Darstellungen zeigen, dass für die gesamte Stichprobe die Skala *Geometrie* ($M_{post} = 4,87$)[27] am schwächsten und die Skala *Sachrechnen* ($M_{post} = 5,43$)[28] am stärksten ausgeprägt ist. Insgesamt wurden im Durchschnitt 20,53 von 40 möglichen Punkten erreicht.

[26] Die relativierten Leistungen ergeben sich aus: Mittelwert mal 10 geteilt durch die Gesamtpunktanzahl für den jeweiligen Bereich, um die Skalierung einheitlich bzw. normalisiert darstellen zu können.

[27] relative Werte

[28] relative Werte

12.4.4.2 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die Ergebnisse der Experimentalgruppe ($N = 40$) und Kontrollgruppe ($N = 40$) ergeben für alle Skalen, mit Ausnahme der Skala Geometrie, hinreichende Normalverteilungen (siehe Anhang B.2.4)[29]. Die Varianzhomogenität ist für alle Skalen gegeben (siehe Anhang B.3.4). Die folgenden Tabellen und Abbildungen geben eine Übersicht zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Posttest.

In der Tabelle 12.24 sind die deskriptiven Statistiken der einzelnen Skalen für die Experimental- und Kontrollgruppe dargestellt. Diese Ergebnisse werden durch die nachfolgenden Grafiken (Abbildung 12.33, Abbildung 12.34 und Abbildung 12.35) veranschaulicht.

Tabelle 12.24

Deskriptive Statistik zur Leistung der EG und KG im Posttest

	Experimentalgruppe			Kontrollgruppe		
DEMAT 4	N	M_{post}	SD_{post}	N	M_{post}	SD_{post}
Arithmetik (ARIT)	40	9,90	4,14	40	9,13	4,47
Sachrechnen (SACH)	40	8,03	3,22	40	7,18	3,46
Geometrie (GEOM)	40	3,48	2,03	40	3,35	1,85

Das folgende Diagramm zeigt die Ergebnisse zur Leistung der Experimentalgruppe.

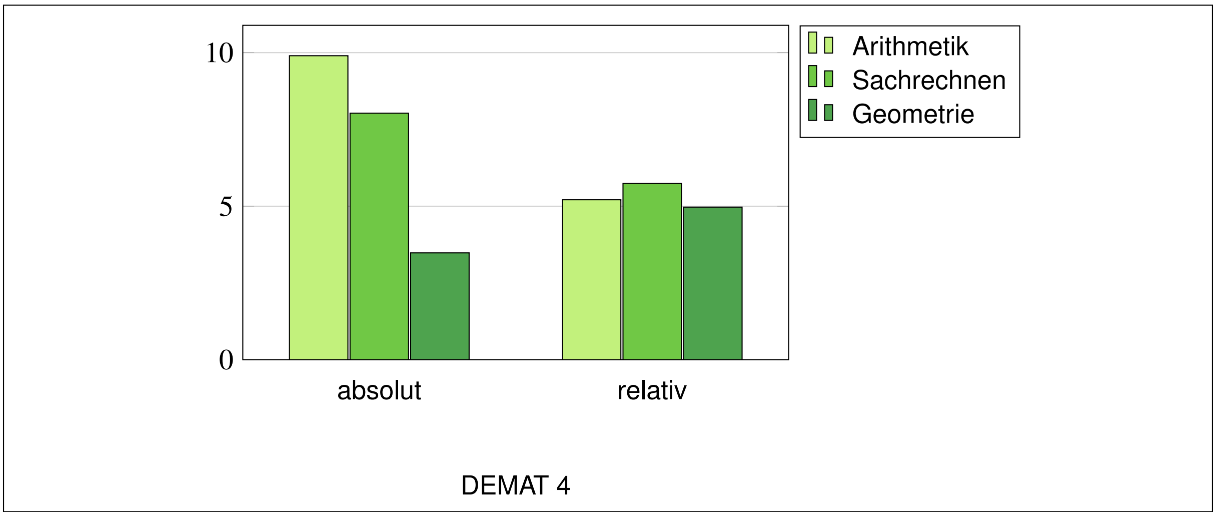


Abbildung 12.33. Absolute und relative Leistungen der EG im Posttest

[29]Für das weitere Vorgehen in solch einem Fall siehe Unterabschnitt 11.1.2.

Im folgenden Diagramm werden die Ergebnisse zur Leistung der Kontrollgruppe dargestellt.

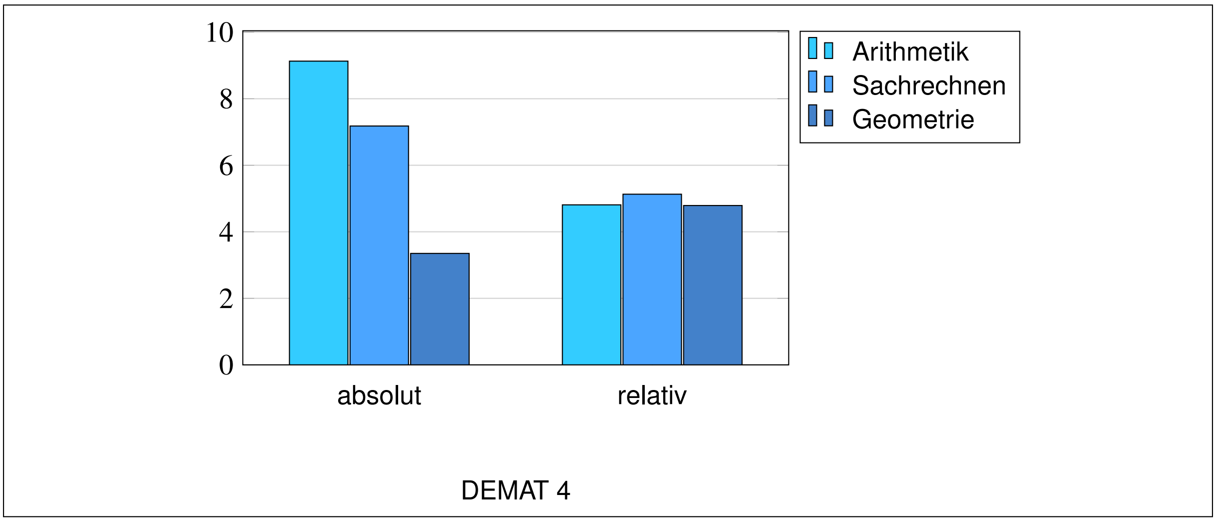


Abbildung 12.34. Absolute und relative Leistungen der KG im Posttest

Die Darstellungen ergeben, dass wie in der Gesamtstichprobe die Skala *Sachrechnen* (EG: $M_{post} = 5,74$; KG: $M_{post} = 5,13$) in beiden Gruppen am höchsten und die Skala *Geometrie* (EG: $M_{post} = 4,97$; KG: $M_{post} = 4,79$) in beiden Gruppen am schwächsten ausgeprägt ist. Die Standardabweichungen erreichen sehr hohe Werte.

In der folgenden grafischen Darstellung werden diese Ergebnisse zur Leistung der Experimental- und Kontrollgruppe gegenübergestellt.

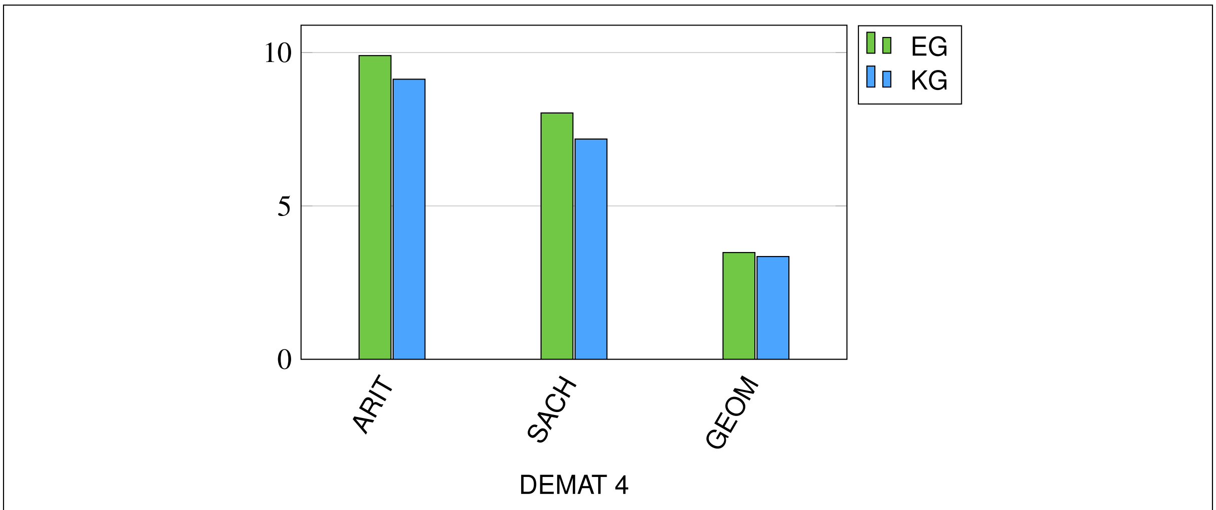


Abbildung 12.35. Mittelwerte zur Leistung der EG und KG im Posttest

Die deskriptiven Auswertungen zur Leistung im Posttest zeigen, dass die Leistungsunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe größer sind als im Pretest. Um herauszufinden, welche Gruppenunterschiede in der Leistung bestehen, wurde ein t-Test für unabhängige Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in allen Leistungsbereichen ermittelt (Tabelle 12.25).

Tabelle 12.25

t-Test für unabhängige Stichproben zur Leistung der EG und KG im Posttest

DEMAT 4	$M_{EG_{post}}$	$M_{KG_{post}}$	M_{post}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
Arithmetik (ARIT)	9,90	9,13	0,77	0,805	78	0,424 (n.s.)
Sachrechnen (SACH)	8,03	7,18	0,85	1,138	78	0,260 (n.s.)
Geometrie (GEOM)	3,48	3,35	0,13	0,288	78	0,774 (n.s.)

Die Ergebnisse zeigen, dass es im t-Test für unabhängige Stichproben keine signifikanten Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe in den Leistungsbereichen *Arithmetik*, *Sachrechnen* und *Geometrie* gibt. Im Vergleich zum Pretest sind jedoch die Mittelwertdifferenzen zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe größer geworden. Ähnliche Ergebnisse zeigt der Mann-Whitney-U-Test (siehe Anhang B.4.4).

12.4.5 Zusammenfassung und Diskussion der Posttest-Ergebnisse

Die Tabelle 12.26 und Abbildung 12.36 zeigen die Posttest-Ergebnisse in einer Übersicht.

Tabelle 12.26

t-Test für unabhängige Stichproben der EG und KG im Posttest

		N	$M_{EG_{post}}$	$M_{KG_{post}}$	M_{post}-Diff.	T	df	p (2-seitig)
SELLMO-S*	LZ	80	13,00	13,73	-0,73	-1,776	65,045	0,080 (n.s.)
	AL	80	7,28	6,58	0,70	0,879	78	0,382 (n.s.)
	VL	80	7,73	7,83	-0,10	-0,131	78	0,896 (n.s.)
	AV	80	7,13	6,33	0,80	0,983	78	0,329 (n.s.)
SESSKO*	KSK	80	12,10	11,25	0,85	1,720	78	0,089 (n.s.)
	ISK	80	11,65	10,63	1,02	1,607	78	0,112 (n.s.)
	SSK	80	10,65	9,75	0,90	1,526	78	0,131 (n.s.)
	ASK	80	11,45	11,60	-0,15	-0,267	78	0,790 (n.s.)
EIFAMA	GE	80	12,18	11,70	0,48	0,911	78	0,365 (n.s.)
	NU	80	17,20	15,92	**1,28**	2,325	78	**0,023 (*)**
DEMAT 4	ARIT	80	9,90	9,13	0,77	0,805	78	0,424 (n.s.)
	SACH	80	8,03	7,18	0,85	1,138	78	0,260 (n.s.)
	GEOM	80	3,48	3,35	0,13	0,288	78	0,774 (n.s.)

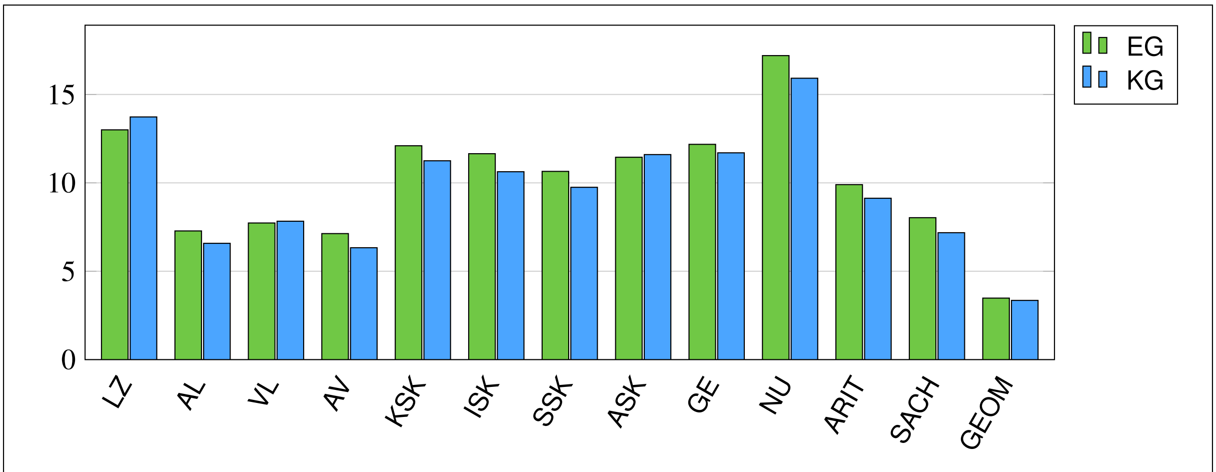


Abbildung 12.36. Mittelwerte der EG und KG im Posttest.

Aus den Posttest-Ergebnissen resultiert, dass die Experimental- und Kontrollgruppe nach der Intervention in allen Bereichen, außer der Skala *Nutzen*, keine signifikanten Unterschiede aufweisen. Für den Bereich *Nutzen* gibt es insofern einen signifikanten Unterschied, dass die Experimentalgruppe dem Fach Mathematik einen höheren Nutzen zuschreibt.

12.5 Veränderungsanalyse und Prüfung von Effekten zur Beantwortung der Hypothesen

In diesem Abschnitt werden vorerst zu beiden Gruppen die aufgestellten Hypothesen sowie die Konfidenzintervalle dargelegt, bevor im Anschluss die jeweiligen abhängigen t-Tests und Varianzanalysen berechnet werden.

Innerhalb der Veränderungsanalyse wurde für jede Skala, die nicht normalverteilt ist (siehe Anhang B.2), parallel der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test durchgeführt. Die Ergebnisse befinden sich im Anhang B.5 (siehe Anhänge B.5.1, B.5.2, B.5.3 und B.5.4). Da es keine großen Abweichungen zum jeweiligen t-Test gibt und dieser bei einer Stichprobe mit $n > 30$ wenig anfällig gegenüber nicht normalverteilten Daten ist, werden im Folgenden nur die Ergebnisse der t-Tests ausführlich dargestellt und interpretiert.

Im Anschluss daran werden die weiteren Effekte aufgrund graphentheoretischer Konzepte überprüft. Dafür wird für jede abhängige Variable, die bereits bei der Veränderungsanalyse statistisch signifikante Ergebnisse innerhalb der Experimentalgruppe liefert, eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf einem Faktor gerechnet.[30]

Am Ende werde die Ergebnisse zusammengefasst und diskutiert.

12.5.1 Veränderungsanalyse zur Motivation

Die Veränderungsanalyse zur Motivation wird zunächst für die Experimentalgruppe und danach für die Kontrollgruppe durchgeführt. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe verglichen und diskutiert.

12.5.1.1 Experimentalgruppe (Pre-Post)

H1a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verstärken* sich die *Lernziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

[30] Auf die Durchführung von Varianzanalysen für nicht signifikante Ergebnisse aus den t-Tests der EG wird an dieser Stelle verzichtet, da die Effekte weiterhin nicht signifikant bleiben würden.

Tabelle 12.27

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H1a_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Lernziele (LZ)	1	13,50	1,85	12,91	14,09
Lernziele (LZ)	2	13,00	2,20	12,30	13,70

Die Tabelle 12.27 zeigt, dass in der Experimentalgruppe kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten zu beiden Messzeitpunkten vorliegt, da der Mittelwert vom ersten Messzeitpunkt innerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls vom zweiten Messzeitpunkt liegt und andersherum genauso.

H1b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändern* sich die *Annäherungs-Leistungsziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Tabelle 12.28

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H1b_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Annäherungs-Leisutngsziele (AL)	1	7,95	3,48	6,84	9,06
Annäherungs-Leisutngsziele (AL)	2	7,28	3,27	6,23	8,32

Anhand Tabelle 12.28 wird deutlich, dass beide Mittelwerte im jeweiligen anderen Konfidenzintervall liegen und daher kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten besteht.

H1c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändern* sich die *Vermeidungs-Leistungsziele* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Tabelle 12.29

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H1c_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	1	7,23	2,84	6,32	8,13
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	2	7,73	3,28	6,68	8,77

Anhand der Tabelle 12.29 lässt sich ablesen, dass in der Experimentalgruppe kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten zu den beiden Messzeitpunkten besteht, da der Mittelwert vom ersten Messzeitpunkt innerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls vom zweiten Messzeitpunkt und der Mittelwert vom zweiten Messzeitpunkt innerhalb der Grenzen vom ersten Messzeitpunkt liegen.

H1d_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändert* sich die *Arbeitsvermeidung* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Tabelle 12.30

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H1d_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Arbeitsvermeidung (AV)	1	7,30	2,89	6,37	8,23
Arbeitsvermeidung (AV)	2	7,13	3,92	5,87	8,38

Bei der Experimentalgruppe ist kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten zu beiden Messzeitpunkten erkennbar, da beide Mittelwerte im jeweiligen anderen Konfidenzintervall liegen (Tabelle 12.30).

Für die Veränderungsanalyse zur Motivation der Experimentalgruppe ($N = 40$) wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede innerhalb der Experimentalgruppe vor und nach der Intervention in allen Bereichen der Motivation ermittelt. Die Tabelle 12.31 und Abbildung 12.37 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[31].

Tabelle 12.31

t-Test für abhängige Stichproben zur Motivation der EG im Pre- und Posttest

SELLMO-S*	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (1-/2-seitig)
Lernziele (LZ)	13,50	13,00	0,50	2,85	1,111	39	0,137 (n.s.)
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	7,95	7,28	0,67	3,15	1,356	39	0,183 (n.s.)
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	7,23	7,73	-0,50	3,39	-0,933	39	0,357 (n.s.)
Arbeitsvermeidung (AV)	7,30	7,13	0,17	3,69	0,300	39	0,766 (n.s.)

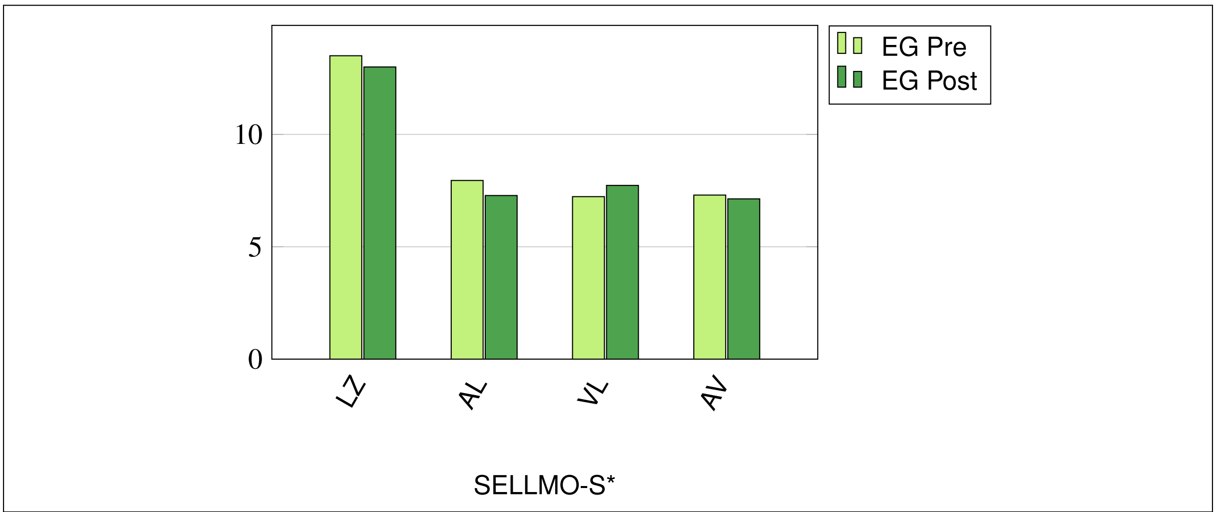


Abbildung 12.37. Mittelwerte zur Motivation der EG im Pre- und Posttest

Die Darstellungen zeigen, dass die Punktwerte bei den Skalen *Lernziele*, *Annäherungs-Leistungsziele* und *Arbeitsvermeidung* leicht gesunken sind, wohingegen der Wert bei der Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* gering angestiegen ist. Die Veränderungen vom Pre- zum Posttest sind für alle vier Skalen nicht signifikant.

[31] Aufgrund der aufgestellten Hypothesen wird p für die Skala LZ 1-seitig, für alle anderen drei Skalen 2-seitig ausgewiesen.

12.5.1.2 Kontrollgruppe (Pre-Post)

H1_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Motivation* vom Pre- zum Posttest auf.

Tabelle 12.32

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H1_KG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Lernziele (LZ)	1	13,90	1,35	13,47	14,33
Lernziele (LZ)	2	13,73	1,36	13,29	14,16
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	1	6,83	3,92	5,57	8,08
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	2	6,58	3,84	5,35	7,80
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	1	8,13	3,77	6,92	9,33
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	2	7,83	3,54	6,69	8,96
Arbeitsvermeidung (AV)	1	7,33	3,76	6,12	8,53
Arbeitsvermeidung (AV)	2	6,33	3,33	5,26	7,39

Bei der Kontrollgruppe liegen alle Mittelwerte beider Messzeitpunkte innerhalb der Konfidenzintervalle, sodass keine signifikanten Unterschiede vorliegen. Der Mittelwert der Skala *Arbeitsvermeidung* zum ersten Messzeitpunkt ist nahe an der Obergrenze des Konfidenzintervalls des zweiten Messzeitpunkts, dennoch resultiert daraus kein signifikanter Unterschied.

Für die Veränderungsanalyse zur Motivation der Kontrollgruppe ($N = 40$) wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede innerhalb der Kontrollgruppe vor und nach der Intervention in allen Bereichen der Motivation ermittelt. Die Tabelle 12.33 und Abbildung 12.38 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[32].

Tabelle 12.33

t-Test für abhängige Stichproben zur Motivation der KG im Pre- und Posttest

SELLMO-S*	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (2-seitig)
Lernziele (LZ)	13,90	13,73	0,17	1,36	0,816	39	0,420 (n.s.)
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	6,83	6,58	0,25	2,54	0,623	39	0,537 (n.s.)
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	8,13	7,83	0,30	3,28	0,579	39	0,566 (n.s.)
Arbeitsvermeidung (AV)	7,33	6,33	1,00	3,34	1,892	39	0,066 (n.s.)

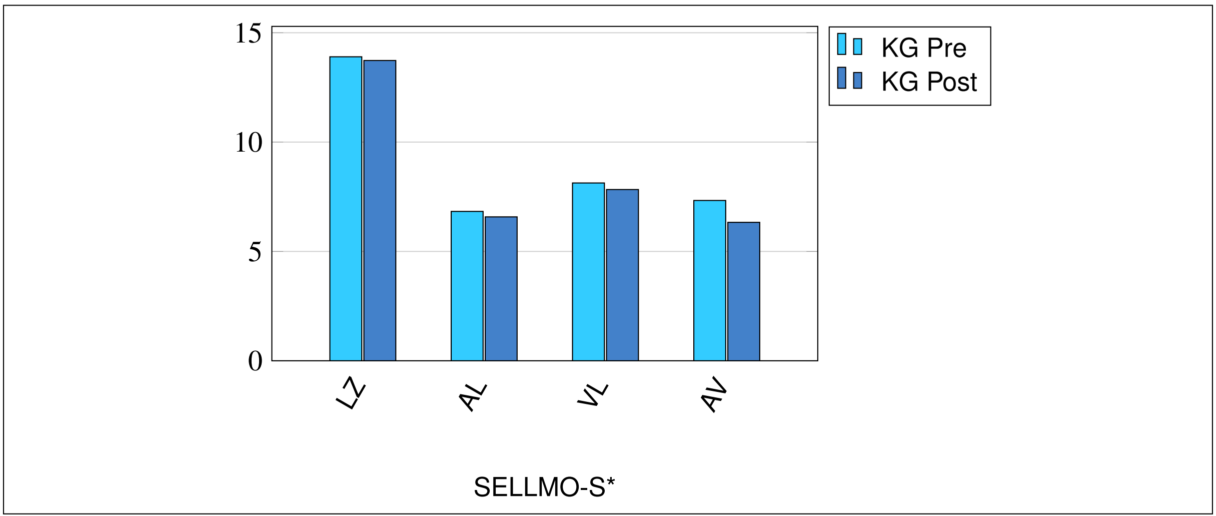


Abbildung 12.38. Mittelwerte zur Motivation der KG im Pre- und Posttest

Aus den Darstellungen zu den Mittelwertvergleichen geht hervor, dass in der Kontrollgruppe nur der Wert für die Arbeitsvermeidung deutlich gesunken ist. Alle anderen Bereiche ergeben kaum Veränderungen. Insgesamt zeigen alle vier Skalen keine signifikanten Veränderungen.

[32]Aufgrund der aufgestellten Hypothese wird p für alle vier Skalen 2-seitig ausgewiesen.

12.5.1.3 Vergleich der Experimental- und Kontrollgruppe (Pre-Post)

In der Abbildung 12.39 werden die Mittelwerte noch einmal gegenübergestellt.

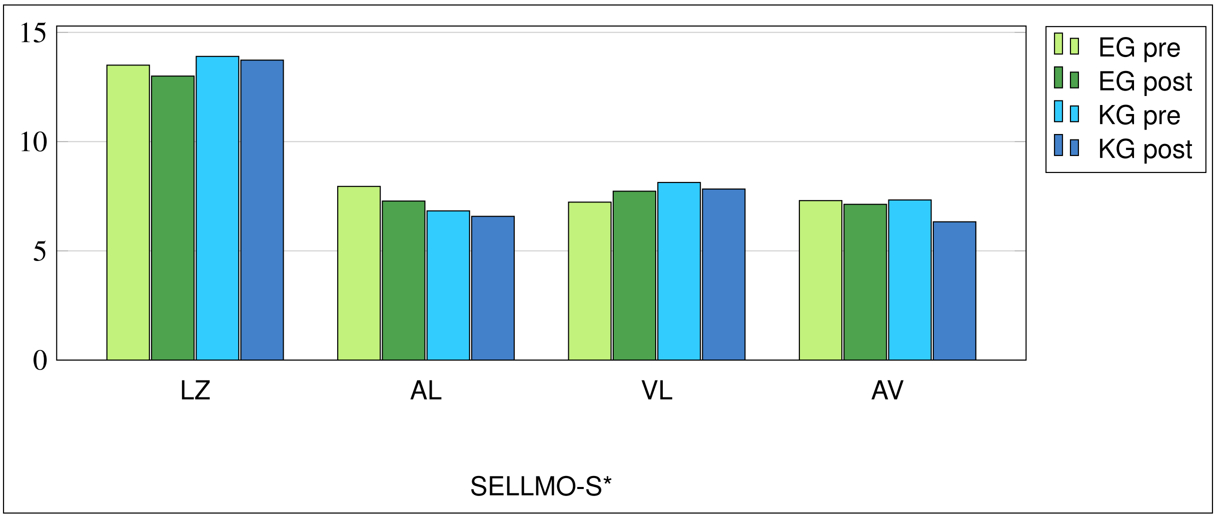


Abbildung 12.39. Mittelwerte zur Motivation der EG und KG im Pre- und Posttest

Vor der Intervention hatten die Experimental- und Kontrollgruppe eine ähnliche Ausgangssituation, nach der Intervention sind ebenfalls keine signifikanten Unterschiede zu erkennen (Abbildung 12.39).

Aufgrund der Ergebnisse lassen sich noch keine Aussagen über die Größen der Effekte machen. Diese werden daher in der Tabelle 12.34 ausgewiesen.

Tabelle 12.34

Effektstärken zur Motivation der EG und KG

SELLMO-S*	Gruppe	T	df	p (1-/2-seitig)	d
Lernziele (LZ)	EG	1,111	39	0,137 (n.s.)	0,18
	KG	0,816	39	0,420 (n.s.)	0,13
Annäherungs-Leistungsziele (AL)	EG	1,356	39	0,183 (n.s.)	0,21
	KG	0,623	39	0,537 (n.s.)	0,10
Vermeidungs-Leistungsziele (VL)	EG	-0,933	39	0,357 (n.s.)	0,15
	KG	0,579	39	0,566 (n.s.)	0,09
Arbeitsvermeidung (AV)	EG	0,300	39	0,766 (n.s.)	0,05
	KG	1,892	39	0,066 (n.s.)	0,30

In der Experimentalgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Lernziele* mit $t(39) = 1,111,\ p = 0,137$ bei einer Effektstärke von $d = 0,18$, für die Skala *Annäherungs-Leistungsziele* mit $t(39) = 1,356,\ p = 0,183$ bei einer Effektstärke von $d = 0,21$, für die Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* mit $t(39) = -0,933,\ p = 0,357$ bei einer Effektstärke von $d = 0,15$ und für die Skala *Arbeitsvermeidung* mit $t(39) = 0,300,\ p = 0,766$ bei einer Effektstärke von $d = 0,05$ keine signifikanten Unterschiede vor.

In der Kontrollgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Lernziele* mit $t(39) = 0,816,\ p = 0,420$ bei einer Effektstärke von $d = 0,13$, für die Skala *Annäherungs-Leistungsziele* mit $t(39) = 0,623,\ p = 0,537$ bei einer Effektstärke von $d = 0,10$, für die Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* mit $t(39) = 0,579,\ p = 0,566$ bei einer Effektstärke von $d = 0,09$ und für die Skala *Arbeitsvermeidung* mit $t(39) = 1,892,\ p = 0,066$ bei einer Effektstärke von $d = 0,30$ ebenfalls keine signifikanten Unterschiede vor.[33]

12.5.1.4 Diskussion der Ergebnisse zu Hypothese H1 (Motivation)

Lernziele
Bezüglich der Lernziele ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert die Lernziele somit nicht. Damit kann die Hypothese H1a_EG nicht bestätigt werden.

Annäherungs-Leistungsziele
Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung bezüglich der Annäherungs-Leistungsziele. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert die Annäherungs-Leistungsziele somit nicht. Damit kann die Hypothese H1b_EG bestätigt werden.

Vermeidungs-Leistungsziele
Bezüglich der Vermeidungs-Leistungsziele ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert die Vermeidungs-Leistungsziele somit nicht. Damit kann die Hypothese H1c_EG bestätigt werden.

[33] An dieser Stelle wird auf eine Prüfung von Interaktionseffekten verzichtet, da bereist die einzelnen t-Tests keine signifikanten Veränderungen ergeben haben.

Arbeitsvermeidung

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung bezüglich der Arbeitsvermeidung. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert die Arbeitsvermeidung somit nicht. Damit kann die Hypothese H1d_EG bestätigt werden.

Innerhalb der Kontrollgruppe zeigen alle Bereiche keine signifikanten Veränderungen. Damit kann die Hypothese H1_KG bestätigt werden.

Aufgrund der Intervention treten innerhalb der Experimentalgruppe keine signifikanten Veränderungen mit nur kleinen Effektstärken in den Zielorientierungen auf, sodass die Hypothesen H1b_EG, H1c_EG und H1d_EG bestätigt werden. Einzig die Erhöhung der Lernmotivation (Hypothese H1a_EG) wird nicht bestätigt. Die Hypothese H1_KG für die Kontrollgruppe wird insofern bestätigt, dass sich alle vier Zielorientierungen nicht signifikant verändern und die Effektstärken gering sind. Die Hypothese H1_EG_KG kann nicht bestätigt werden, da es keine signifikanten Verbesserungen bezüglich der Motivation bei der Experimentalgruppe gibt.

12.5.2 Veränderungsanalyse zum Selbstkonzept

Die Veränderungsanalyse zum Selbstkonzept wird zunächst für die Experimentalgruppe und danach für die Kontrollgruppe durchgeführt. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe verglichen und diskutiert.

12.5.2.1 Experimentalgruppe (Pre-Post)

H2a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *kriteriale Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.35

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H2a_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
kriterial (KSK)	1	11,33	2,48	10,53	12,12
kriterial (KSK)	2	12,10	2,16	11,41	12,79

Die Tabelle 12.35 zeigt, dass in der Experimentalgruppe ein deutlicher Unterschied zwischen den Mittelwerten vorliegt, da der Mittelwert vom ersten Messzeitpunkt außerhalb der Grenzen des Konfidenzintervalls vom zweiten Messzeitpunkt und andersherum der Mittelwert von Messzeitpunkt 2 an der Obergrenze des anderen Intervalls liegt. Dies deutet darauf hin, dass der Unterschied signifikant ist.

H2b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *individuelle Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.36

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H2b_EG)

Skala	MZP	M	SD	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
individuell (ISK)	1	10,30	2,70	9,44	11,16
individuell (ISK)	2	11,65	2,77	10,76	12,54

Anhand der Tabelle 12.36 lässt sich erkennen, dass in der Experimentalgruppe ein deutlich signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten beider Messzeitpunkte vorherrscht, da der Mittelwert vom ersten Messzeitpunkt unterhalb der Untergrenze des Konfidenzintervalls vom zweiten Messzeitpunkt liegt und sich der Mittelwert vom zweiten Messzeitpunkt oberhalb der Obergrenze des Konfidenzintervalls vom ersten Messzeitpunkt befindet.

H2c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *verändert* sich das *soziale Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest *nicht*.

Tabelle 12.37

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H2c_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
sozial (SSK)	1	10,68	2,19	9,98	11,37
sozial (SSK)	2	10,65	2,59	9,82	11,48

Die Tabelle 12.37 zeigt, dass beide Mittelwerte im jeweiligen anderen Konfidenzintervall liegen und daher kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten besteht.

H2d_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich das *absolute Selbstkonzept* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.38

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H2d_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
absolut (ASK)	1	11,63	2,35	10,87	12,38
absolut (ASK)	2	11,45	2,52	10,64	12,26

Bei der Experimentalgruppe ist kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten zu beiden Messzeitpunkten erkennbar, denn beide Mittelwerte liegen im jeweiligen anderen Konfidenzintervall (Tabelle 12.38).

Um die Veränderungen zum Selbstkonzept der Experimentalgruppe ($N = 40$) analysieren zu können, wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede innerhalb der Experimentalgruppe vor und nach der Intervention in allen Bereichen des Selbstkonzepts ermittelt. Die Tabelle 12.39 und die Abbildung 12.40 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[34].

[34] Aufgrund der aufgestellten Hypothesen wird p für die Skala soziales Selbstkonzept 2-seitig, für alle anderen drei Skalen 1-seitig ausgewiesen.

Tabelle 12.39

t-Test für abhängige Stichproben zum Selbstkonzept der EG im Pre- und Posttest

SESSKO*	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (1-/2-seitig)
kriterial (KSK)	11,33	12,10	**-0,77**	2,22	-2,204	39	**0,017 (*)**
individuell (ISK)	10,30	11,65	**-1,35**	3,61	-2,368	39	**0,012 (*)**
sozial (SSK)	10,68	10,65	0,03	2,02	0,078	39	0,938 (n.s.)
absolut (ASK)	11,63	11,45	0,18	2,26	0,489	39	0,314 (n.s.)

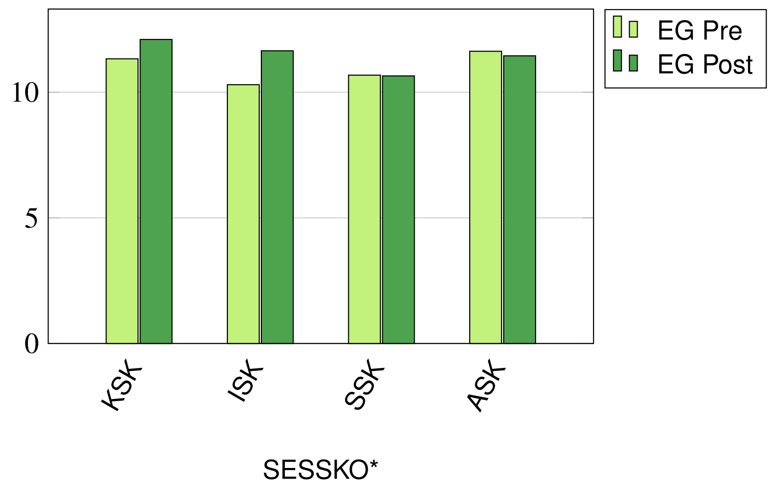


Abbildung 12.40. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG im Pre- und Posttest

Aus den Darstellungen lässt sich entnehmen, dass sich zum einen in den Skalen *sozial* und *absolut* kaum Veränderungen, zum anderen in den Skalen *kriterial* und *individuell* deutliche Verbesserung der Punktwerte ergeben haben. Für diese beiden Bereiche bestehen signifikante Veränderungen.

12.5.2.2 Kontrollgruppe (Pre-Post)

H2_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* des *Selbstkonzepts* vom Pre- zum Posttest auf.

Tabelle 12.40

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H2_KG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
kriterial (KSK)	1	11,35	2,18	10,65	12,05
kriterial (KSK)	2	11,25	2,26	10,53	11,97
individuell (ISK)	1	11,68	2,69	10,81	12,54
individuell (ISK)	2	10,63	2,93	9,69	11,56
sozial (SSK)	1	10,43	2,19	9,72	11,13
sozial (SSK)	2	9,75	2,69	8,89	10,61
absolut (ASK)	1	11,88	2,49	11,08	12,67
absolut (ASK)	2	11,60	2,51	10,80	12,40

Bei der Kontrollgruppe liegen alle Mittelwerte beider Messzeitpunkte innerhalb der Konfidenzintervalle, sodass keine signifikanten Unterschiede vorherrschen. Ausnahmen bestehen lediglich beim individuellen Selbstkonzept, bei dem der Mittelwert zum Messzeitpunkt 1 außerhalb des Intervalls liegt, und bei den Werten des sozialen Selbstkonzepts, die nahe an den Ober- und Untergrenzen liegen. Hieraus könnte ein signifikanter Unterschied in beiden Fällen resultieren.

Ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben wurde für die Veränderungsanalyse zum Selbstkonzept der Kontrollgruppe ($N = 40$) durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede innerhalb der Kontrollgruppe vor und nach der Intervention in allen Bereichen des Selbstkonzepts ermittelt. Die Tabelle 12.41 und Abbildung 12.41 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[35].

Tabelle 12.41

t-Test für abhängige Stichproben zum Selbstkonzept der KG im Pre- und Posttest

SESSKO*	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (2-seitig)
kriterial (KSK)	11,35	11,25	0,10	1,89	0,334	39	0,740 (n.s.)
individuell (ISK)	11,68	10,63	1,05	3,36	1,977	39	0,055 (n.s.)
sozial (SSK)	10,43	9,75	**0,68**	2,04	2,090	39	**0,043 (*)**
absolut (ASK)	11,88	11,60	0,28	2,17	0,801	39	0,428 (n.s.)

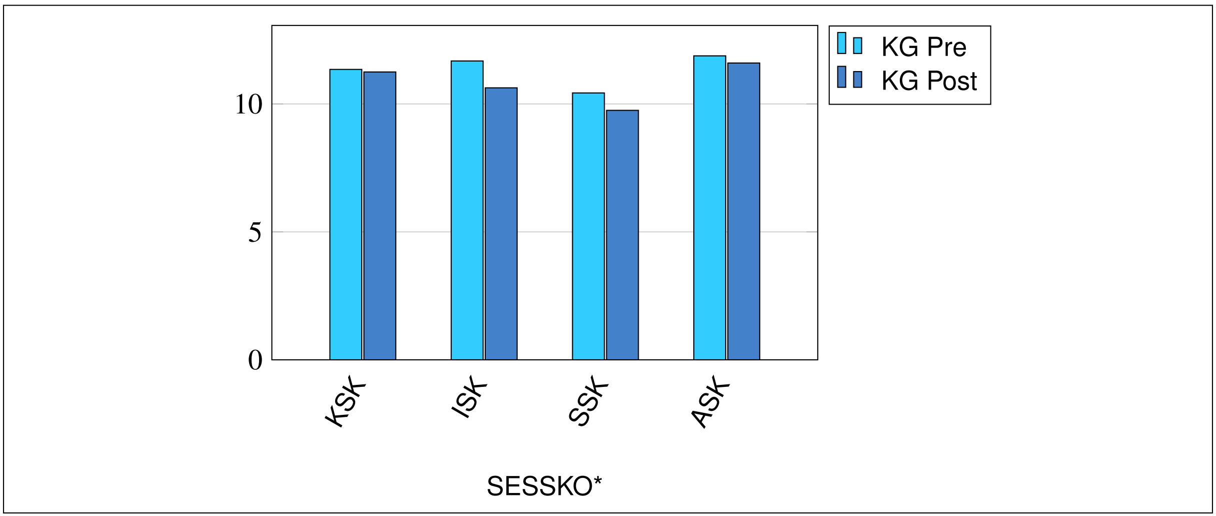


Abbildung 12.41. Mittelwerte zum Selbstkonzept der KG im Pre- und Posttest

Die Darstellungen zu den Mittelwertvergleichen zeigen, dass sich in der Kontrollgruppe nur geringfügige Veränderungen in den Bereichen kriterial und absolut ergeben haben. In den Bereichen individuell und sozial sind Veränderungen zu verzeichnen, die bei sozial signifikant sind und eine Abnahme des Selbstkonzepts zeigen (positive Mittelwertdifferenz).

[35] Aufgrund der aufgestellten Hypothese wird p für alle vier Skalen 2-seitig ausgewiesen.

12.5.2.3 Vergleich der Experimental- und Kontrollgruppe (Pre-Post)

In der Abbildung 12.42 werden die Mittelwerte noch einmal gegenübergestellt.

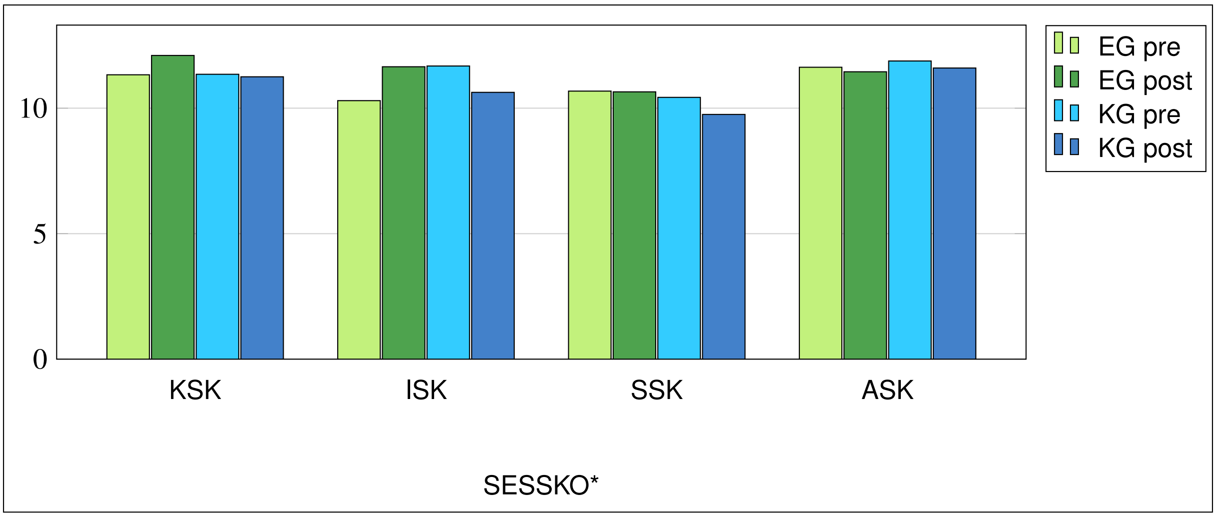


Abbildung 12.42. Mittelwerte zum Selbstkonzept der EG und KG im Pre- und Posttest

Während noch die Experimental- und Kontrollgruppe vor der Intervention eine ähnliche Ausgangssituation hatten, sind nach der Intervention signifikante Unterschiede zu erkennen (Abbildung 12.42).

Aufgrund der Ergebnisse lassen sich noch keine Aussagen über die Größen der Effekte machen. Diese werden daher in der Tabelle 12.42 ausgewiesen.

Tabelle 12.42

Effektstärken zum Selbstkonzept der EG und KG

SESSKO*	Gruppe	T	df	p (1-/2-seitig)	d
kriterial (KSK)	EG	-2,204	39	**0,017 (*)**	0,35
	KG	0,334	39	0,740 (n.s.)	0,05
individuell (ISK)	EG	-2,368	39	**0,012 (*)**	0,37
	KG	1,977	39	0,055 (n.s.)	0,31
sozial (SSK)	EG	0,078	39	0,938 (n.s.)	0,01
	KG	2,090	39	**0,043 (*)**	0,33
absolut (ASK)	EG	0,489	39	0,314 (n.s.)	0,08
	KG	0,801	39	0,428 (n.s.)	0,13

In der Experimentalgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *kriterial* mit $t(39) = -2,204$, $p = 0,017$ bei einer Effektstärke von $d = 0,35$ und für die Skala *individuell* mit $t(39) = -2,368$, $p = 0,012$ bei einer Effektstärke von $d = 0,37$ signifikante Unterschiede vor. Für die Skala *sozial* mit $t(39) = 0,078$, $p = 0,938$ bei einer Effektstärke von $d = 0,01$ und für die Skala *absolut* mit $t(39) = 0,489$, $p = 0,314$ bei einer Effektstärke von $d = 0,08$ liegen keine signifikanten Unterschiede vor.

In der Kontrollgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *kriterial* mit $t(39) = 0,334$, $p = 0,740$ bei einer Effektstärke von $d = 0,05$, für die Skala *individuell* mit $t(39) = 1,977$, $p = 0,055$ bei einer Effektstärke von $d = 0,31$ und für die Skala *absolut* mit $t(39) = 0,801$, $p = 0,428$ bei einer Effektstärke von $d = 0,13$ keine signifikanten Unterschiede vor. Für die Skala *sozial* mit $t(39) = 2,090$, $p = 0,043$ bei einer Effektstärke von $d = 0,33$ liegt ein signifikanter Unterschied vor.

12.5.2.4 Prüfung von Effekten zum Selbstkonzept

Innerhalb der durchgeführten Analysen mittels t-Tests wurden vorerst die Gruppenunterschiede und die Unterschiede einzelner abhängiger Variablen innerhalb einer Gruppe getrennt voneinander betrachtet. Diese Analysen ergaben bereits für die Skalen *kriteriales Selbstkonzept* und *individuelles Selbstkonzept* signifikante Veränderungen. Um Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe und den zwei Messzeitpunkten statistisch zu überprüfen, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung für diejenigen abhängigen Variablen berechnet, die bereits innerhalb der Veränderungsanalyse signifikante Effekte lieferten.[36]

Kriteriales Selbstkonzept:

H2a_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich des kriterialen Selbstkonzepts, bei der die Experimentalgruppe ein höheres kriteriales Selbstkonzept als die Kontrollgruppe zeigt.

[36] Dafür werden, wie auch schon bei den t-Tests, aus der anfänglich aufgestellten allgemeinen Hypothese H2_EG_KG zwei spezifische Hypothesen formuliert.

Die Abbildung 12.43 zeigt die Veränderung des kriterialen Selbstkonzepts bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

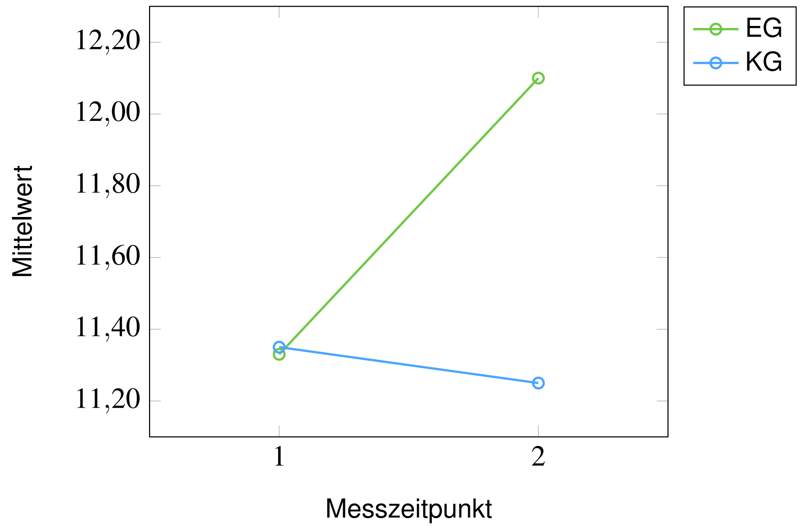


Abbildung 12.43. Profildiagramm zum kriterialen Selbstkonzept

Zum ersten Messzeitpunkt zeigen die Experimental- und Kontrollgruppe ein ähnliches kriteriales Selbstkonzept, während zum zweiten Messzeitpunkt hin das Selbstkonzept bei der Experimentalgruppe deutlich ansteigt und bei der Kontrollgruppe leicht abnimmt. Das Ergebnis der Varianzanalyse für das kriteriale Selbstkonzept zeigt zwar keine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe, aber einen statistischen Trend, der marginal signifikant ist $(F(1,\ 78) = 3,591;\ p = 0,062)$ mit einem kleinen Effekt ($\eta^2 = 0,04$). Sowohl der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 2,137;\ p = 0,148$) als auch des Faktors Gruppe ($F(1,\ 78) = 0,829;\ p = 0,365$) sind nicht signifikant.

Individuelles Selbstkonzept:

H2b_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich des kriterialen Selbstkonzepts, bei der die Experimentalgruppe ein höheres kriteriales Selbstkonzept als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Abbildung 12.44 zeigt die Veränderung des individuellen Selbstkonzepts bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

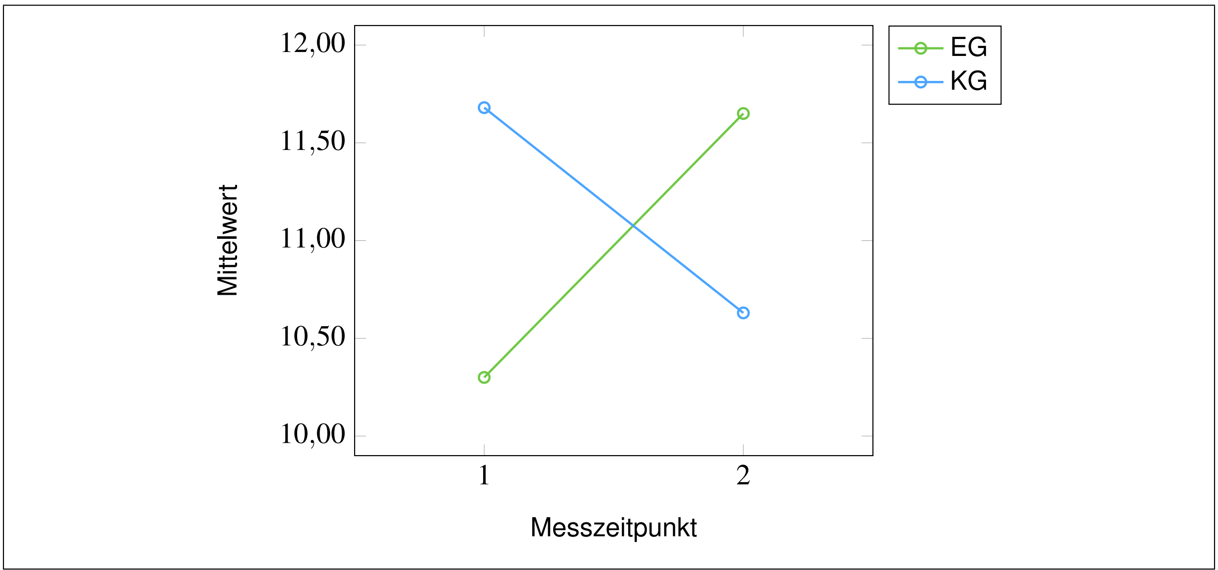


Abbildung 12.44. Profildiagramm zum individuellen Selbstkonzept

Zu Beginn liegt das individuelle Selbstkonzept der Experimentalgruppe deutlich unterhalb des Selbstkonzepts der Kontrollgruppe. Bei der Experimentalgruppe erhöht sich das individuelle Selbstkonzept vom ersten zum zweiten Messzeitpunkt, wohingegen die Kontrollgruppe vom ersten zum zweiten Messzeitpunkt ein geringeres individuelles Selbstkonzept zeigt und dadurch unterhalb des Wertes der Experimentalgruppe liegt. Das Ergebnis der Varianzanalyse für das individuelle Selbstkonzept ergibt eine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe ($F(1,\ 78) = 9{,}488;\ p = 0{,}003$) mit einem mittleren Effekt ($\eta^2 = 0{,}11$). Der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 0{,}148;\ p = 0{,}701$) und der Haupteffekt des Faktors Gruppe ($F(1,\ 78) = 0{,}131;\ p = 0{,}718$) sind nicht signifikant.

12.5.2.5 Diskussion der Ergebnisse zu Hypothese H2 (Selbstkonzept)

kriteriales Selbstkonzept

Bezüglich des kriterialen Selbstkonzepts ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe eine signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt. Die Hypothese H2a_EG kann bestätigt werden. Auch die anschließende Varianzanalyse zeigt diesen Trend mit einem marginal signifikanten, kleinen Effekt bezüglich der Interaktion zwischen den Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe. Die Hypothese H2a_EG_KG kann zwar nicht bestätigt werden, aber ein deutlicher Trend ist erkennbar. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule hat somit positive Auswirkungen auf das kriteriale Selbstkonzept.

individuelles Selbstkonzept

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe eine signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt bezüglich des individuellen Selbstkonzepts. Damit kann die Hypothese H2b_EG bestätigt werden. Das Ergebnis der Varianzanalyse zeigt eine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe mit einem mittleren Effekt. Somit kann ebenfalls die Hypothese H2b_EG_KG bestätigt werden. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule hat positive Auswirkungen auf das individuelle Selbstkonzept.

soziales Selbstkonzept

Bezüglich des sozialen Selbstkonzepts ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung mit einem geringen Effekt. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert das soziale Selbstkonzept nicht. Damit kann die Hypothese H2c_EG bestätigt werden.

absolutes Selbstkonzept

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung mit einem geringen Effekt bezüglich des absoluten Selbstkonzepts. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert das absolute Selbstkonzept nicht. Damit kann die Hypothese H1d_EG nicht bestätigt werden.

Innerhalb der Kontrollgruppe zeigen die Bereiche kriteriales, individuelles und absolutes Selbstkonzept keine signifikanten Veränderungen, der Bereich soziales Selbstkonzept signifikante Veränderungen mit kleinem Effekt. Damit kann die Hypothese H2_KG nur zum Teil bestätigt werden. Jedoch sind die signifikanten Veränderungen dahingehend zu deuten, dass sich das soziale Selbstkonzept verschlechtert hat und somit eine Abnahme des Selbstkonzepts erfolgt ist.

Aufgrund der Intervention treten innerhalb der Experimentalgruppe signifikante und nicht signifikante Veränderungen mit kleinen Effekten in den Bezugsnormen auf, sodass die Hypothesen H2a_EG, H2b_EG und H2c_EG bestätigt werden. Einzig die Erhöhung des absoluten Selbstkonzepts (Hypothese H2d_EG) wird nicht bestätigt. Die Hypothese H2_KG für die Kontrollgruppe wird insofern bestätigt, dass alle vier Bezugsnormen sich entweder nicht signifikant verändern oder sogar signifikante Abnahmen mit kleinen Effekten zu erkennen sind. Ebenso kann die Hypothese H1b_EG_KG bestätigt werden.

12.5.3 Veränderungsanalyse zur Einstellung

Die Veränderungsanalyse zur Einstellung wird zunächst für die Experimentalgruppe und danach für die Kontrollgruppe durchgeführt. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe verglichen und diskutiert.

12.5.3.1 Experimentalgruppe (Pre-Post)

H3a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich der *Gefallen am Fach Mathematik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.43

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H3a_EG)

Skala	MZP	M	SD	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Gefallen (GE)	1	11,23	3,24	10,19	12,26
Gefallen (GE)	2	12,18	2,21	11,47	12,88

Der Tabelle 12.43 ist zu entnehmen, dass der Mittelwert vom ersten Messzeitpunkt unterhalb der Untergrenze und der Mittelwert vom zweiten Messzeitpunkt dicht an der Obergrenze der Intervalle liegen, woraus ein signifikanter Unterschied resultiert.

H3b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *erhöht* sich der *Nutzen am Fach Mathematik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.44

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H3b_EG)

Skala	MZP	M	SD	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Nutzen (NU)	1	16,48	3,00	15,51	17,44
Nutzen (NU)	2	17,20	2,15	16,51	17,89

Die Tabelle 12.44 zeigt, dass der Mittelwert von Messzeitpunkt 1 knapp unterhalb der Intervalluntergrenze liegt, während der Mittelwert vom zweiten Messzeitpunkt knapp unter der Obergrenze des Intervalls liegt.

Daraus resultiert, dass der Unterschied zwischen diesen Mittelwerten nur knapp die Signifikanzgrenze verfehlt.

Für die Veränderungsanalyse zur Einstellung der Experimentalgruppe ($N = 40$) wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimentalgruppe vor und nach der Intervention in beiden Bereichen zur Einstellung ermittelt. Die Tabelle 12.45 und Abbildung 12.45 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[37].

Tabelle 12.45

t-Test für abhängige Stichproben zur Einstellung der EG im Pre- und Posttest

EIFAMA	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (1-seitig)
Gefallen (GE)	11,23	12,18	**-0,95**	2,24	-2,681	39	**0,006 (**)**
Nutzen (NU)	16,48	17,20	-0,72	2,87	-1,596	39	0,060 (n.s.)

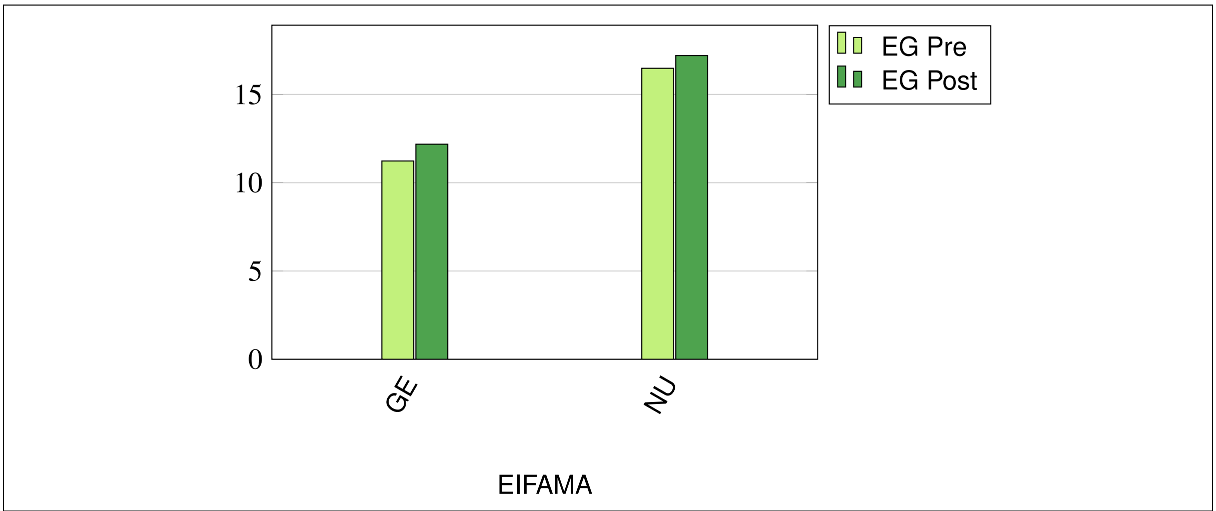


Abbildung 12.45. Mittelwerte zur Einstellung der EG im Pre- und Posttest

Die Darstellungen zeigen, dass sich sowohl in der Skala *Gefallen* als auch in der Skala *Nutzen* Verbesserungen der Punktwerte ergeben haben. Die Veränderungen vom Pre- zum Posttest sind bei der Skala *Gefallen* sehr signifikant.

[37] Aufgrund der aufgestellten Hypothesen wird p für beide Skalen 1-seitig ausgewiesen.

12.5.3.2 Kontrollgruppe (Pre-Post)

H3_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Einstellung* vom Pre- zum Posttest auf.

Tabelle 12.46

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H3_KG)

Skala	MZP	M	SD	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Gefallen (GE)	1	11,78	2,71	10,91	12,64
Gefallen (GE)	2	11,70	2,45	10,92	12,48
Nutzen (NU)	1	15,60	3,10	14,61	16,59
Nutzen (NU)	2	15,92	2,72	15,05	16,80

Die Tabelle 12.46 zeigt, dass innerhalb der Kontrollgruppe keine signifikanten Unterschiede bestehen, da alle Mittelwerte innerhalb der Konfidenzintervalle liegen.

Um die Veränderungen zur Einstellung der Kontrollgruppe ($N = 40$) analysieren zu können, wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Kontrollgruppe vor und nach der Intervention in beiden Bereichen zur Einstellung ermittelt. Die Tabelle 12.47 und Abbildung 12.46 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[38].

Tabelle 12.47

t-Test für abhängige Stichproben zur Einstellung der KG im Pre- und Posttest

EIFAMA	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (2-seitig)
Gefallen (GE)	11,78	11,70	0,08	1,56	0,304	39	0,763 (n.s.)
Nutzen (NU)	15,60	15,92	-0,32	2,81	-0,731	39	0,469 (n.s.)

[38] Aufgrund der aufgestellten Hypothese wird p für beide Skalen 2-seitig ausgewiesen.

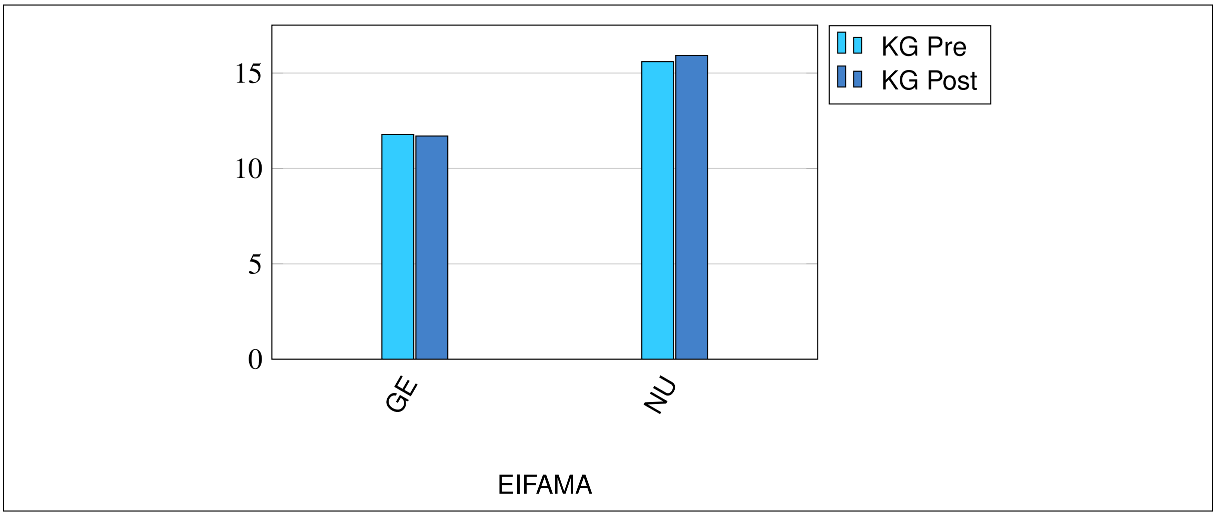


Abbildung 12.46. Mittelwerte zur Einstellung der KG im Pre- und Posttest

Aus den Darstellungen zu den Mittelwertvergleichen geht hervor, dass sich in der Kontrollgruppe keine signifikanten Veränderungen ergeben haben.

12.5.3.3 Vergleich der Experimental- und Kontrollgruppe (Pre-Post)

In der Abbildung 12.47 werden die Mittelwerte noch einmal gegenübergestellt.

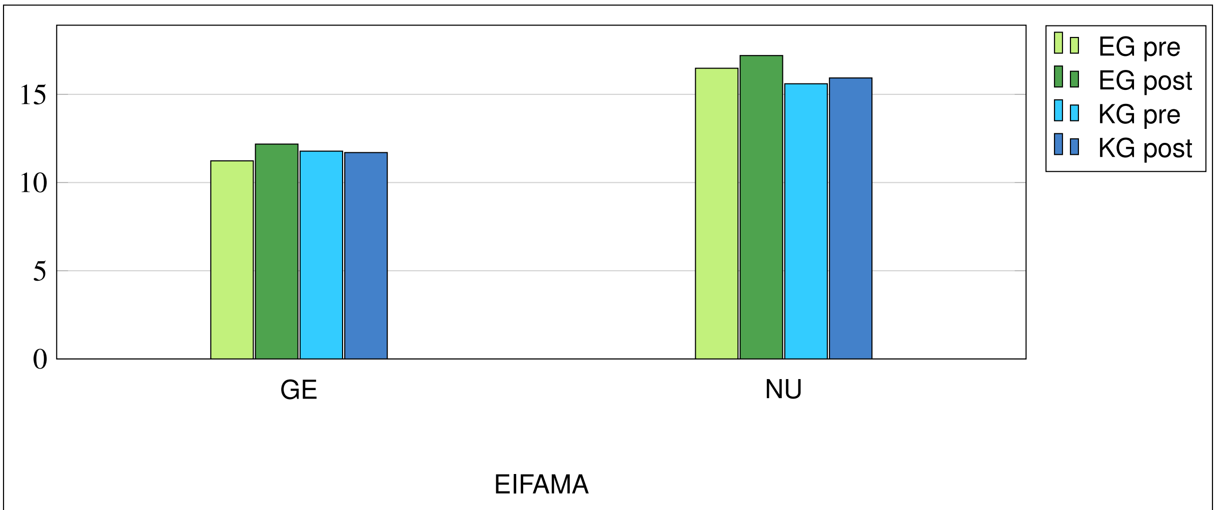


Abbildung 12.47. Mittelwerte zur Einstellung der EG und KG im Pre- und Posttest

Vor der Intervention hatten die Experimental- und Kontrollgruppe eine ähnliche Ausgangssituation, nach der Intervention sind signifikanten Unterschiede bei der Experimentalgruppe zu erkennen (Abbildung 12.47).

Aufgrund der Ergebnisse lassen sich noch keine Aussagen über die Größen der Effekte machen. Diese werden daher in der Tabelle 12.48 ausgewiesen.

Tabelle 12.48

Effektstärken zur Einstellung der EG und KG

EIFAMA	Gruppe	T	df	p (1-/2-seitig)	d
Gefallen (GE)	EG	-2,681	39	**0,006 (**)**	0,42
	KG	0,304	39	0,763 (n.s.)	0,05
Nutzen (NU)	EG	-1,596	39	0,060 (n.s.)	0,25
	KG	-0,731	39	0,469 (n.s.)	0,12

In der Experimentalgruppe liegt zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Gefallen* mit $t(39) = -2,681,\ p = 0,006$ bei einer Effektstärke von $d = 0,42$ ein sehr signifikanter Unterschied vor. Für die Skala *Nutzen* mit $t(39) = -1,596,\ p = 0,060$ bei einer Effektstärke von $d = 0,25$ liegt kein signifikanter Unterschied vor.

In der Kontrollgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Gefallen* mit $t(39) = 0,304,\ p = 0,763$ bei einer Effektstärke von $d = 0,05$ und für die Skala *Nutzen* mit $t(39) = -0,731,$ $p = 0,469$ bei einer Effektstärke von $d = 0,12$ keine signifikanten Unterschiede vor.

12.5.3.4 Prüfung von Effekten zur Einstellung

Innerhalb der durchgeführten Analysen mittels t-Tests wurden vorerst die Gruppenunterschiede und die Unterschiede einzelner abhängiger Variablen innerhalb einer Gruppe getrennt voneinander betrachtet. Diese Analysen ergaben bereits für die Skala *Gefallen* signifikante Veränderungen. Um Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe und den zwei Messzeitpunkten statistisch zu überprüfen, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung für diejenige abhängige Variable berechnet, die bereits innerhalb der Veränderungsanalyse signifikante Effekte lieferte.[39]

Gefallen:

> **H3a_EG_KG**: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich des Gefallens, bei der die Experimentalgruppe einen höheren Gefallen als die Kontrollgruppe zeigt.

[39]Dafür werden, wie auch schon bei den t-Tests, aus der anfänglich aufgestellten allgemeinen Hypothese H3_EG_KG eine spezifische Hypothese formuliert.

Die Abbildung 12.48 zeigt die Veränderung des Gefallens bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

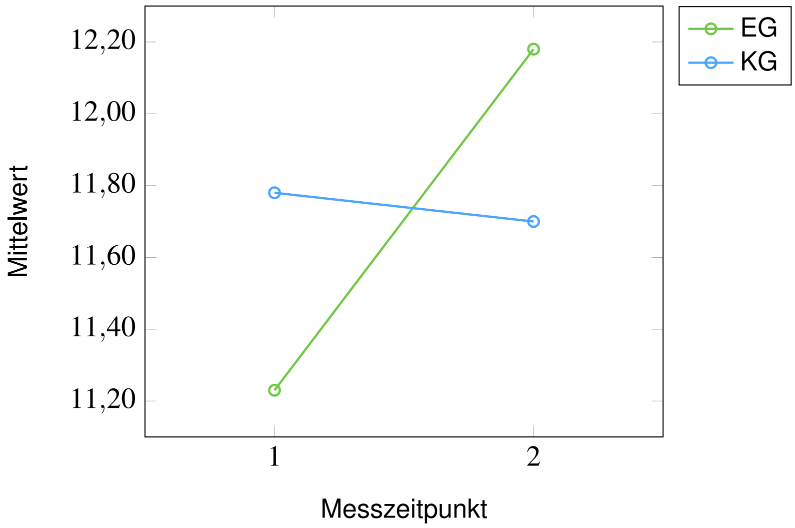


Abbildung 12.48. Profildiagramm zum Gefallen

Zum Messzeitpunkt 1 zeigt noch die Kontrollgruppe einen stärkeren Gefallen als die Experimentalgruppe. Zum zweiten Messzeitpunkt ändert sich dieses allerdings und der Gefallen der Experimentalgruppe steigt stark an, wohingegen der Gefallen der Kontrollgruppe leicht abnimmt. Dadurch zeigt zum zweiten Messzeitpunkt die Experimentalgruppe einen stärkeren Gefallen. Das Ergebnis der Varianzanalyse zum Gefallen zeigt eine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe ($F(1,\ 78) = 10,506;\ p = 0,020$) mit einem mittleren Effekt ($\eta^2 = 0,12$). Der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 4,109;\ p = 0,046$) ist ebenfalls signifikant und der Haupteffekt des Faktors Gruppe ($F(1,\ 78) = 0,005;\ p = 0,947$) bleibt nicht signifikant.

12.5.3.5 Diskussion der Ergebnisse zu Hypothese H3 (Einstellung)

Gefallen

Bezüglich des Gefallens am Fach Mathematik ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe eine sehr signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt. Die Hypothese H3a_EG kann bestätigt werden. Auch das Ergebnis der Varianzanalyse ergibt einen signifikanten Effekt bezüglich der Interaktion zwischen den Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe mit einer mittleren Effektstärke. Damit kann die Hypothese H3a_EG_KG bestätigt werden. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule hat somit positive Auswirkungen auf den Gefallen am Fach Mathematik.

Nutzen

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe keine signifikante Veränderung mit einem kleinen Effekt bezüglich des Nutzens. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule verändert den Nutzen, den die Schülerinnen und Schüler im Fach sehen, nicht. Damit kann die Hypothese H3b_EG nicht bestätigt werden. Dennoch sollte an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass sich der Aspekt Nutzen deutlich verbessert hat, auch wenn dieser Unterschied knapp keine Signifikanz aufweist.

Innerhalb der Kontrollgruppe zeigen die Bereiche Gefallen und Nutzen keine signifikanten Veränderungen mit geringen Effekten. Damit kann die Hypothese H3_KG bestätigt werden.

Aufgrund der Intervention treten innerhalb der Experimentalgruppe sehr signifikante und nicht signifikante Veränderungen mit kleinen Effekten in den Bereichen zur Einstellung zum Fach Mathematik auf, sodass die Hypothese H3a_EG bestätigt werden kann und die Hypothese H3b_EG nicht. Jedoch zeigt der Bereich Nutzen eine deutliche Verbesserung, die nicht unberücksichtigt bleiben sollte. Die Hypothese H3_KG für die Kontrollgruppe wird insofern bestätigt, dass sich beide Bereiche der Einstellung nicht signifikant verändern und die Effektstärken sehr klein sind. Die Hypothese H3a_EG_KG kann ebenfalls bestätigt werden.[40]

12.5.4 Veränderungsanalyse zur Leistung

Die Veränderungsanalyse zur Leistung wird zunächst für die Experimentalgruppe und danach für die Kontrollgruppe durchgeführt. Im Anschluss werden die Werte der Experimental- und Kontrollgruppe verglichen und diskutiert.

12.5.4.1 Experimentalgruppe (Pre-Post)

H4a_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Arithmetik* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

[40] Zusätzlich zeigt der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt bei der Skala *Gefallen* einen signifikanten Effekt. Der Effekt besagt, dass es einen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Messzeitpunkten gibt, bei dem die Gruppenzuweisung unberücksichtigt bleibt. Da dieser Unterschied jedoch nicht zur Beantwortung der Fragestellungen führt, wird er innerhalb dieser Studie nicht weiter interpretiert und evaluiert.

Tabelle 12.49

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H4a_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Arithmetik (ARIT)	1	9,08	3,21	8,05	10,10
Arithmetik (ARIT)	2	9,90	4,14	8,58	11,22

Anhand der Tabelle 12.49 lässt sich zunächst erkennen, dass die Intervalle eine große Spannweite haben, da die Standardabweichungen verhältnismäßig groß sind. Obwohl die Mittelwerte der Experimentalgruppe innerhalb der Intervallgrenzen liegen, kann daraus dennoch Signifikanz resultieren, da die Mittelwerte eine Tendenz zur jeweiligen Unter- und Obergrenze aufweisen. Inwieweit ein signifikanter Unterschied vorliegt, zeigt der spätere t-Test.

H4b_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Sachrechnen* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.50

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H4b_EG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Sachrechnen (SACH)	1	7,25	2,92	6,32	8,18
Sachrechnen (SACH)	2	8,03	3,22	6,99	9,06

Bei der Experimentalgruppe zeigen die Werte zum Bereich Sachrechnen ähnliche Ergebnisse wie zuvor der Bereich Arithmetik. Auch hier sind die Standardabweichungen sehr groß und die Mittelwerte weisen eine Tendenz zur jeweiligen Unter- bzw. Obergrenze auf, dennoch liegen die Werte innerhalb der Intervalle. Der später folgende t-Test wird die Signifikanz genauer prüfen.

H4c_EG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule *steigert* sich die *Leistung im Bereich Geometrie* innerhalb der *Experimentalgruppe* vom Pre- zum Posttest.

Tabelle 12.51

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H4c_EG)

Skala	MZP	M	SD	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Geometrie (GEOM)	1	2,80	1,95	2,18	3,42
Geometrie (GEOM)	2	3,48	2,03	2,83	4,12

Anhand der Tabelle 12.51 lässt sich ablesen, dass signifikante Unterschiede zwischen den Mittelwerten zu beiden Messzeitpunkten bestehen, denn beide Mittelwerte liegen außerhalb des jeweiligen anderen Konfidenzintervalls.

Um die Veränderungen zur Leistung der Experimentalgruppe ($N = 40$) zu analysieren, wurde ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede zwischen der Experimentalgruppe vor und nach der Intervention in allen Leistungsbereichen ermittelt. Die Tabelle 12.52 und Abbildung 12.49 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[41].

Tabelle 12.52

t-Test für abhängige Stichproben zur Leistung der EG im Pre- und Posttest

DEMAT 4	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (1-seitig)
Arithmetik (ARIT)	9,08	9,90	**-0,83**	3,04	-1,718	39	**0,047 (*)**
Sachrechnen (SACH)	7,25	8,03	**-0,78**	2,46	-1,997	39	**0,027 (*)**
Geometrie (GEOM)	2,80	3,48	**-0,68**	1,40	-3,043	39	**0,002 (**)**

[41] Aufgrund der aufgestellten Hypothesen wird p für alle drei Skalen 1-seitig ausgewiesen.

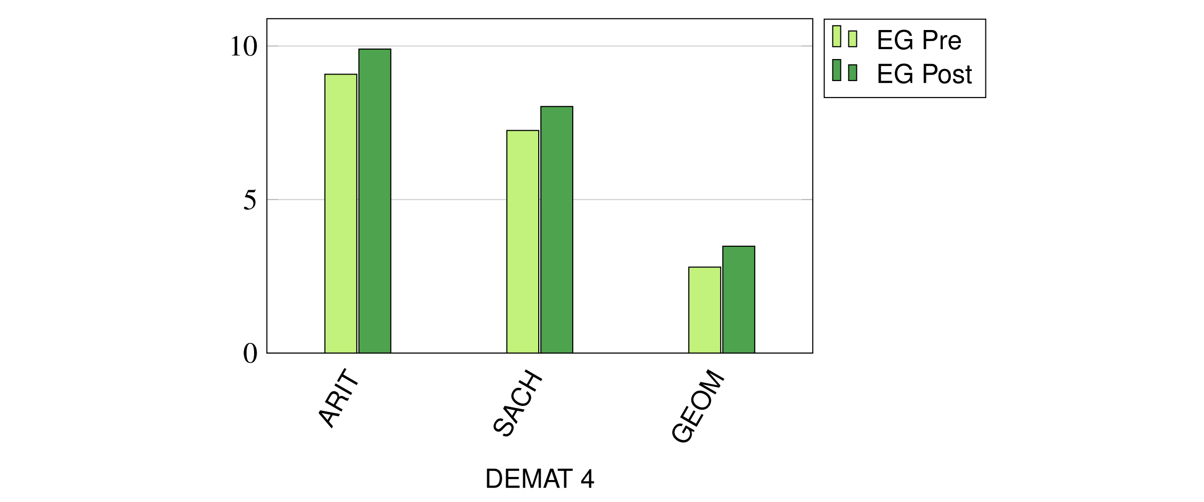


Abbildung 12.49. Mittelwerte zur Leistung der EG im Pre- und Posttest

Aus den Darstellungen lässt sich entnehmen, dass sich in allen Bereichen Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie eine Verbesserung der Punktwerte ergeben hat. Für die Bereiche Arithmetik und Sachrechnen bestehen signifikante, für den Bereich Geometrie sehr signifikante Verbesserungen.

12.5.4.2 Kontrollgruppe (Pre-Post)

H4_KG: In der *Kontrollgruppe* treten *keine Veränderungen* der *Leistung* vom Pre- zum Posttest auf.

Tabelle 12.53

Konfidenzintervalle zu beiden Messzeitpunkten (H4_KG)

Skala	MZP	*M*	*SD*	Konfidenzintervall (95 %)	
				Untergrenze	Obergrenze
Arithmetik (ARIT)	1	8,75	4,04	7,46	10,04
Arithmetik (ARIT)	2	9,13	4,47	7,70	10,55
Sachrechnen (SACH)	1	7,10	2,80	6,20	8,00
Sachrechnen (SACH)	2	7,18	3,46	6,07	8,28
Geometrie (GEOM)	1	2,88	1,68	2,34	3,41
Geometrie (GEOM)	2	3,35	1,85	2,76	3,94

Bei der Kontrollgruppe liegen alle Mittelwerte beider Messzeitpunkte innerhalb der Konfidenzintervalle, sodass keine signifikanten Unterschiede bestehen.

Ein t-Test für abhängige (verbundene) Stichproben wurde für die Veränderungsanalyse zur Leistung der Kontrollgruppe ($N = 40$) durchgeführt, der die Mittelwertunterschiede innerhalb der Kontrollgruppe vor und nach der Intervention in allen Leistungsbereichen ermittelt. Die Tabelle 12.54 und Abbildung 12.50 zeigen die entsprechenden Signifikanzen[42].

Tabelle 12.54

t-Test für abhängige Stichproben zur Leistung der KG im Pre- und Posttest

DEMAT 4	M_{pre}	M_{post}	M-Diff.	SD	T	df	p (2-seitig)
Arithmetik (ARIT)	8,75	9,13	-0,38	3,68	-0,644	39	0,524 (n.s.)
Sachrechnen (SACH)	7,10	7,18	-0,08	3,21	-0,148	39	0,884 (n.s.)
Geometrie (GEOM)	2,88	3,35	-0,48	1,69	-1,773	39	0,084 (n.s.)

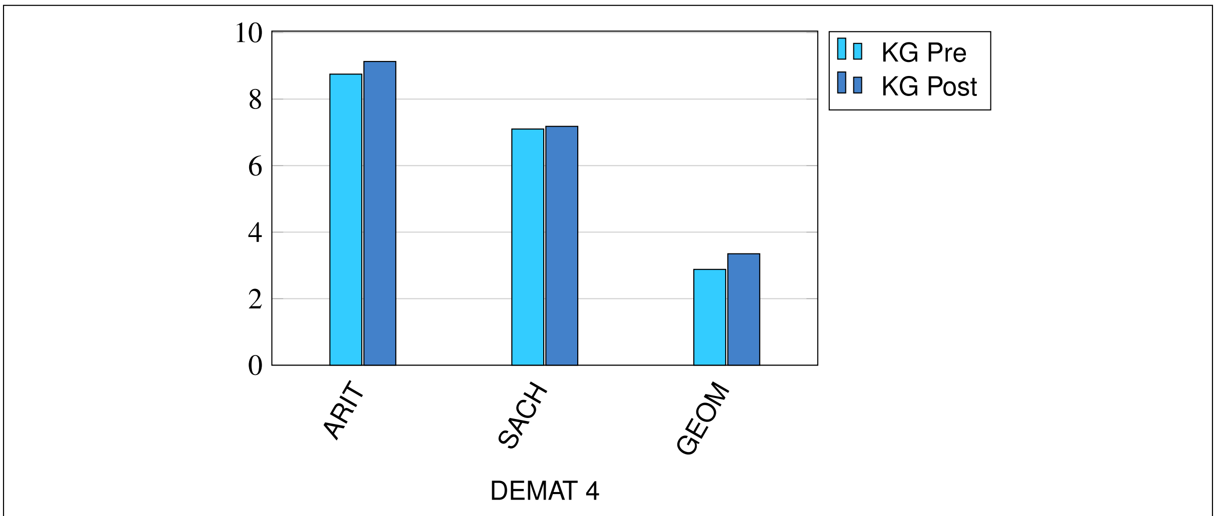


Abbildung 12.50. Mittelwerte zur Leistung der KG im Pre- und Posttest

Die Darstellungen zu den Mittelwertvergleichen zeigen, dass sich in der Kontrollgruppe im Bereich Sachrechnen kaum Veränderungen, in den Bereichen Arithmetik und Geometrie geringfügige Veränderungen ergeben haben. Insgesamt zeigen alle drei Skalen jedoch keine signifikanten Veränderungen.

[42] Aufgrund der aufgestellten Hypothese wird p für alle drei Skalen 2-seitig ausgewiesen.

12.5.4.3 Vergleich der Experimental- und Kontrollgruppe (Pre-Post)

In der Abbildung 12.51 werden die Mittelwerte noch einmal gegenübergestellt.

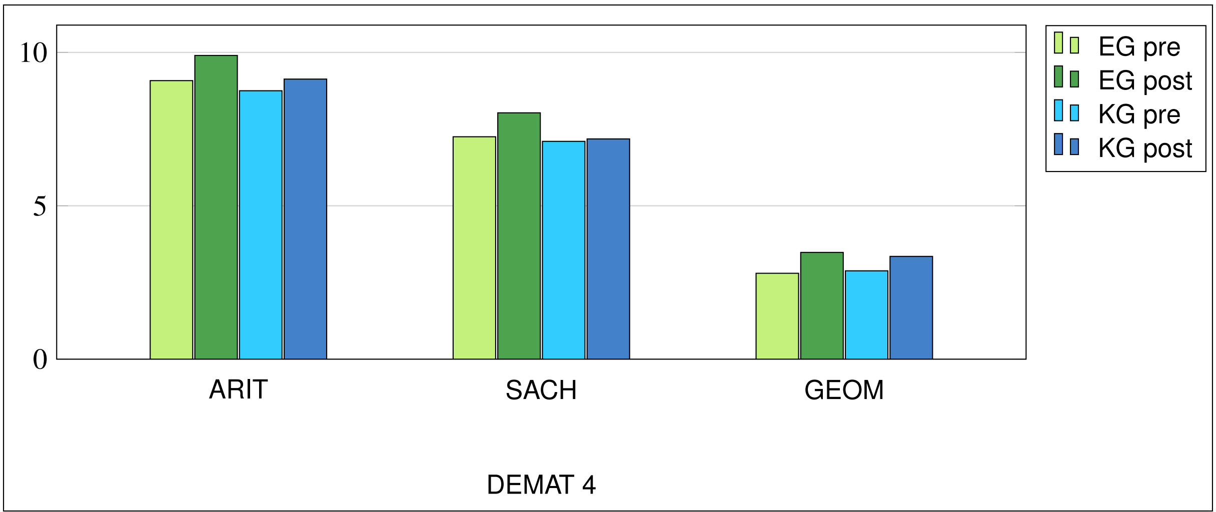


Abbildung 12.51. Mittelwerte zur Leistung der EG und KG im Pre- und Posttest

Während noch die Experimental- und Kontrollgruppe vor der Intervention eine ähnliche Ausgangssituation hatten, sind nach der Intervention signifikante Unterschiede bei der Experimentalgruppe zu erkennen (Abbildung 12.51).

Aufgrund der Ergebnisse lassen sich noch keine Aussagen über die Größen der Effekte machen. Diese werden daher in der Tabelle 12.55 ausgewiesen.

Tabelle 12.55

Effektstärken zur Leistung der EG und KG

DEMAT 4	Gruppe	T	df	p (1-/2-seitig)	d
Arithmetik (ARIT)	EG	-1,718	39	**0,047 (*)**	0,27
	KG	-0,644	39	0,524 (n.s.)	0,10
Sachrechnen (SACH)	EG	-1,997	39	**0,027 (*)**	0,32
	KG	-0,148	39	0,884 (n.s.)	0,02
Geometrie (GEOM)	EG	-3,043	39	**0,002 (**)**	0,49
	KG	-1,773	39	0,084 (n.s.)	0,28

In der Experimentalgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Arithmetik* mit $t(39) = -1,718$, $p = 0,047$ bei einer Effektstärke von $d = 0,27$, für die Skala *Sachrechnen* mit $t(39) = -1,997$, $p = 0,027$ bei einer Effektstärke von $d = 0,32$ und für die Skala *Geometrie* mit $t(39) = -3,043$, $p = 0,002$ bei einer Effektstärke von $d = 0,49$ signifikante bis sehr signifikante Unterschiede vor.

In der Kontrollgruppe liegen zwischen den beiden Messzeitpunkten für die Skala *Arithmetik* mit $t(39) = -0,644$, $p = 0,524$ bei einer Effektstärke von $d = 0,10$, für die Skala *Sachrechnen* mit $t(39) = -0,148$, $p = 0,884$ bei einer Effektstärke von $d = 0,02$ und für die Skala *Geometrie* mit $t(39) = -1,773$, $p = 0,084$ bei einer Effektstärke von $d = 0,28$ keine signifikanten Unterschiede vor.

12.5.4.4 Prüfung von Effekten zur Leistung

Innerhalb der durchgeführten Analysen mittels t-Tests wurden vorerst die Gruppenunterschiede und die Unterschiede einzelner abhängiger Variablen innerhalb einer Gruppe getrennt voneinander betrachtet. Diese Analysen ergaben bereits für die Skalen *Arithmetik*, *Sachrechnen* und *Geometrie* signifikante Veränderungen. Um Unterschiede zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe und den zwei Messzeitpunkten statistisch zu überprüfen, wird eine zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung für diejenigen abhängigen Variablen berechnet, die bereits innerhalb der Veränderungsanalyse signifikante Effekte lieferten.[43]

Arithmetik:

H4a_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Leistung im Bereich Arithmetik, bei der die Experimentalgruppe eine höhere Leistung als die Kontrollgruppe zeigt.

[43] Dafür werden, wie auch schon bei den t-Tests, aus der anfänglich aufgestellten allgemeinen Hypothese H4_EG_KG drei spezifische Hypothesen formuliert.

Die Abbildung 12.52 zeigt die Veränderung im Bereich Arithmetik bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

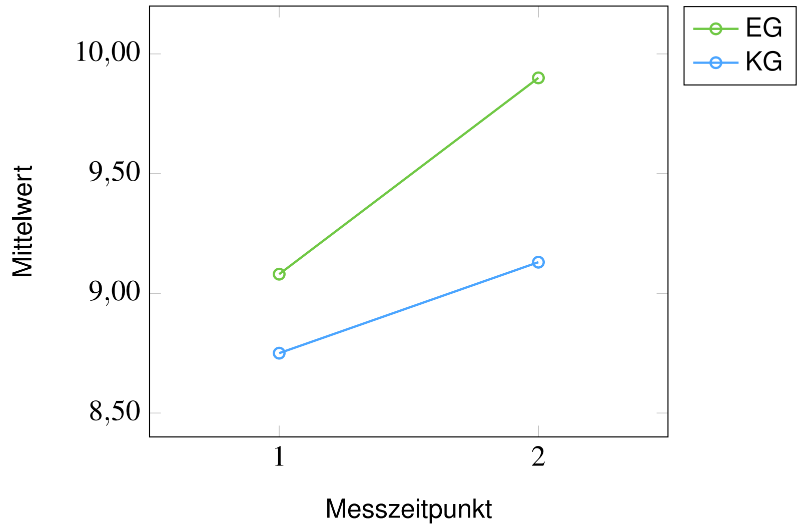


Abbildung 12.52. Profildiagramm zu Arithmetik

Bei beiden Gruppen steigt die Leistung im Bereich Arithmetik kontinuierlich an, jedoch liegt die Leistung der Kontrollgruppe zu beiden Messzeitpunkten unterhalb der Leistung der Experimentalgruppe. Das Ergebnis der Varianzanalyse für den Bereich Arithmetik zeigt keine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe ($F(1,\ 78) = 0,355;\ p = 0,553$). Auch die beiden Haupteffekte der Faktoren Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 2,526;\ p = 0,116$) und Gruppe ($F(1,\ 78) = 0,462;\ p = 0,499$) sind nicht signifikant.

Sachrechnen:

H4b_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Leistung im Bereich Sachrechnen, bei der die Experimentalgruppe eine höhere Leistung als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Abbildung 12.53 zeigt die Veränderung im Bereich Sachrechnen bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

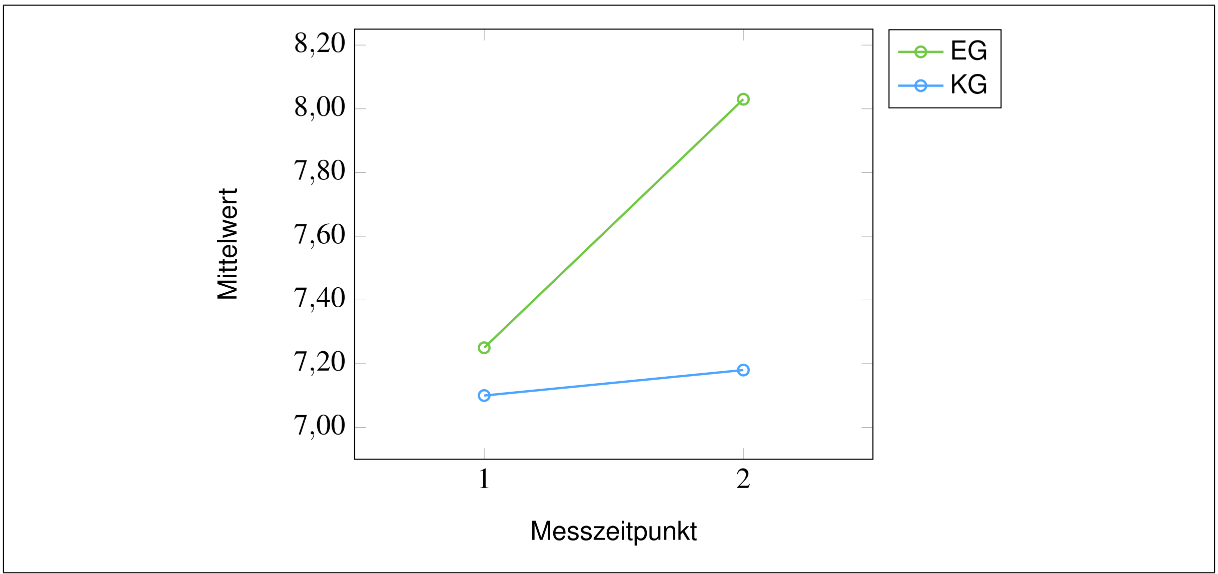


Abbildung 12.53. Profildiagramm zu Sachrechnen

Die Leistung im Bereich Sachrechnen steigt bei der Kontrollgruppe nur geringfügig und bei der Experimentalgruppe sehr stark an. Zu beiden Messzeitpunkten liegt die Leistung der Experimentalgruppe oberhalb der Leistung der Kontrollgruppe. Das Ergebnis der Varianzanalyse für den Bereich Sachrechnen ergibt keine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe ($F(1,\ 78) = 1{,}199;\ p = 0{,}277$). Der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 1{,}767;\ p = 0{,}188$) und der Haupteffekt des Faktors Gruppe ($F(1,\ 78) = 0{,}656;\ p = 0{,}420$) sind ebenfalls nicht signifikant.

Geometrie:

H4c_EG_KG: Durch die Integration von graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule ergibt sich eine Interaktion zwischen den beiden Messzeitpunkten und der Gruppenzuweisung hinsichtlich der Leistung im Bereich Geometrie, bei der die Experimentalgruppe eine höhere Leistung als die Kontrollgruppe zeigt.

Die Abbildung 12.54 zeigt die Veränderung im Bereich Geometrie bei der Experimental- und Kontrollgruppe zu den Messzeitpunkten 1 und 2.

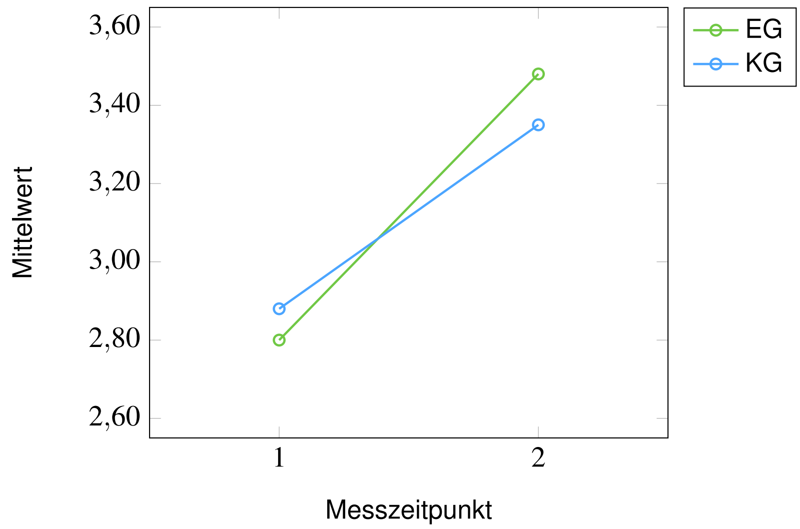


Abbildung 12.54. Profildiagramm zu Geometrie

Zum ersten Messzeitpunkt liegt die Leistung der Experimentalgruppe im Bereich Geometrie knapp unter der Leistung der Kontrollgruppe. Von Messzeitpunkt 1 zu 2 zeigt die Experimentalgruppe jedoch einen deutlicheren Anstieg, sodass die Leistung zum zweiten Messzeitpunkt höher ist als die der Kontrollgruppe. Das Ergebnis der Varianzanalyse für den Bereich Geometrie zeigt keine signifikante Interaktion zwischen den beiden Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe ($F(1,\ 78) = 0{,}331;\ p = 0{,}567$). Der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt ($F(1,\ 78) = 10{,}930;\ p = 0{,}001$) ist signifikant und der Haupteffekt des Faktors Gruppe ($F(1,\ 78) = 0{,}004;\ p = 0{,}948$) ist nicht signifikant.

12.5.4.5 Diskussion der Ergebnisse zu Hypothese H4 (Leistung)

Arithmetik

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe eine signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt bezüglich des Bereichs Arithmetik. Die Hypothese H4a_EG kann bestätigt werden. Die Varianzanalyse zeigt kein signifikantes Ergebnis bezüglich der Interaktion zwischen Faktor Messzeitpunkt und Faktor Gruppe. In beiden Gruppen steigt die Leistung in diesem Bereich an, innerhalb der Experimentalgruppe ist dieser Anstieg höher. Die Hypothese H4a_EG_KG kann nicht bestätigt werden. Dennoch hat die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule Auswirkungen auf die arithmetischen Leistungen.

Sachrechnen

Bezüglich des Bereichs Sachrechnen ergibt der abhängige t-Test für die Experimentalgruppe eine signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt. Damit kann die Hypothese H4b_EG bestätigt werden. Das Ergebnis der Varianzanalyse ergibt keinen signifikanten Effekt für die Interaktion beider Faktoren Messzeitpunkt und Gruppe. Ähnlich wie beim Bereich Arithmetik steigt auch hier die Leistung in beiden Gruppen an, jedoch innerhalb der Experimentalgruppe deutlich höher. Die Hypothese H4b_EG_KG kann nicht bestätigt werden. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule hat dennoch Auswirkungen auf die Leistungen im Sachrechnen, jedoch nicht in Bezug auf eine Wechselwirkung zwischen den Faktoren.

Geometrie

Der abhängige t-Test ergibt für die Experimentalgruppe eine hoch signifikante Verbesserung mit einem kleinen Effekt bezüglich des Bereichs Geometrie. Die Hypothese H4c_EG kann bestätigt werden. Innerhalb der Varianzanalyse ergibt der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt einen generellen signifikanten Unterschied zwischen der Pre- und Posttest-Messung über beide Gruppen hinweg. Die Interaktion beider Faktoren bleibt jedoch nicht signifikant. Somit bleibt die Hypothese H4c_EG_KG unbestätigt. Die Integration graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule hat zwar Auswirkungen auf die geometrischen Leistungen, aber nicht auf eine Wechselwirkung zwischen den Faktoren.

Innerhalb der Kontrollgruppe gibt es bei den Bereichen Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie keine signifikanten Veränderungen mit kleinen Effekten. Damit kann die Hypothese H4_KG bestätigt werden. Einzig der Bereich Geometrie weist eine deutliche, aber nicht signifikante Verbesserung der Leistung auf.

Aufgrund der Intervention treten innerhalb der Experimentalgruppe signifikante und sehr signifikante Verbesserungen mit kleinen Effekten in der mathematischen Leistung auf, sodass die Hypothesen H4a_EG, H4b_EG und H4c_EG bestätigt werden. Die Hypothese H4_KG für die Kontrollgruppe wird insofern bestätigt, dass sich alle drei Leistungsbereiche nicht signifikant und nur mit kleinen Effekten verändert haben. Die Hypothesen bezüglich Wechselwirkungen (H4a_EG_KG bis H4c_EG_KG) können nicht bestätigt werden. Lediglich der Haupteffekt des Faktors Messzeitpunkt bei der Skala *Geometrie* zeigt einen signifikanten Effekt.[44]

[44] Der Effekt besagt, dass es einen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Messzeitpunkten gibt, bei dem die Gruppenzuweisung unberücksichtigt bleibt. Da dieser Unterschied jedoch nicht zur Beantwortung der Fragestellungen führt, wird er innerhalb dieser Studie nicht weiter interpretiert und evaluiert.

12.5.5 Zusammenfassung und Diskussion der Pre-Posttest-Ergebnisse

Die Pre-Posttest-Ergebnisse zeigen unterschiedliche Entwicklungen in der Experimental- und Kontrollgruppe. Eine direkte Gegenüberstellung der Mittelwertdifferenzen von Experimental- und Kontrollgruppe aus den Pre-Posttests zeigt die folgende Grafik (Abbildung 12.55).[45]

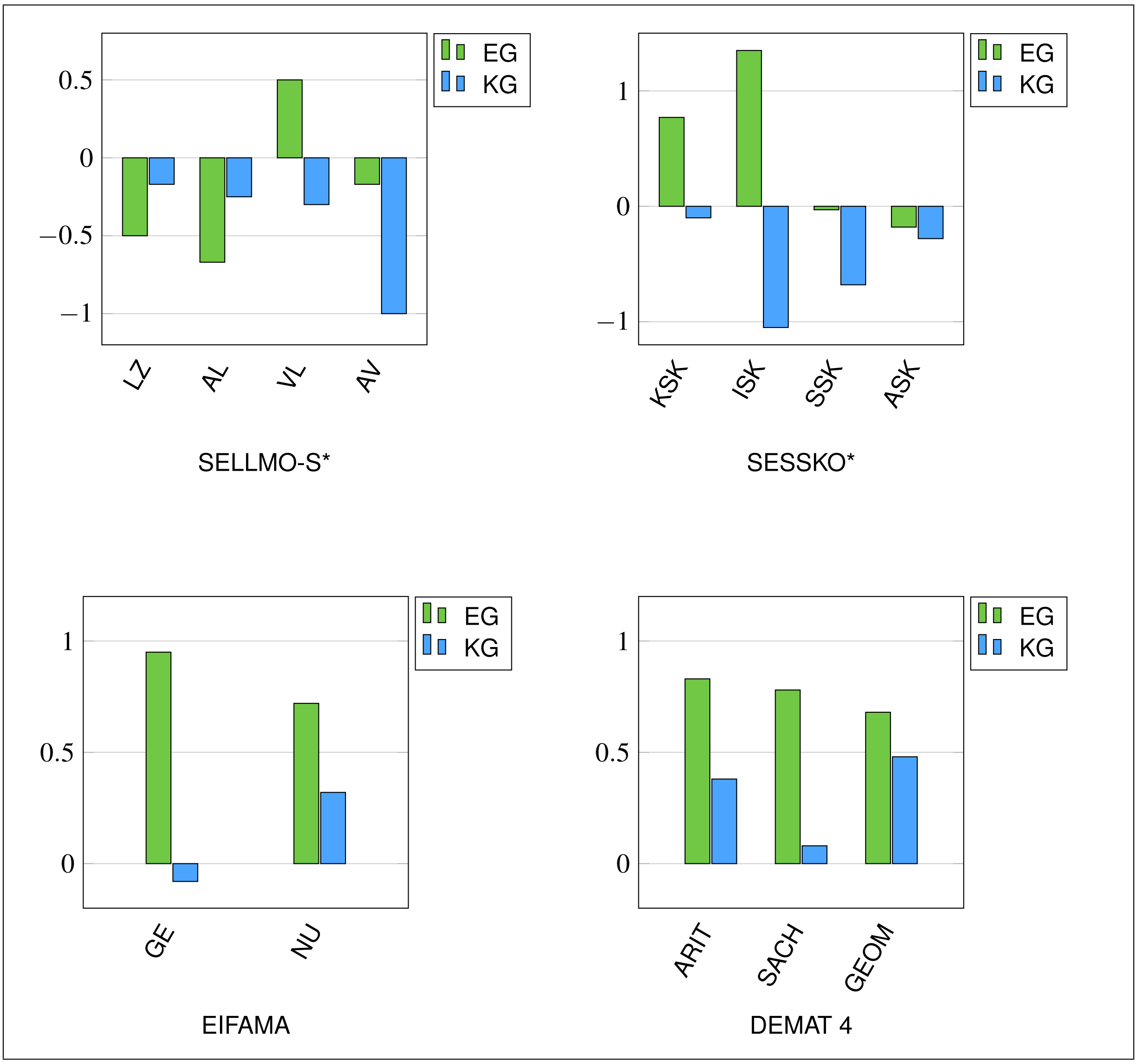


Abbildung 12.55. Mittelwertdifferenzen der EG und KG vom Pre- zum Posttest

An dieser Stelle werden noch einmal die Unterschiede zwischen den beiden Gruppen deutlich. Im Bereich der Motivation konnten keine Verbesserungen für die Skala Lernziele festgestellt werden. Ein sehr geringer Abfall dieser Skala bleibt hierbei nicht signifikant und kann als zufällig gedeutet werden. Ebenso sind die Veränderungen innerhalb der Kontrollgruppe nicht signifikant. Die Skalen zum Selbstkonzept verzeichnen vor allem für das kriteriale und individuelle Selbstkonzept der Experimentalgruppe einen

[45] Die Säulen sind so ausgerichtet, dass sie die entsprechende Richtung der Mittelwertdifferenzen vom Pre- zum Posttest darstellen.

deutlichen Anstieg, wohingegen die anderen zwei Skalen kaum Veränderungen aufweisen. Innerhalb der Kontrollgruppe konnten keine signifikanten Verbesserungen festgestellt werden. Ganz im Gegenteil dazu lassen sich sogar anhand der Mittelwertdifferenzen zum individuellen Selbstkonzept signifikante und zum sozialen Selbstkonzept deutliche Verschlechterungen erkennen. Der Gefallen am Fach Mathematik hat sich nur in der Experimentalgruppe gesteigert, wohingegen bei der Kontrollgruppe eine minimale Abnahme zu erkennen ist. Für den Bereich Nutzen haben sich die Werte beider Gruppen erhöht, jedoch bei der Experimentalgruppe um mehr als das Doppelte. Die Leistungen der Experimentalgruppe sind in allen drei Bereichen signifikant angestiegen. Bei der Kontrollgruppe haben sich vor allem die Bereiche Arithmetik und Geometrie verbessert, die jedoch nicht signifikant angestiegen sind.

Mit diesen Ergebnissen können die in Abschnitt 9.2 aufgestellten Forschungshypothesen zum Großteil verifiziert werden. Außerdem geht aus den Ergebnissen hervor, dass die graphentheoretische Intervention Veränderungen auf psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale bewirkt hat und damit als einflussnehmende Intervention evaluiert werden kann. Genauere Erläuterungen dazu folgen im Teil III, *Interpretation, Evaluation und Zusammenfassung*.

12.6 Auswertung der zwei offenen Fragen

In diesem Abschnitt werden die zwei offenen Fragen vom Fragebogen zusammenfassend dargestellt und ausgewertet. Dabei wird zwischen den Experimental- und Kontrollgruppen-Antworten unterschieden, anhand der Äußerungen werden Kategorien gebildet und im Anschluss wird ein kurzer Vergleich hergestellt. Es sei darauf hingewiesen, dass die Bildung von Kategorien in keinem Fall den Ansprüchen einer qualitativen Forschung entspricht, sondern lediglich einen leichteren Überblick verschaffen soll. Da die Ergebnisse als ergänzendes Material dienen, wird auf ausführliche qualitative Auswertungsmethoden verzichtet.[46]

12.6.1 Pretest-Ergebnisse

Die Pretest-Ergebnisse werden zunächst für die Experimental- und anschließend für die Kontrollgruppe dargestellt. Daran anknüpfend folgt eine Gegenüberstellung beider Gruppen.

12.6.1.1 Experimentalgruppe

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- plus, minus, mal, geteilt; Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division
- Mathe ist rechnen
- Geometrie
- Mathe ist ein Fach; Mathe ist ein Rechenfach; Mathe ist ein Hauptfach in der Schule
- Mathe ist eine Sache mit sehr vielen Zahlen
- manchmal ist es schwer oder leicht

[46] Für die Darstellung der Ergebnisse werden keine Angaben über die Häufigkeiten genannter Schüleräußerungen gemacht, da dieses Vorgehen für einen qualitativen Ansatz unüblich ist. Bereits die von einer Schülerin bzw. einem Schüler genannten Aspekte reichen aus, um sie innerhalb des qualitativen Ansatzes zu berücksichtigen und im Folgenden mit auszuweisen.

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.56 dargestellt.

Tabelle 12.56

Kategorien der Experimentalgruppe im Pretest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_was	Grundrechenarten
K_2_was	Rechnen
K_3_was	Bereiche
K_4_was	Schulfach
K_5_was	Zahlen
K_6_was	Schwierigkeitsgrad

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- mit Mathe kann man rechnen
- weil man es im Leben braucht; Mathe ist für den Alltag sehr wichtig
- weil es für die Arbeit sehr wichtig ist
- Mathe ist beim Einkaufen und beim Bezahlen wichtig
- weil es ein wichtiges Schulfach ist

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.57 dargestellt.

Tabelle 12.57

Kategorien der Experimentalgruppe im Pretest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_warum	Rechnen
K_2_warum	Leben und Alltag
K_3_warum	Beruf
K_4_warum	Einkaufen
K_5_warum	Schulfach

12.6.1.2 Kontrollgruppe

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Kontrollgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- plus, minus, mal, geteilt; Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division
- Mathe ist rechnen
- Geometrie
- Mathe ist ein Fach
- Mathe ist ein Fach, wo man Zahlen zusammenrechnet
- manchmal verstehe ich die Aufgaben nicht

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.58 dargestellt.

Tabelle 12.58

Kategorien der Kontrollgruppe im Pretest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_was	Grundrechenarten
K_2_was	Rechnen
K_3_was	Bereiche
K_4_was	Schulfach
K_5_was	Zahlen
K_6_was	Schwierigkeitsgrad

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Kontrollgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- damit man mit dem Rechnen zurechtkommt
- weil man es überall braucht; weil es sehr hilfreich für den Alltag ist
- weil es sehr wichtig ist für einen guten Beruf
- beim Einkaufen und beim Bezahlen, wenn man Rückgeld bekommt

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.59 dargestellt.

Tabelle 12.59

Kategorien der Kontrollgruppe im Pretest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_warum	Rechnen
K_2_warum	Leben und Alltag
K_3_warum	Beruf
K_4_warum	Einkaufen

12.6.1.3 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die folgende Tabelle 12.60 gibt einen Überblick zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest.

Tabelle 12.60

Kategorien der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest

Kategorie	Kategorienbezeichnung	EG_{pre}	KG_{pre}
K_1_was	Grundrechenarten	✓	✓
K_2_was	Rechnen	✓	✓
K_3_was	Bereiche	✓	✓
K_4_was	Schulfach	✓	✓
K_5_was	Zahlen	✓	✓
K_6_was	Schwierigkeitsgrad	✓	✓
K_1_warum	Rechnen	✓	✓
K_2_warum	Leben und Alltag	✓	✓
K_3_warum	Beruf	✓	✓
K_4_warum	Einkaufen	✓	✓
K_5_warum	Schulfach	✓	—

Anhand der Tabelle zeigt sich, dass die Kategorien K_1_was bis K_6_was und K_1_warum bis K_4_warum in der Experimental- und Kontrollgruppe übereinstimmen. Lediglich die Kategorie *Schulfach* beim *warum* tritt nur in der Experimentalgruppe auf.

12.6.2 Posttest-Ergebnisse

Die Posttest-Ergebnisse werden zunächst für die Experimental- und anschließend für die Kontrollgruppe dargestellt. Daran anknüpfend folgt eine Gegenüberstellung beider Gruppen.

12.6.2.1 Experimentalgruppe

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- plus, minus, mal, geteilt; Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division
- Mathe ist rechnen
- Mathe ist ein Fach, wo man mit Zahlen etwas lernt
- manchmal schwierig, aber manchmal auch leicht
- Mathe kann man zum Geld zählen benutzen
- Sachaufgaben lernen
- Meter, Kilometer, Gramm, Kilogramm
- Mathe ist wichtig für das Leben
- Mathe braucht man jeden Tag und für den Beruf

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.61 dargestellt.

Tabelle 12.61

Kategorien der Experimentalgruppe im Posttest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_was	Grundrechenarten
K_2_was	Rechnen
K_3_was	Bereiche
K_4_was	Schulfach
K_5_was	Zahlen
K_6_was	Schwierigkeitsgrad
K_7_was	Beispiele (Geld, Längen, Gewicht)
K_8_was	Alltag
K_9_was	Beruf

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- Mathe braucht man zum Rechnen
- damit man viel im Leben erreicht; Mathe ist für den Alltag sehr wichtig
- weil es für viele Jobs sehr wichtig ist
- Mathe ist beim Einkaufen und beim Bezahlen wichtig
- Mathe ist ein wichtiges Fach
- weil es für andere Fächer wichtig ist
- damit man schnell zur Arbeit kommt
- um einen Ausflug planen zu können

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.62 dargestellt.

Tabelle 12.62

Kategorien der Experimentalgruppe im Posttest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_warum	Rechnen
K_2_warum	Leben und Alltag
K_3_warum	Beruf
K_4_warum	Einkaufen
K_5_warum	Schulfach
K_6_warum	Nutzen für andere Fächer
K_7_warum	schnellster Arbeitsweg
K_8_warum	Ausflüge planen

12.6.2.2 Kontrollgruppe

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Kontrollgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- plus, minus, mal, geteilt; Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division
- Mathe ist, wenn man rechnet
- Mathe ist Geometrie
- Mathe ist ein Fach
- man lernt mit vielen Zahlen zu rechnen

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.63 dargestellt.

Tabelle 12.63

Kategorien der Kontrollgruppe im Posttest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_was	Grundrechenarten
K_2_was	Rechnen
K_3_was	Bereiche
K_4_was	Schulfach
K_5_was	Zahlen

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Auf diese Frage haben die Schülerinnen und Schüler der Kontrollgruppe zusammenfassend die folgenden Antworten gegeben:

- damit man in der Zukunft rechnen kann
- um es im weiteren Leben benutzen zu können; weil man es für den Alltag braucht
- damit man später Arbeit bekommt
- beim Einkaufen braucht man Mathe, um Wechselgeld zu geben

Die Kategorien, die sich daraus bilden lassen, sind in der Tabelle 12.64 dargestellt.

Tabelle 12.64

Kategorien der Kontrollgruppe im Posttest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung
K_1_warum	Rechnen
K_2_warum	Leben und Alltag
K_3_warum	Beruf
K_4_warum	Einkaufen

12.6.2.3 Gegenüberstellung von der Experimental- und Kontrollgruppe

Die folgende Tabelle 12.65 gibt einen Überblick zu den Ergebnissen von der Experimental- und Kontrollgruppe im Posttest.

Tabelle 12.65

Kategorien der Experimental- und Kontrollgruppe im Posttest

Kategorie	Kategorienbezeichnung	EG_{post}	KG_{post}
K_1_was	Grundrechenarten	✓	✓
K_2_was	Rechnen	✓	✓
K_3_was	Bereiche	✓	✓
K_4_was	Schulfach	✓	✓
K_5_was	Zahlen	✓	✓
K_6_was	Schwierigkeitsgrad	✓	—
K_7_was	Beispiele (Geld, Längen, Gewichte)	✓	—
K_8_was	Alltag	✓	—
K_9_was	Beruf	✓	—
K_1_warum	Rechnen	✓	✓
K_2_warum	Leben und Alltag	✓	✓
K_3_warum	Beruf	✓	✓
K_4_warum	Einkaufen	✓	✓
K_5_warum	Schulfach	✓	—
K_6_warum	Nutzen für andere Fächer	✓	—
K_7_warum	schnellster Arbeitsweg	✓	—
K_8_warum	Ausflüge planen	✓	—

Anhand der Tabelle zeigt sich zum einen, dass die Kategorien K_1_was bis K_5_was und K_1_warum bis K_4_warum in beiden Gruppen übereinstimmen. Zum anderen sind aber innerhalb der Experimentalgruppe die Kategorien K_6_was bis K_9_was sowie K_5_warum bis K_8_warum enthalten, die innerhalb der Kontrollgruppe nicht zu finden sind.

12.6.3 Veränderungsanalyse der Pre-Posttest-Ergebnisse

Die Veränderungsanalyse wird zunächst für die Experimentalgruppe und danach für die Kontrollgruppe durchgeführt. Im Anschluss werden die Ergebnisse der Experimental- und Kontrollgruppe verglichen und diskutiert.

12.6.3.1 Experimentalgruppe (Pre-Post)

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Die Tabelle 12.66 zeigt die Veränderungen der Kategorien der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest zur Frage *Was ist Mathe?*.

Tabelle 12.66

Kategorien der Experimentalgruppe im Pre- und Posttest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung	EG_{pre}	EG_{post}
K_1_was	Grundrechenarten	✓	✓
K_2_was	Rechnen	✓	✓
K_3_was	Bereiche	✓	✓
K_4_was	Schulfach	✓	✓
K_5_was	Zahlen	✓	✓
K_6_was	Schwierigkeitsgrad	✓	✓
K_7_was	Beispiele (Geld, Längen, Gewicht)	—	✓
K_8_was	Alltag	—	✓
K_9_was	Beruf	—	✓

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Die Tabelle 12.67 zeigt die Veränderungen der Kategorien der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest zur Frage *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*.

Tabelle 12.67

Kategorien der Experimentalgruppe im Pre- und Posttest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung	EG_{pre}	EG_{post}
K_1_warum	Rechnen	✓	✓
K_2_warum	Leben und Alltag	✓	✓
K_3_warum	Beruf	✓	✓
K_4_warum	Einkaufen	✓	✓
K_5_warum	Schulfach	✓	✓
K_6_warum	Nutzen für andere Fächer	—	✓
K_7_warum	schnellster Arbeitsweg	—	✓
K_8_warum	Ausflüge planen	—	✓

12.6.3.2 Kontrollgruppe (Pre-Post)

Definition von Mathematik: *Was ist Mathe?*

Die Tabelle 12.68 zeigt die Veränderungen der Kategorien der Kontrollgruppe vom Pre- zum Posttest zur Frage *Was ist Mathe?*.

Tabelle 12.68

Kategorien der Kontrollgruppe im Pre- und Posttest zu: Was ist Mathe?

Kategorie	Kategorienbezeichnung	KG_{pre}	KG_{post}
K_1_was	Grundrechenarten	✓	✓
K_2_was	Rechnen	✓	✓
K_3_was	Bereiche	✓	✓
K_4_was	Schulfach	✓	✓
K_5_was	Zahlen	✓	✓
K_6_was	Schwierigkeitsgrad	✓	—

Gründe für Mathematik in der Schule: *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*

Die Tabelle 12.69 zeigt die Veränderungen der Kategorien der Kontrollgruppe vom Pre- zum Posttest zur Frage *Warum lernen wir Mathe in der Schule?*.

Tabelle 12.69

Kategorien der Kontrollgruppe im Pre- und Posttest zu: Warum lernen wir Mathe in der Schule?

Kategorie	Kategorienbezeichnung	KG_{pre}	KG_{post}
K_1_warum	Rechnen	✓	✓
K_2_warum	Leben und Alltag	✓	✓
K_3_warum	Beruf	✓	✓
K_4_warum	Einkaufen	✓	✓

12.6.3.3 Vergleich der Experimental- und Kontrollgruppe (Pre-Post)

In der Tabelle 12.70 werden die Kategorien noch einmal gegenübergestellt.

Tabelle 12.70

Kategorien der Experimental- und Kontrollgruppe im Pre- und Posttest

Kategorie	Kategorienbezeichnung	EG_{pre}	KG_{pre}	EG_{post}	KG_{post}
K_1_was	Grundrechenarten	✓	✓	✓	✓
K_2_was	Rechnen	✓	✓	✓	✓
K_3_was	Bereiche	✓	✓	✓	✓
K_4_was	Schulfach	✓	✓	✓	✓
K_5_was	Zahlen	✓	✓	✓	✓
K_6_was	Schwierigkeitsgrad	✓	✓	✓	—
K_7_was	Beispiele (Geld, Längen, Gewicht)	—	—	✓	—
K_8_was	Alltag	—	—	✓	—
K_9_was	Beruf	—	—	✓	—
K_1_warum	Rechnen	✓	✓	✓	✓
K_2_warum	Leben und Alltag	✓	✓	✓	✓
K_3_warum	Beruf	✓	✓	✓	✓
K_4_warum	Einkaufen	✓	✓	✓	✓
K_5_warum	Schulfach	✓	—	✓	—
K_6_warum	Nutzen für andere Fächer	—	—	✓	—
K_7_warum	schnellster Arbeitsweg	—	—	✓	—
K_8_warum	Ausflüge planen	—	—	✓	—

Während noch die Experimental- und Kontrollgruppe vor der Intervention eine ähnliche Ausgangssituation hatten, sind nach der Intervention vor allem Unterschiede in den Kategorien der Experimentalgruppe zu erkennen.

Innerhalb der Experimentalgruppe werden zum einen im Pre- und Posttest dieselben Antworten auf die Fragen *Was ist Mathe?* und *Warum lernen wir Mathe in der Schule?* gegeben, die sich zu den Kategorien K_1_was bis K_6_was und K_1_warum bis K_5_warum zusammenfassen lassen. Zum anderen kommen bei der Frage *Was ist Mathe?* die Kategorien K_7_was bis K_9_was und bei der Frage *Warum lernen wir Mathe in der Schule?* die Kategorien K_6_warum bis K_8_warum hinzu.

Die Kontrollgruppe gibt auf die Fragen *Was ist Mathe?* und *Warum lernen wir Mathe in der Schule?* Antworten, die sich im Pre- und Posttest kaum voneinander unterscheiden. Lediglich die Kategorie K_6_was *Schwierigkeitsgrad* wird im Posttest nicht mehr genannt. Alle anderen Kategorien überschneiden sich.

12.6.4 Zusammenfassung und Diskussion der Pre-Posttest-Ergebnisse

Die Pre-Posttest-Ergebnisse zeigen unterschiedliche Entwicklungen in der Experimental- und Kontrollgruppe. Die direkte Gegenüberstellung in der Tabelle 12.70 verdeutlicht noch einmal die Unterschiede zwischen den Gruppen.

Zum begrifflichen Verständnis des Wortes *Mathe* gaben die Schülerinnen und Schüler der Experimental- und Kontrollgruppe im Pretest ähnliche Antworten, die sich zu den Kategorien *Grundrechenarten*, *Rechnen*, (mathematische) *Bereiche*, *Schulfach*, *Zahlen* und *Schwierigkeitsgrad* zusammenfassen lassen. Im Posttest werden die Antworten von den Schülerinnen und Schülern innerhalb der Experimentalgruppe um die Bereiche und damit die Kategorien *Beispiele*, *Alltag* und *Beruf* erweitert.

Zur Begründung, warum die Schülerinnen und Schüler Mathe in der Schule lernen, nennen beide Gruppen im Pretest Aspekte wie *Rechnen*, *Leben und Alltag*, *Beruf* und *Einkaufen*. Zusätzlich nennt die Experimentalgruppe den Aspekt *Schulfach*. Im Posttest kommt es wie auch schon bei der vorherigen Frage nur innerhalb der Experimentalgruppe zu einer Ausweitung der Kategorien. Hier lassen sich neben den bereits dargestellten Aspekten die weiteren Kategorien *Nutzen für andere Fächer*, *schnellster Arbeitsweg* und *Ausflüge planen* bilden.

Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass die graphentheoretische Intervention Auswirkungen auf die Definition von Mathematik und die Gründe für Mathematik als Schulfach hat. Genauere Erläuterungen hierzu folgen im Teil III (Interpretation, Evaluation und Zusammenfassung).

Teil III

Interpretation, Evaluation und Zusammenfassung

13 Interpretation der Ergebnisse zur Beantwortung der Forschungsfragen

Für die vorliegende Arbeit wurden Forschungsfragen formuliert, auf die in diesem Kapitel unter Berücksichtigung der Ergebnisse Antworten gegeben werden. Dabei stehen die Fragen aus Abschnitt 9.1 im Mittelpunkt:

- Wie ausgeprägt ist die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung und die Leistung der Schülerinnen und Schüler im Pre- und Posttest?
- Haben sich die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung und die Leistung nach der Unterrichtseinheit signifikant verändert?
- Welche Unterschiede in der Motivations-, Selbstkonzept-, Einstellungs- und Leistungsentwicklung bestehen zwischen Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und Schülerinnen und Schülern, die keine erfahren haben?

13.1 Motivationsentwicklung

Die Ausprägungen der einzelnen Skalen zur Motivation unterscheiden sich innerhalb der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest nur geringfügig. Die Abnahmen der Skalen *Lernziele*, *Annäherungs-Leistungsziele* und *Arbeitsvermeidung* sowie die Zunahme der Skala *Vermeidungs-Leistungsziele* sind nicht signifikant. Eine ähnliche Entwicklung zeigen die Skalen der Kontrollgruppe. Für alle vier abnehmenden Skalen gibt es keine signifikanten Veränderungen. Aus diesen Ergebnisse resultiert, dass es keine Unterschiede in der Motivationsentwicklung zwischen den Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und denjenigen, die keine erfahren haben, gibt.

13.2 Selbstkonzeptentwicklung

Die Ausprägungen der einzelnen Skalen zum Selbstkonzept unterscheiden sich innerhalb der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest in den Bereichen *kriterial* und *individuell* deutlich und in den Bereichen *sozial* und *absolut* nur geringfügig. Die erstgenannten Skalen sind signifikant angestiegen, die zweitgenannten haben sich nicht signifikant verändert. Die Skalen der Kontrollgruppe zeigen in den Bereichen *kriterial*, *individuell* und *absolut* nicht signifikante Abnahmen, wohingegen der Bereich *sozial* eine Abnahme zeigt, die signifikant ist. Diese Ergebnisse zeigen, dass es zwischen den Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und denjenigen, die keine erfahren haben, deutliche Unterschiede in der Selbstkonzeptentwicklung gibt. Innerhalb der Experimentalgruppe sind das kriteriale und individuelle Selbstkonzept angestiegen, wohingegen bei der Kontrollgruppe das soziale Selbstkonzept gesunken ist. Es besteht vor allem ein Unterschied zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe zum zweiten Messzeitpunkt dahingehend, dass die Experimentalgruppe zum Posttest ein höheres kriteriales und individuelles Selbstkonzept als die Kontrollgruppe aufweist. Somit gibt es aufgrund der Einführung graphentheoretischer Konzepte eine Interaktion zwischen der Gruppenzuweisung und dem Messzeitpunkt, die für die Skala *kriterial* marginal signifikant und für die Skala *individuell* signifikant ist.

13.3 Einstellungsentwicklung

Die Ausprägungen der beiden Skalen zur Einstellung zum Fach Mathematik unterscheiden sich innerhalb der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest deutlich. Die Skala *Gefallen* ist sehr signifikant und die Skala *Nutzen* ebenfalls erkennbar angestiegen, jedoch bleibt dieser Anstieg nicht signifikant. Innerhalb der Kontrollgruppe zeigt die Skala *Gefallen* eine sehr geringe und nicht signifikante Abnahme vom Pre- zum Posttest und die Skala *Nutzen* eine nicht signifikante Zunahme.

Für die Entwicklung der Einstellung zum Fach Mathematik wurden ergänzend zu den quantitativen Daten die zwei offenen Fragen *Was ist Mathe?* und *Warum lernen wir Mathe in der Schule?* herangezogen. Die erste Frage hat ergeben, dass in der Experimental- und Kontrollgruppe die Schülerinnen und Schüler im Pretest Aspekte wie *Grundrechenarten*, *Rechnen*, *Bereiche*, *Schulfach*, *Zahlen* und *Schwierigkeitsgrad* nennen, wohingegen im Posttest bei der Experimentalgruppe zusätzlich die weiteren Aspekte *Beispiele*, *Alltag* und *Beruf* hinzukamen. Die zweite Frage hat ergeben, dass im Pretest die Experimental- und Kontrollgruppe Aspekte wie *Rechnen*, *Leben und Alltag*, *Beruf* und *Einkaufen* nannten. Im Post-Test wurden nur innerhalb der Experimentalgruppe diese Aspekte um die Kategorien *Nutzen für andere Fächer*, *schnellster Arbeitsweg* und *Ausflüge planen* ergänzt.

Aus diesen Ergebnisse resultiert, dass es erkennbare Unterschiede in der Einstellungsentwicklung zwischen den Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und denjenigen, die keine erfahren haben, gibt. Ein Unterschied zwischen der Experimental- und Kontrollgruppe besteht insbesondere zum zweiten Messzeitpunkt dahingehend, dass die Experimentalgruppe zum Posttest einen höheren Gefallen als die Kontrollgruppe aufweist. Aufgrund der Einführung graphentheoretischer Konzepte gibt es eine Interaktion zwischen der Gruppenzuweisung und dem Messzeitpunkt, die für die Skala *Gefallen* signifikant ist.

13.4 Leistungsentwicklung

Die Ausprägungen der Skalen zur mathematischen Leistung unterscheiden sich innerhalb der Experimentalgruppe vom Pre- zum Posttest deutlich. Die Skalen *Arithmetik* und *Sachrechnen* sind signifikant und die Skala *Geometrie* sehr signifikant angestiegen. Damit haben sich die Schülerinnen und Schüler in allen drei Bereichen der Leistungsmessung signifikant verbessert. Der sehr signifikante Anstieg im Bereich *Geometrie* im Gegensatz zu den anderen beiden signifikanten Anstiegen lässt sich damit begründen, dass die Schülerinnen und Schüler eine Einheit zum inhaltsbezogenen Kompetenzbereich Geometrie während der Intervention hatten. Dadurch wurden neben den graphentheoretischen Inhalten auch im normalen Unterricht weitere Kompetenzen erworben, die zur besseren Leistung geführt haben können. Die drei Skalen der Kontrollgruppe sind nur geringfügig und damit nicht signifikant angestiegen. Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass es explizite Unterschiede in der Leistungsentwicklung zwischen den Schülerinnen und Schülern, die graphentheoretische Konzepte erfahren haben, und denjenigen, die keine erfahren haben, gibt. Dennoch bleibt eine Wechselwirkung zwischen den Gruppen und Messzeitpunkten nicht signifikant. Die Kontrollgruppe hat sich ebenfalls in den verschiedenen mathematischen Bereichen verbessert, wenn auch nicht signifikant, woraus eine nicht vorhandene Wechselwirkung entstanden ist.

13.5 Beantwortung der zentralen Forschungsfrage

Aufgrund der dargestellten Ergebnisse dieser Studie kann die zentrale Forschungsfrage aus Abschnitt 9.1 wie folgt beantwortet werden:

Welche Auswirkungen hat die Integration von graphentheoretischen Konzepten in den Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale?

Die Integration von graphentheoretischen Konzepten in den Mathematikunterricht der Grundschule hat positive Auswirkungen auf das kriteriale und individuelle Selbstkonzept, die Einstellung zum Fach Mathematik bezüglich des Gefallens am Fach, die Definition vom Fach und die Begründung des Faches sowie die arithmetische, sachrechnerische und geometrische Leistung der Schülerinnen und Schüler.

14 Evaluation

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Unterrichtseinheit zum mathematischen Themengebiet *Graphentheorie* entwickelt mit dem Ziel, die Motivation, das Selbstkonzept, die Einstellung zum Fach Mathematik und die mathematische Leistung zu erhöhen. Entsprechend der aufgestellten Hypothesen sollten die Stunden zur Graphentheorie Wirksamkeit zeigen. Die Ergebnisse wurden in Kapitel 12 dargestellt, anschließend in Kapitel 13 interpretiert und werden an dieser Stelle evaluiert. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte (Abschnitt 14.1), die allgemeine Gültigkeit (Abschnitt 14.2) sowie die Nachhaltigkeit der Ergebnisse (Abschnitt 14.3). Anschließend werden die Messinstrumente (Abschnitt 14.4) und die Intervention in der Schule (Abschnitt 14.5) einer Evaluierung unterzogen.

14.1 Beurteilung der Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte

Die Forschung zu graphentheoretischen Konzepten im Mathematikunterricht der Grundschule hat Folgendes gezeigt:

1. *Die Lernmotivation (Lernzielorientierung) ist nicht angestiegen.*

   Bei der Lernzielorientierung wird nach Rheinberg, F. (2004a) ein Vergleich mit dem bisher Gekonnten (individuelle Bezugsnorm) oder den Anforderungen des Lerngegenstands (sachliche Bezugsnorm) angestellt. Das Lernen und der Lernzuwachs stehen dabei im Mittelpunkt (ebd.).

   Die Steigerung dieser Lernmotivation aufgrund graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule wurde nicht erzielt. Ganz im Gegenteil dazu kam es zu einer schwachen nicht signifikanten Abnahme der Lernzielorientierung. Die unveränderte Motivation im Bereich der Lernziele widerspricht der in Abschnitt 3.5 dargestellten Theorie. Die Graphentheorie bietet interessante Inhalte, mit denen die Schülerinnen und Schüler angenehme Tätigkeiten verknüpfen können (siehe Abschnitt 3.5 *Lernmotivation* ab Seite 36), und sie stellt einen Unterrichtsinhalt dar, der überraschend und neu für sie ist (siehe Abschnitt 3.6 *Intrinsische und extrinsische (Lern-)Motivation* ab Seite 39), um vor allem die Lernziele zu erhöhen. Jedoch wurden die Ziele, eigene Kompetenzen zu erweitern, in dieser Studie nicht erreicht. Gründe hierfür können sein, dass zum einen den Schülerinnen und Schülern positive Vollzugsanreize verborgen blieben; zum anderen die Dauer der Unterrichtseinheit zu gering war und sich die motivationale Lernzielorientierung erst über einen längeren Zeitraum bei Schülerinnen und Schülern verändert, insbesondere unter dem Aspekt der Kompetenzerweiterung.

Abschließend sollte diesem Resultat jedoch nicht allzu viel Gewicht gegeben werden. Die Skala Lernziele weist nur geringe Reliabilitäten auf, wodurch die Voraussetzung für das Finden von Unterschieden nur eingeschränkt gegeben ist.

2. *Das kriteriale und individuelle Selbstkonzept wurden positiv beeinflusst, nicht aber das absolute Selbstkonzept.*

   Als Fähigkeitsselbstkonzept wird die Gesamtheit der Kognitionen über die eigenen schulischen Fähigkeiten bezeichnet (vgl. Ingenkamp, K. und Lissmann, U. 2008, S. 292). Um diese Fähigkeiten erkennbar und vergleichbar machen zu können, wird zwischen den vier Bezugsnormen kriterial, individuell, sozial und absolut unterschieden (vgl. ebd., S. 290).

   Die Verbesserungen im kriterialen und individuellen Selbstkonzept konnten bestätigt werden. Der Vergleich der individuellen Leistungen mit einem objektiven Kriterium, in diesem Falle mit dem neuen Unterrichtsgegenstand *Graphentheorie*, und mit der individuellen vergangenen Leistung hat dazu geführt, dass durch die graphentheoretischen Inhalte das Selbstkonzept gestiegen ist. Die (neuen) Aufgaben fallen den Schülerinnen und Schülern somit leichter als die bisherigen. Die Veränderungen im Selbstkonzept lassen sich von der Theorie in Abschnitt 5.3 ableiten. Die graphentheoretischen Konzepte beeinflussen die Bezugsnormen insofern, dass die Schülerinnen und Schüler aufgrund anderer Unterrichtsinhalte ihre eigenen mathematischen Fähigkeiten anders wahrnehmen (siehe Abschnitt 5.3 *Bezugsnormorientierung* ab Seite 56). Somit können das kriteriale und individuelle Selbstkonzept positiv beeinflusst werden. Innerhalb der Studie konnte dieser positive Einfluss gezeigt werden. Ebenso wurde erreicht, dass es eine Interaktion zwischen Schülerinnen und Schülern beider Gruppen und zu beiden Messzeitpunkten beim kriterialen und individuellen Selbstkonzept gibt, bei der die Schülerinnen und Schüler mit graphentheoretischem Unterricht nach der Intervention ein höheres Selbstkonzept aufweisen als die anderen Kinder.

   Der Bereich des absoluten Selbstkonzepts hat sich nicht positiv verändert. Eine Erklärung könnte sein, dass es den Schülerinnen und Schülern ohne Orientierung an einer konkreten Bezugsnorm schwer fällt, Veränderungen im eigenen absoluten Selbstkonzept wahrzunehmen. Demnach beeinflusst eine Intervention in diesem Umfang das absolute Selbstkonzept nicht.

3. *Die Einstellung zum Fach Mathematik hat sich im Hinblick auf den Gefallen und Nutzen am Fach positiv verändert.*

   Die Einstellung ist ein Ausdruck von individuellen Bewertungen von Objekten (Hascher, T. 2004, vgl.). Sie setzt sich aus der kognitiven, affektiven und verhaltensbezogenen Komponente (vgl. Zanna, M. P. und Rempel, J. K. 1988, S. 319) sowie aus verschiedenen Dimensionen zusammen. Innerhalb dieser Studie steht die Dimension des Anwendungs-Aspekts im Vordergrund.

Die Bereiche Gefallen und Nutzen zeigen deutliche Verbesserungen bei der Experimentalgruppe. Die graphentheoretischen Inhalte tragen dazu bei, dass die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe mehr Gefallen am Fach Mathematik haben und einen größeren Nutzen in der Mathematik sehen. Außerdem entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein breiteres Verständnis vom Fach Mathematik und erkennen den größeren Nutzen vor allem im Alltagsbereich. Diese Veränderungen lassen sich auf die in Abschnitt 1.2 und Abschnitt 2.4 dargestellten Theorien zurückführen und die Ergebnisse bestätigen diese. Die Graphentheorie bietet alltagsbezogene Anwendungsaufgaben (siehe Abschnitt 1.2 *Anwendung im Alltag* ab Seite 11) und bringt ein hohes didaktisches Potenzial mit sich (siehe Abschnitt 2.4 *Didaktisches Potenzial* ab Seite 23), was sowohl den Gefallen am Fach Mathematik wie auch die Einschätzung des Nutzens erhöhen könnte und innerhalb dieser Studie erhöht hat. Zu dieser Erhöhung kann ebenfalls die Tatsache, dass die Graphentheorie für die Schülerinnen und Schüler etwas Neues ist und sie dadurch mehr Gefallen am Fach Mathematik erfahren, beigetragen haben. Außerdem konnte erreicht werden, dass es eine Interaktion zwischen Schülerinnen und Schülern beider Gruppen und zu beiden Messzeitpunkten beim Gefallen am Fach Mathematik gibt, bei der die Schülerinnen und Schüler mit graphentheoretischem Unterricht nach der Intervention mehr Gefallen am Fach haben als die Kinder ohne graphentheoretischen Input.

4. *Die mathematische Leistung konnte in den Bereichen Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie gesteigert werden.*

   Die mathematischen Leistungen in der Schule umfassen die curricular geplanten Lernprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler (vgl. Ingenkamp, K. und Lissmann, U. 2008, S. 131). Das Curriculum umfasst dabei speziell die drei zentralen Inhaltsbereiche Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie (vgl. Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. 2006, S. 6).

   Vor allem die Bereiche Arithmetik und Sachrechnen zeigen bei der Experimentalgruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe wesentliche Verbesserungen, die aus der Intervention resultieren. Die angesprochenen mathematischen Gebiete wurden innerhalb der Unterrichtseinheit – wenn auch nicht offensichtlich – behandelt und führen zur Leistungsverbesserung. Auch der Bereich Geometrie, der zum einen aufgrund der Einheit und zum anderen aufgrund der üblichen Themen im Mathematikunterricht behandelt wurde, verzeichnet einen Leistungsanstieg. Die Orientierung am Kerncurriculum und die damit einhergehenden Leistungsverbesserungen lassen sich zum einen auf die in Unterabschnitt 2.3.3 beschriebene Theorie zurückführen und können zum anderen aufgrund der in Kapitel 8 dargestellten Kompetenzraster für die Unterrichtsplanungen begründet werden. Graphentheoretische Inhalte decken die vom Kerncurriculum geforderten inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen ab (siehe Unterabschnitt 2.3.3 *Kompetenzen und Bildungsstandards* ab Seite 22) und finden innerhalb von Unterrichtsplanungen Berücksichtigung (siehe Kapitel 8 *Unterrichtseinheit und praktische Umsetzung* ab Seite 75), um die Leistungen verbessern zu können. In dieser Studie wurde die Leistung innerhalb der Interventionsgruppe verbessert, allerdings bestehen keine bedeutsamen Unterschiede zwischen der Gruppenzuweisung und dem Messzeitpunkt. Eine Wechselwirkung tritt somit nicht ein. Ein Grund dafür, dass sich eine Interaktion nicht zeigte, resultiert daraus, dass die Leistung der Kontrollgruppe ebenfalls ansteigt. Zwar ist der Anstieg deutlich geringer als in der Experimentalgruppe, aber er führt bereits zu einer nicht signifikanten Wirkung. Die Leistungsverbesserung in beiden Gruppen lässt sich auf das Studiendesign und damit auf die Gegebenheit, dass die Kontrollgruppe während des Interventionszeitraums weiterhin Mathematikunterricht hatte, zurückführen.

14.2 Allgemeine Gültigkeit

Die interpretierten und evaluierten Ergebnisse erhalten nur zum Teil allgemeine Gültigkeit. Zum einen ist die Stichprobe verhältnismäßig klein, jedoch in Anbetracht des zeitlichen Umfangs der Unterrichtsstunden für ein Thema außerhalb der derzeitigen Kerncurricula wiederum groß, sodass weitere anknüpfende Studien nötig sind, um eine größere allgemeine Gültigkeit und größere Effekte erreichen zu können. Zum anderen sind die Ergebnisse der Studie vorerst nur für die ausgewählten Bereiche aus der Graphentheorie verallgemeinerbar, da diese die entsprechenden mathematischen Kompetenzen abdecken und den jeweiligen Anwendungs- und Alltagsbezug aufweisen. Für Themen wie zum Beispiel Färbungsprobleme[47] können sicherlich für das Selbstkonzept und die Einstellung zum Fach gegebenenfalls ähnliche Ergebnisse erzielt, jedoch die Leistungen der Schülerinnen und Schüler nicht automatisch in den drei Bereichen Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie erhöht werden.

Der mathematische Themenbereich *Graphentheorie* eignet sich nicht nur für vierte Klassen der Grundschulen, sondern lässt sich auf alle höheren und auch tieferen Schulstufen übertragen und anpassen. Ein Beispiel für die dritte Jahrgangsstufe zeigt die Arbeit von Meyer, M. (2015) und für die Oberstufe die Arbeit von Lutz-Westphal, B. (2006). Ebenso sollte die Intervention zusammen mit der Erfassung der Konstrukte in weiteren Jahrgangs- und Schulformen eingesetzt werden, um mögliche Auswirkungen auf ausgewählte psychologische Merkmale bei allen Schülerinnen und Schülern zeigen zu können.

[47] Für nähere Erläuterungen zu diesem Bereich aus der Graphentheorie siehe Turau, V. und Weyer, C. (2015, S. 167-196).

14.3 Nachhaltige Wirksamkeit

Über die nachhaltige Wirksamkeit der Veränderungen innerhalb der Konstrukte sind an dieser Stelle keine Aussagen möglich. Eine weitere Messung konnte nicht durchgeführt werden, da die Schülerinnen und Schüler am Ende der vierten Klasse waren und sie kurz danach auf die weiterführenden Schulen verteilt wurden. Dadurch haben alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Studie neue Lehrpersonen erhalten, was zu unterschiedlichen Einflüssen auf die Konstrukte führt und sich die einzelnen Bedingungen zu sehr verändern. Außerdem beschränkte sich die Intervention auf lediglich fünf Unterrichtsstunden zur Graphentheorie. Durch die Hinzunahme weiterer Unterrichtsstunden ließe sich die Wirksamkeit eventuell noch deutlicher zeigen oder sogar größere Effekte erzielen.

14.4 Messinstrumente

Der Fragebogen sowie der Leistungstest waren zeitlich innerhalb der vorgegebenen 45-minütigen Unterrichtsstunden zu schaffen, wobei der Leistungstest aufgrund der zeitlichen Begrenzung pro Seite von Beginn an nicht vorsah, dass alle Schülerinnen und Schüler alle Aufgaben bearbeiten konnten. Die Zusammenstellung des Fragebogens mit seinen unterschiedlichen Ankreuz-Skalen und die zwei offen gestellten Fragen bereiteten den Schülerinnen und Schülern keinerlei Schwierigkeiten. Ebenso wurde das Deckblatt von allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern insofern richtig ausgefüllt, dass sich die Pre- und Posttests im Nachgang eindeutig zuordnen ließen. Um die erhobenen Daten vor allem im Bereich der Motivation noch reliabler gestalten zu können, ließe sich der Fragebogen um weitere Items aus den Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation ergänzen und die Testzeit auf 60 Minuten erhöhen.

14.5 Intervention in der Schule

Die Intervention in der Schule ist aufgrund der ausführlich dargestellten Unterrichtsstunden samt Verlaufsplänen und Materialien einfach durchzuführen. Zu beachten ist jedoch, dass in allen Klassen der Experimentalgruppe unterschiedliche Lehrpersonen unterrichtet haben und es allein dadurch schon aufgrund dieser äußeren Einflüsse zu Veränderungen in den beobachteten Konstrukten kommen kann – unabhängig von der Intervention. Alternativ hätte die Unterrichtseinheit von ein und derselben Lehrperson durchgeführt werden können. Dies hätte jedoch im Falle der eigenen Durchführung zu weiteren Komplikationen bei der Beeinflussung der Konstrukte geführt: die Schülerinnen und Schüler sind an eine außenstehende Person nicht gewöhnt; es tritt der Aspekt, dass jemand etwas ganz Neues durchführt, auf; dieses Neue kann gegebenenfalls für alle motivierter, besser oder anders als der alltägliche Unterricht erscheinen.

Nicht realisiert werden konnte der Aspekt, die Schülerinnen und Schüler einer Klasse vor der Intervention zu teilen und per Zufall der Experimental- oder Kontrollgruppe zuzuordnen. Dadurch war eine Randomisierung[48] nicht sofort gegeben. Um dennoch personenbezogene Störfaktoren ausschließen zu können, wurden t-Tests vor der Intervention eingesetzt und diese bestätigten, dass beide Gruppen zu Beginn der Studie eine ähnliche Ausgangssituation aufwiesen.

Insgesamt konnten alle fünf Stunden aus der Graphentheorie-Einheit in allen Klassen der Experimentalgruppe ohne nennenswerte Abweichungen durchgeführt werden. In der ersten Stunde nannten viele Schülerinnen und Schüler erste Ideen zum Einsatz von Graphen. Vereinzelte Schülerinnen und Schüler hatten Schwierigkeiten bei der Addition mit mehreren Zahlen. Die zweite Stunde knüpfte mit einer Wiederholung und Vertiefung an die erste Stunde an, sodass der Stundeninhalt für den Großteil aller Schülerinnen und Schüler sehr einfach war. Innerhalb der dritten Stunde kam es bei manchen Schülerinnen und Schülern zur Verwechslung des Begriffs *Kreis*, der sowohl aus dem geometrischen Bereich bereits bekannt war als auch aus der Graphentheorie-Einheit für etwas Neues eingeführt wurde. Die vierte Stunde zeigte keine positiven oder negativen Auffälligkeiten und in der fünften Stunde gab es lediglich ein paar Schwierigkeiten bei der Erstellung der Plakate, welche sich auf methodische Defizite zurückführen ließen.

Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten in allen Stunden aufmerksam mit und zeigten kein negatives Verhalten bezüglich des Themas der Einheit. Die Mitarbeit der Schülerinnen und Schüler fiel besonders in der vierten Stunde der Einheit sehr positiv auf, da die Kinder sich rege am Unterrichtsgeschehen beteiligten und gemeinsam versuchten, die Aufgabenstellungen zu lösen. Die für jede Stunde aus der Einheit beschriebenen Lernziele konnten bei Betrachtung der Gesamtstichprobe in summa erreicht werden.

Bei der Entwicklung der graphentheoretischen Unterrichtseinheit wurden insbesondere diejenigen Aspekte berücksichtigt, die zur Förderung der Konstrukte beitragen. Dennoch wurden die Methodik und der Ablauf der einzelnen Unterrichtsstunden auf gleiche Art und Weise gestaltet, wie es den Schülerinnen und Schülern aus dem alltäglichen Mathematikunterricht bekannt war. Diese Vorgehensweise hat sich bei der Umsetzung der Unterrichtsstunden bewährt und die Schülerinnen und Schüler haben sich mit den graphentheoretischen Inhalten eigenständig auseinandergesetzt.

Nach der Evaluation einzelner Aspekte lassen sich die Grenzen dieser Studie wie folgt zusammenfassen:

- Der Umfang der Unterrichtseinheit beschränkte sich auf fünf Unterrichtsstunden und es wurden nur ausgewählte Themen aus der Graphentheorie behandelt. Die Unterrichtsstunden führten unterschiedliche Lehrpersonen durch. Weitere Messzeitpunkte waren aufgrund der Neuverteilung aller

[48] Unter Randomisierung versteht man eine zufällige Zuordnung der Versuchspersonen zu den Untersuchungsbedingungen (vgl. Döring, N. und Bortz, J. 2016b, S. 196).

Schülerinnen und Schüler auf weiterführende Schulen nicht möglich. Eine Verlängerung der Unterrichtseinheit könnte dazu führen, dass die behandelten Themen vertieft oder weitere graphentheoretische Inhalte eingeführt werden.

- Die Stichprobengröße war aufgrund der zeitlichen Inanspruchnahme von neun Schulstunden in den Klassen der Experimentalgruppe gering. Berechnungen des Stichprobenumfangs vor Durchführung der Studie ergaben jedoch, dass die Stichprobengröße ausreicht, um bereits kleine Effekte erzielen zu können. Damit überhaupt mittlere bis große Effekte entstehen und nachgewiesen werden können, müsste die Stichprobengröße vergrößert werden.

- Die Schülerinnen und Schüler konnten nicht per Zufall der Experimental- oder Kontrollgruppe zugewiesen werden. Die Einteilung ergab sich automatisch aufgrund der Klassenzusammensetzungen. Für eine Randomisierung müssten die Schülerinnen und Schüler aller Klassen zufällig der Experimental- oder Kontrollgruppe zugeordnet werden. Dadurch ließe sich vor allem eine Konfundierung[49] zwischen Störvariablen[50] und unabhängigen Variablen vermeiden.

- Um alle Konstrukte mit einem Fragebogen erfassen zu können, wurden pro Skala nur wenige Items eingesetzt. Damit höhere Reliabilitätswerte entstehen können, insbesondere für die Skalen zur Motivation, müssten die Skalen durch weitere Items ergänzt werden.

[49] Eine Konfundierung liegt vor, wenn sich Versuchspersonen aufgrund nicht kontrollierbarer Variablen unterscheiden (vgl. ebd., S. 203).

[50] Mögliche Störvariablen könnten sein: Effekte aufgrund der durchführenden Versuchsleiter, Effekt der sozialen Erwünschtheit, Reifungsprozesse, Ereignisse zwischen den Messzeitpunkten

15 Zusammenfassung, Schlussfolgerungen und Ausblick

Abschließend wird die Forschungsstudie samt der Ergebnisse zusammenfassend dargestellt sowie diskutiert, ein Ausblick auf zukünftige Forschungen gegeben und eine entsprechende Empfehlung formuliert.

Im anfänglich dargestellten theoretischen Teil erfolgte eine Auseinandersetzung mit dem allgemeinen Mathematikunterricht an Grundschulen und dem mathematischen Fachgebiet der Graphentheorie. Außerdem wurden zentrale Bereiche aus der Pädagogischen Psychologie thematisiert, die einen wesentlichen Einfluss auf das Lernen und Leisten im Unterricht nehmen. Der empirische Teil beinhaltete die Überprüfung der Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Konstrukte. Dafür wurde eine quasi-experimentelle Studie im Pre-Post-Design durchgeführt, die sich über zwei bis drei Monate erstreckte. Die Stichprobe setzte sich aus Schülerinnen und Schülern vierter Klassen zusammen, die jeweils eine Experimental- und eine Kontrollgruppe bildeten. Einmal wöchentlich wurde in der Experimentalgruppe eine Intervention durchgeführt, die den inhaltlichen Schwerpunkt der Graphentheorie umfasste. Zu diesem graphentheoretischen Schwerpunkt zählten vor allen Dingen die zwei Bereiche *Kürzeste Wege* sowie *Minimal Aufspannende Bäume*.

Um die Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte überprüfen zu können, wurden quantitative Untersuchungsmethoden gewählt und modifiziert. Für die Erfassung der Motivation wurden Items aus den Skalen zur Lern- und Leistungsmotivation (SELLMO-S; Spinath, B. u. a. (2012)) eingesetzt. Das Selbstkonzept wurde mit Items aus den Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts (SESSKO; Schöne, C., Dickhäuser, O. u. a. (2012)) erfasst. Für die Einstellung zum Fach Mathematik wurden eigens formulierte Items entwickelt und für die mathematische Leistung wurde mit dem Deutschen Mathematiktest für vierte Klassen (DEMAT 4; Gölitz, D., Roick, T. und Hasselhorn, M. (2006)) gearbeitet. Die Datenerfassung und -auswertung erfolgten mit dem Programm SPSS. Dabei wurde auf statistische Mittel der Veränderungsanalyse zurückgegriffen, um die Auswirkungen graphentheoretischer Konzepte überprüfen und eine Evaluation der Intervention vornehmen zu können.

Innerhalb der Studie konnten einige wichtige Hypothesen dadurch bestätigt werden, dass die graphentheoretischen Konzepte signifikante positive Veränderungen bei unterschiedlichen psychologischen Merkmalen der Schülerinnen und Schüler herbeigeführt haben. Diese Veränderungen zeigen sich vor allem in Bereichen des Selbstkonzepts, der Einstellung zum Fach Mathematik sowie der Leistung. Aufgrund der Kürze dieser Einheit konnten keine Veränderungen in der Motivation hervorgerufen werden. Der Themenbereich Graphentheorie scheint damit für den Einsatz im Mathematikunterricht der Grundschule in vielerlei Hinsicht interessant zu sein. Vor allem die präsentierten Ergebnisse geben Anlass dafür, die Thematik im Unterricht einzusetzen. Dennoch können die Ergebnisse der Studie aufgrund der Stichprobengröße nur bedingt verallgemeinert werden. Zwar entspricht die Größe der nötigen Anzahl für statistische Untersuchungen, aber es wären weitere Nachforschungen nötig, um zu Aussagen zu gelangen, die eine fundiertere Verallgemeinerung zuließen.

Das in dieser Forschung thematisierte Feld *Graphentheorie in der Grundschule* ist mit den ausgearbeiteten Materialien, erhobenen Daten und ausgewerteten Ergebnissen keineswegs ausreichend behandelt und evaluiert, sodass sich weitere Forschungsschwerpunkte anschließen. Auf diese Schwerpunkte wird im Folgenden in der Weise eingegangen, dass ausgewählte Aspekte kurz aufgezeigt werden. Eine erste anknüpfende Forschungsidee basiert auf der Durchführung weiterer Interventionsstudien im Pre-Post-Design, bei denen andere Bereiche aus der Graphentheorie in den Unterricht integriert und Veränderungen innerhalb psychologischer Merkmale analysiert werden könnten. Außerdem liegt eine zweite Idee darin, die Durchführung und Messung verschiedener psychologischer Konstrukte auf Jahre zu verteilen, sodass eine Längsschnittstudie Vorher-Nachher-Vergleiche über mehrere Schuljahre hinweg zulassen würde. Hierfür wären weitere Unterrichtseinheiten zu planen, die die Inhalte didaktisch reduziert oder ausgeweitet darstellen, um an die jeweiligen Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern anzuknüpfen. Aus beiden Ideen und damit aus den zeitlichen Vergleichen der Testergebnisse könnten weitere Erkenntnisse darüber gewonnen werden, inwieweit sich bei Schülerinnen und Schülern aufgrund graphentheoretischer Inhalte während ihrer Schullaufbahn mathematische Kompetenzen entwickeln und ausbauen ließen. Demgegenüber ist es ebenso möglich, qualitative Studien durchzuführen und dadurch einen anderen Schwerpunkt auszuwählen. Gezielte Interviews mit Schülerinnen und Schülern könnten Antworten darauf ermöglichen, wie graphentheoretische Konzepte im Mathematikunterricht von Kindern wahrgenommen und umgesetzt werden. Ebenso wäre der Einsatz von Videografie denkbar, um Daten darüber zu erhalten, wie Schülerinnen und Schüler sich graphentheoretische Inhalte im Gespräch erarbeiten oder einzelne Aufgaben Schritt für Schritt lösen würden. Dadurch ließen sich neue Hypothesen ableiten, die vielfältige Denkanstöße zu diesem Bereich geben könnten. Selbstverständlich sind die aufgezählten Ideen nur ein Bruchteil von dem, was der Bereich an anknüpfender Forschung zu bieten hat. Dennoch zeigen sie bereits, welche Vielfalt geboten wird und welche Möglichkeiten für weitere Forschungsvorhaben bestehen.

Die dargestellte Studie sowie die genannten anknüpfenden Forschungsschwerpunkte folgen zum einen dem weit gefassten Ziel, ...

> ... weitere Gründe für den Einsatz des Themenfelds Graphentheorie in der Schule zu finden, die auf empirisch fundierten Untersuchungen basieren, sodass sich daraus ein geeigneter Unterrichtsinhalt entwickeln und begründet Eingang im Mathematikunterricht (und auch interdisziplinär) finden kann.

Durch den regelmäßigen Einsatz graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule scheint es möglich zu sein, psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale positiv zu beeinflussen und somit dem Ziel ein Stück näher zu kommen.

Zum anderen liegt durch die theoretischen und empirischen Befunde dieser Arbeit die eigene Intention und damit ein enger gefasstes Ziel darin, ...

> ... anschauliche und anwendungsbezogene graphentheoretische Materialien auszuarbeiten und ausgearbeitet zu haben, die im Mathematikunterricht der Grundschule von Lehrpersonen eingesetzt werden können und sich dadurch weitere graphentheoretische Inhalte gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern entdecken und erarbeiten lassen.

Bei der vorliegenden Intervention handelt es sich um die Ein- und Umsetzung eines für die Schülerinnen und Schüler neuen mathematischen Themengebietes. Aus diesem Grund kann der gefundene Einfluss graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Schülerinnen- und Schülermerkmale bereits wichtige Informationen für die Weiterentwicklung und Einführung derartiger Inhalte wie folgt liefern: Die Ergebnisse dieser Arbeit geben auf der einen Seite Anlass dazu, über allgemeine Veränderungen des Mathematikunterrichts nachzudenken. Auf der anderen Seite scheint die Einführung graphentheoretischer Konzepte zum einen für den Mathematikunterricht eine wirksame Ergänzung zu sein und zum anderen auch für das immer stärker an Grundschulen geforderte Fach Informatik. Daher ist es möglicherweise sinnvoll, die Idee aus den 70er Jahren weiterhin zu verfolgen und eine Integration des Themenbereichs Graphentheorie im Schulunterricht in Erwägung zu ziehen – auch wenn dieser Veränderungsgedanke kompetenz- und inhaltsbezogene Modifikationen erfordern würde.

Literatur

Aebli, Hans (1997). *Grundlagen des Lehrens. Eine Allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage.* 4. Auflage. Stuttgart: Klett-Cotta.

Atkinson, John W. (1957). „Motivational Determinants of Risk-Taking Behavior“. In: *Psychological Review* 64 (6, Pt.1), S. 359–372.

Baumgarten, Bernd (2014). *Kompendium der diskreten Mathematik.* München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.

Bigalke, Hans-Günther (1974). „Graphentheorie im Mathematikunterricht?“ In: Graphentheorie II Jahrgang 20 (Heft 4). Hrsg. von Emanuel Röhrl, S. 1–10.

Bloom, Benjamin S., Engelhart, Max D., Furst, Edward J., Hill, Walker H. und Krathwohl, David R. (1973). *Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich.* 3. Auflage. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Blum, Werner (2011). „Einführung“. In: *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen.* Hrsg. von Werner Blum, Christina Drüke-Noe, Ralph Hartung und Olaf Köller. 5. Auflage. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, S. 14–19.

Brandes, Ulrik (2010). „Graphentheorie“. In: *Handbuch Netzwerkforschung.* Hrsg. von Christian Stegbauer und Roger Häussling. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 345–353.

Brandstätter, Veronika, Schüler, Julia, Puca, Rosa Maria und Lozo, Ljubica (2013). *Motivation und Emotion.* Bd. Motivation und Emotion. Allgemeine Psychologie für Bachelor. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Deci, Edward L. und Moller, Arlen C. (2005). „The Concept of Competence. A Starting Place for Understanding Intrinsic Motivation and Self-Determined Extrinsic Motivation“. In: *Handbook of Competence and Motivation.* Hrsg. von Andrew J. Elliot und Carol S. Dweck. New York: Guilford Press, S. 579–597.

Deci, Edward L. und Ryan, Richard M. (1993). „Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik“. In: Zeitschrift für Pädagogik, S. 223–238.

Diekert, Volker, Kufleitner, Manfred und Rosenberger, Gerhard (2013). *Elemente der diskreten Mathematik. Zahlen und Zählen, Graphen und Verbände.* Berlin, Boston: Walter de Gruyter GmbH.

Diestel, Reinhard (25. 08. 2010). *Graphentheorie.* 4. Auflage. Heidelberg u.a.: Springer-Verlag.

Döring, Nicola und Bortz, Jürgen (2016a). „Bestimmung von Teststärke, Effektgröße und optimalem Stichprobenumfang“. In: *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften.* Hrsg. von Nicola Döring und Jürgen Bortz. 5. vollständig überarbeitete, aktualisierte und erweiterte Auflage. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, S. 807–866.

Döring, Nicola und Bortz, Jürgen (2016b). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften*. 5. vollständig überarbeitete, aktualisierte und erweiterte Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Dweck, Carol S. (1986). „Motivational Processes Affecting Learning“. In: *American Psychologist* 41, S. 1040–1048.

Edelmann, Walter (2000). *Lernpsychologie*. 6. vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim: BeltzPVU.

Eidmann, Rainer (2004). „Algorithmische Graphentheorie im Unterricht unter Verwendung objektorientierter Datenstrukturen“. Wuppertal: Universität / Gesamthochschule Wuppertal. URL: `http://elpub.bib.uni-wuppertal.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-346/d070202.pdf` (besucht am 02. 07. 2016).

Elliot, Andrew J. und McGregor, Holly A. (2001). „A 2 x 2 Achievement Goal Framework“. In: *Journal of Personality and Social Psychology* 80, S. 501–519.

Euler, Leonhard (1741). „Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis“. In: Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 8, S. 128–140.

Fink, Benedykt (1992). „Interessenentwicklung im Kindesalter aus der Sicht einer Person-Gegenstands-Konzeption“. In: *Interesse, Lernen, Leistung. Neuere Ansätze der pädagogisch-psychologischen Interessenforschung*. Hrsg. von Andreas Krapp und Manfred Prenzel. Münster: Aschendorffsche Verlagsbuchhandlung, S. 53–83.

Fischer, Lorenz und Wiswede, Günter (2009). *Grundlagen der Sozialpsychologie*. 3., völlig neu bearb. Auflage. Wolls Lehr- und Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. München: Oldenbourg.

Floer, Jürgen (1977). „Optimierung von Netzwerken - Kürzeste Wege und größte Flüsse“. In: Praxis der Mathematik 19 (Nr. 1), S. 1–6, 40–44.

Florek, Hans-Christian (1999). *Leistungsbegriff und pädagogische Praxis*. Bd. 5. Didaktik. Münster: Lit Verlag.

Franke, Marianne (1999). *Didaktik der Geometrie*. Heidelberg: Spektrum Verlag.

Frenzel, Anne C., Götz, Thomas und Pekrun, Reinhard (2015). „Emotionen“. In: *Pädagogische Psychologie*. Hrsg. von Elke Wild und Jens Möller. 2., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage. Berlin: Springer-Verlag, S. 201–224.

Gölitz, Dietmar, Roick, Thorsten und Hasselhorn, Marcus (2006). *DEMAT 4. Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen*. Göttingen: Hogrefe.

Green, Nigel (1997). „Unterrichtsvorschläge zur diskreten Mathematik“. In: mathematik lehren (Nr. 84), S. 60–64.

Grigutsch, Stefan, Raatz, Ulrich und Törner, Günter (1998). „Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern“. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 19.1, S. 3–45.

Gritzmann, Peter und Brandenberg, Rene (2002). *Das Geheimnis des kürzesten Weges. Ein mathematisches Abenteuer*. Berlin: Springer-Verlag.

Haddock, Geoffrey und Maio, Gregory R. (2014). „Einstellungen“. In: *Sozialpsychologie*. Hrsg. von Klaus Jonas, Wolfgang Stroebe und Miles Hewstone. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, S. 197–229.

Hansford, Brian C. und Hattie, John A. (1982). „The Relationship between Self and Achievement/Performance Measures“. In: *Review of Educational Research* 52.1, S. 123–142.

Hartinger, Andreas und Fölling-Albers, Maria (2002). *Schüler motivieren und interessieren. Ergebnisse aus der Forschung. Anregungen für die Praxis*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt Verlag.

Hascher, Tina (2004). *Wohlbefinden in der Schule*. Münster: Waxmann.

Hascher, Tina, Hohenwarter, Gabriele, Urich, Andreas, Ginzinger, Renate und Unterrainer, Nikolaus (2008). „Zur Wirkung Fächerübergreifenden Unterrichts in Mathematik und Physik“. In: *Gerechtigkeit und Effizienz im Bildungswesen. Unterricht, Schulentwicklung und LehrerInnenbildung als professionelle Handlungsfelder*. Hrsg. von Ferdinand Eder und Gabriele Hörl. Wien: Lit Verlag, S. 131–392.

Hattie, John, Beywl, Wolfgang und Zierer, Klaus (2013). *Lernen sichtbar machen*. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag.

Heckhausen, Heinz (1965). „Leistungsmotivation“. In: *Handbuch der Psychologie*. Hrsg. von Hans Thomae. Bd. Band 2. Göttingen: Hogrefe, S. 602–702.

Heckhausen, Jutta und Heckhausen, Heinz (2010). *Motivation und Handeln*. 4. überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Heider, Fritz (1958). *The Psychology of Interpersonal Relations*. New York: Wiley.

Hellmich, Frank und Günther, Frederike (2011). „Entwicklung von Selbstkonzepten bei Kindern im Grundschulalter - ein Überblick“. In: *Selbstkonzepte im Grundschulalter. Modelle, empirische Ergebnisse, pädagogische Konsequenzen*. Hrsg. von Frank Hellmich. Stuttgart: Kohlhammer, S. 19–46.

Helmke, Andreas und Weinert, Franz E. (2007). *Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern: dieses Buch ist Franz-Emanuel Weinert gewidmet*. 6. Auflage. Schulisches Qualitätsmanagement. Seelze: Klett Kallmeyer.

Heymann, Hans Werner (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik.* Bd. 13. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Ingenkamp, Karlheinz und Lissmann, Urban (2008). *Lehrbuch der pädagogischen Diagnostik*. 6. Auflage. Beltz Pädagogik. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

James, William (1892). *Psychology: The Briefer Course*. New York: Henry Holt & Co.

Jürgens, Eiko (2005). *Leistung und Beurteilung in der Schule. Eine Einführung in Leistungs- und Bewertungsfragen aus pädagogischer Sicht*. 6. aktualisierte und stark erweiterte Auflage. Sankt Augustin: Academia Verlag.

Jürgens, Eiko und Sacher, Werner (2008). *Leistungserziehung und Pädagogische Diagnostik in der Schule. Grundlagen und Anregungen für die Praxis*. Stuttgart: Kohlhammer.

Klafki, Wolfgang (1996). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik*. 5., unveränd. Auflage. Reihe Pädagogik. Weinheim: Beltz Verlag.

Klose, Karl-Dieter (1978). „Zur Einführung“. In: Graphentheorie III (Jahrgang 24. Heft 3), S. 3–4.

Knauf, Tassilo (2009). *Einführung in die Grundschuldidaktik: Lernen, Entwicklungsförderung und Erfahrungswelten in der Primarstufe*. 2., überarbeitete Auflage. Schulpädagogik. Stuttgart: Kohlhammer.

Krapp, Andreas (1989). „Neue Ansätze einer pädagogisch orientierten Interessenforschung“. In: Empirische Pädagogik 3, S. 233–255.

– (1993). „Die Psychologie der Lernmotivation. Perspektiven der Forschung und Probleme ihrer pädagogischen Rezeption“. In: Zeitschrift für Pädagogik 39, S. 180–206.

– (1999). „Intrinsische Lernmotivation und Interesse. Forschungsansätze und konzeptuelle Überlegungen.“ In: Zeitschrift für Pädagogik 45, 3, S. 387–406.

– (2005). „Das Konzept der grundlegenden psychologischen Bedürfnisse: Ein Erklärungsansatz für die positiven Effekte von Wohlbefinden und intrinsischer Motivation im Lehr-Lerngeschehen.“ In: Zeitschrift für Pädagogik 51, S. 626–641.

Krapp, Andreas und Prenzel, Manfred, Hrsg. (1992). *Interesse, Lernen, Leistung. Neuere Ansätze der pädagogisch-psychologischen Interessenforschung*. Münster: Aschendorffsche Verlagsbuchhandlung.

Kuckartz, Udo, Rädiker, Stefan, Ebert, Thomas und Schehl, Julia (2013). *Statistik. Eine verständliche Einführung*. 2., überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Springer-Verlag.

Kultusministerkonferenz (2004). „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“. In: Kultusministerkonferenz. Bonn.

Langfeldt, Hans-Peter (2006). *Psychologie für die Schule*. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Leneke, Brigitte (2011). „Von anderen´Grafen´- Knoten, Wege, Rundreisen und Gerüste im Mathematikunterricht“. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Bd. 2. Münster: Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, S. 535–538.

Lenhard, Wolfgang und Lenhard, Alexandra (2014). *Computation of Effect Sizes*.

Lutz-Westphal, Brigitte (2005). „Wie komme ich optimal zum Ziel?“ In: mathematik lehren (Nr. 129), S. 56–61.

– (2006). „Kombinatorische Optimierung - Inhalte und Methoden für einen authentischen Mathematikunterricht“. Berlin: TU Berlin.

Mabe, Paul A. und West, Stephen G. (1982). „Validity of Self-Evaluation of Ability: A Review and Meta-Analysis“. In: *Journal of Applied Psychology* 67.3, S. 280–296.

Marsh, Herbert W. (1986). „Verbal and Math Self-Concepts: An Internal/External Frame of Reference Model“. In: *American Educational Research Journal* 23.1, S. 129–149.

Martschinke, Sabine (2009). „Selbstkonzept“. In: *Handbuch Unterricht*. Hrsg. von Karl-Heinz Arnold, Uwe Sandfuchs und Jürgen Wiechmann. 2. aktualisierte Auflage. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, S. 435–438.

Maslow, Abraham H. (1977). *Motivation und Persönlichkeit*. Olten: Walter-Verlag.

Meyer, Melissa (2015). *Der Weg der Graphentheorie in den Mathematikunterricht der Grundschule. Projektierung, Realisierung und Reflexion einer Unterrichtseinheit*. Masterarbeit. Hildesheim: Universität Hildesheim.

Meyer, Wulf-Uwe (1984). *Das Konzept von der eigenen Begabung*. Bern: Hans Huber.

Mietzel, Gerd (2007). *Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens*. 8., überarbeitete und erweiterte Auflage. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Möller, Jens und Trautwein, Ulrich (2015). „Selbstkonzept“. In: *Pädagogische Psychologie*. Hrsg. von Elke Wild und Jens Möller. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, S. 177–199.

Nicholls, John G. (1984). „Achievement Motivation: Conceptions of Ability, Subjective Experience, Task Choice, and Performance“. In: *Psychological Review* 91, S. 328–346.

Niedersächsisches Kultusministerium, Hrsg. (2006). *Kerncurriculum für die Grundschule Schuljahrgänge 1-4 Mathematik*. Hannover: Unidruck.

Paradies, Liane und Linser, Hans Jürgen (2009). „Lerngruppendifferenzierter Unterricht“. In: *Handbuch Unterricht*. Hrsg. von Karl-Heinz Arnold, Uwe Sandfuchs und Jürgen Wiechmann. 2., aktualisierte Auflage. UTB Schulpädagogik/Pädagogik 8423. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, S. 261–265.

Paradies, Liane, Wester, Franz und Greving, Johannes (2014). *Leistungsmessung und -bewertung*. 5. Auflage. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG.

Pieper, Hannelore und Walther, Gerd (1985). „Graphen im Mathematikunterricht - eine Analyse der derzeitigen Curriculumsituation“. In: *Graphen in Forschung und Unterricht*. Hrsg. von Rainer Bodendiek und Klaus Wagner. Bad Salzdetfurth: Barbara Franzbecker Verlag, S. 233–241.

Pospeschill, Markus (2016). *Statistische Methoden. Strukturen, Grundlagen, Anwendungen in Psychologie und Sozialwissenschaften*. München: Spektrum Akademischer Verlag.

Prenzel, Manfred (1988). *Die Wirkungsweise von Interesse. Ein pädagogisch-psychologisches Erklärungsmodell*. Opladen: Westdeutscher Verlag.

Radatz, Hendrik und Schipper, Wilhelm (1983). *Handbuch für den Mathematikunterrich an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.

Rauf, Carina (2015). *Graphentheoretische Aufgaben in der Grundschule*. Masterarbeit. Hildesheim: Universität Hildesheim.

Reiss, Kristina und Hammer, Christoph (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.

Rheinberg, Falko (1989). *Zweck und Tätigkeit. Motivationspsychologische Analyse zur Handlungsveranlassung*. Göttingen: Verlag für Psychologie.

– (2004a). *Motivation*. 5. überarbeitete und erweiterte Auflage. Stuttgart: Kohlhammer.

– (2004b). *Motivationsdiagnostik*. Bd. 5. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Rolka, Katrin (2006). „Eine empirische Studie über Beliefs von Lehrenden an der Schnittstelle Mathematikdidaktik und Kognitionspsychologie“. Wissenschaftliche Abschlussarbeiten » Dissertation. Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Mathematik.

Rosemann, Bernhard und Bielski, Sven (2001). *Einführung in die Pädagogische Psychologie*. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Rosenbaum, Robert Mark (1972). *A Dimensional Analysis of the Perceived Causes of Success and Failure*. 132 S.

Rotter, Julian B. (1966). *Generalized Expectancies for Internal versus External Control of Reinforcement*. URL: `http://www.soc.iastate.edu/sapp/soc512rotter.pdf` (besucht am 02. 07. 2016).

Sacher, Werner (2011). „Leistung und Leistungserziehung in der Grundschule“. In: *Handbuch Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik*. Hrsg. von Wolfgang Einsiedler, Margarete Götz, Andreas Hartinger, Friederike Heinzel, Joachim Kahlert und Uwe Sandfuchs. 3. vollständig überarbeitete Auflage. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt Verlag, S. 273–280.

Sander, Jürgen (2013). *Vertiefung der Graphentheorie*.

Schiefele, Ulrich und Schaffner, Ellen (2015). „Motivation“. In: *Pädagogische Psychologie*. Hrsg. von Elke Wild und Jens Möller. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, S. 151–178.

Schiefele, Ulrich und Schreyer, Inge (1994). „Intrinsische Lernmotivation und Lernen. Ein Überblick zu Ergebnissen der Forschung“. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, S. 1–13.

Schlag, Bernhard (2013). *Lern- und Leistungsmotivation*. 4. überarbeitete und aktualisierte Auflage. Wiesbaden: Springer-Verlag.

Schmidt-Atzert, Lothar (2006). „Leistungsrelevante Rahmenbedingungen/Leistungsmotivation“. In: *Leistung und Leistungsdiagnostik*. Hrsg. von Karl Schweizer. Heidelberg: Springer Medizin Verlag, S. 223–267.

Schöne, Claudia, Dickhäuser, Oliver, Spinath, Birgit und Stiensmeier-Pelster, Joachim (2003). „Das Fähigkeitsselbstkonzept und seine Erfassung“. In: *Diagnostik von Motivation und Selbstkonzept*. Hrsg. von Joachim Stiensmeier-Pelster und Falko Rheinberg. Bd. 2. Göttingen: Hogrefe, S. 3–14.

– (2012). *SESSKO. Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts*. 2. überarbeitete Auflage. Göttingen: Hogrefe.

Schöne, Claudia und Stiensmeier-Pelster, Joachim (2011). „Fähigkeitsselbstkonzept in der Grundschule: Struktur, Erfassung und Determinanten“. In: *Selbstkonzepte im Grundschulalter. Modelle, empirische Ergebnisse, pädagogische Konsequenzen*. Hrsg. von Frank Hellmich. Stuttgart: Kohlhammer, S. 47–64.

Schreiber, Alfred (2013). „Anwendungen in Alltag und Wissenschaft“. URL: `http://www.alfred-schreiber.de/g-mathematik/materialien/didmath-7.pdf` (besucht am 19. 03. 2018).

Schwartz, Erwin (1992). „Leistung, Leistungsmessung und Grundschulreform“. In: *Leistung in der Schule - Leistung der Kinder*. Hrsg. von Horst Barnitzky und Rosemarie Portmann. Bearb. von Rudolf Schmitt und Renate Valtin. Bd. Sonderband S 53. Beiträge zur Reform der Grundschule 87. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule-Der Grundschulverband-e.V., S. 15–28.

Shavelson, Richard J., Hubner, Judith J. und Stanton, George C. (1976). „Self-Concept: Validation of Construct Interpretations“. In: *Review of Educational Research* 46.3, S. 407–441.

Spinath, Birgit, Stiensmeier-Pelster, Joachim, Schöne, Claudia und Dickhäuser, Oliver (2012). *SELLMO. Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation*. 2. überarbeitete Auflage. Göttingen: Hogrefe.

Srocke, Bettina (1989). *Mädchen und Mathematik. Historisch-systematische Untersuchung der unterschiedlichen Bedingungen des Mathematiklernens von Mädchen und Jungen*. Hrsg. von Erich Ch. Wittmann. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Stein, Martin (1997). *Einführung in die Mathematik II. Geometrie.* Heidelberg, Berlin: Spektrum Verlag.

Tachtsoglou, Sarantis und König, Johannes (2017). *Statistik für Erziehungswissenschaftlerinnen und Erziehungswissenschaftler*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Thies, Silke (2002). „Zur Bedeutung diskreter Arbeitsweisen im Mathematikunterricht“. Gießen: Gießen.

Tittmann, Peter (2011). *Graphentheorie. Eine anwendungsorientierte Einführung*. 2. aktualisierte Auflage. München: Carl Hanser Verlag.

Turau, Volker und Weyer, Christoph (2015). *Algorithmische Graphentheorie*. 4. erweiterte und überarbeitete Auflage. Berlin, Boston: Walter de Gruyter GmbH.

Upmeier zu Belzen, Annette, Vogt, Helmut, Wieder, Barbara und Christen, Franka (2002). „Schulische und außerschulische Einflüsse auf die Entwicklung von naturwissenschaftlichen Interessen bei Grundschulkindern“. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 45, S. 291–307.

Vardakis, Christina und Plaep, Christian (2008). *Mathematik als Wissenschaft*. URL: `https://www.wissenschaftsjahr.de/2008/coremedia/generator/wj2008/de/b__Downloads/06__Presse/Dossier__Wissenschaft.pdf` (besucht am 19. 03. 2018).

Waldis, Monika (2012). *Interesse an Mathematik. Zum Einfluss des Unterrichts auf das Interesse von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I.* Münster: Waxmann Verlag.

Wassong, Thomas (2007). *Graphentheoretische Konzepte in der Gymnasialen Oberstufe - Ein Unterrichtsentwurf unter Berücksichtigung der Neuen Medien*. URL: `https://num.math.uni-goettingen.de/picap/pdf/E587.pdf` (besucht am 02. 07. 2016).

Weiner, Bernhard (1976). *Theorien der Motivation*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

– (1994). *Motivationspsychologie*. 3. Auflage. Weinheim: BeltzPVU.

Weinert, Franz E. (2001). „Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit." In: *Leistungsmessungen in Schulen*. Hrsg. von Franz E. Weinert. Weinheim: Beltz Verlag, S. 17–31.

Wild, Elke, Hofer, Manfred und Pekrun, Reinhard (2006). „Psychologie des Lerners. Lernmotivation". In: *Pädagogische Psychologie*. Hrsg. von Andreas Krapp und Bernd Weidenmann. 5. vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim, Basel: BeltzPVU, S. 203–267.

Winter, Heinrich (1971). „Geometrisches Vorspiel im Mathematikunterricht der Grundschule". In: Der Mathematikunterricht 17 (Nr. 5), S. 40–66.

– (1996). „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung". In: Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 4 (Heft 2), S. 35–41.

Zanna, Mark P. und Rempel, John K. (1988). „Attitudes: A New Look at an Old Concept". In: *The Social Psychology of Knowledge*. Unter Mitarb. von Daniel Bar-Tal und Arie W. Kruglanski. Cambridge, UK: Cambridge University Press, S. 315–334.

Zumhasch, Clemens (2011). „Schulleistungsbeurteilung: Leistungen feststellen und bewerten". In: *Handbuch Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik*. Hrsg. von Wolfgang Einsiedler, Margarete Götz, Andreas Hartinger, Friederike Heinzel, Joachim Kahlert und Uwe Sandfuchs. 3. vollständig überarbeitete Auflage. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt Verlag, S. 288–296.

Anhang

A Forschungsinstrumente

A.1 Item-Abkürzungen zum Fragebogen

Tabelle A.1

Variablennamen zum Fragebogen

	Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
Motivation	1	LZ_1_1	Lernziele	1
	1	LZ_1_2	Lernziele	2
	2	VL_1_1	Vermeidungs-Leistungsziele	1
	2	VL_1_2	Vermeidungs-Leistungsziele	2
	3	AL_1_1	Annäherungs-Leistungsziele	1
	3	AL_1_2	Annäherungs-Leistungsziele	2
	4	AV_1_1	Arbeitsvermeidung	1
	4	AV_1_2	Arbeitsvermeidung	2
	5	LZ_2_1	Lernziele	1
	5	LZ_2_2	Lernziele	2
	6	AL_2_1	Annäherungs-Leistungsziele	1
	6	AL_2_2	Annäherungs-Leistungsziele	2
	7	VL_2_1	Vermeidungs-Leistungsziele	1
	7	VL_2_2	Vermeidungs-Leistungsziele	2
	8	AV_2_1	Arbeitsvermeidung	1
	8	AV_2_2	Arbeitsvermeidung	2
	9	AL_3_1	Annäherungs-Leistungsziele	1
	9	AL_3_2	Annäherungs-Leistungsziele	2
	10	VL_3_1	Vermeidungs-Leistungsziele	1
	10	VL_3_2	Vermeidungs-Leistungsziele	2
	11	AV_3_1	Arbeitsvermeidung	1
	11	AV_3_2	Arbeitsvermeidung	2

	Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
	12	LZ_3_1	Lernziele	1
	12	LZ_3_2	Lernziele	2
Selbstkonzept	13	KSK_1_1	kriterial	1
	13	KSK_1_2	kriterial	2
	14	KSK_2_1	kriterial	1
	14	KSK_2_2	kriterial	2
	15	KSK_3_1	kriterial	1
	15	KSK_3_2	kriterial	2
	16	ISK_1_1	individuell	1
	16	ISK_1_2	individuell	2
	17	ISK_2_1	individuell	1
	17	ISK_2_2	individuell	2
	18	ISK_3_1	individuell	1
	18	ISK_3_2	individuell	2
	19	SSK_1_1	sozial	1
	19	SSK_1_2	sozial	2
	20	SSK_2_1	sozial	1
	20	SSK_2_2	sozial	2
	21	SSK_3_1	sozial	1
	21	SSK_3_2	sozial	2
	22	ASK_1_1	absolut	1
	22	ASK_1_2	absolut	2
	23	ASK_2_1	absolut	1
	23	ASK_2_2	absolut	2
	24	ASK_3_1	absolut	1
	24	ASK_3_2	absolut	2
Einstellung	25	GE_1_1	Gefallen	1
	25	GE_1_2	Gefallen	2
	26	NU_1_1	Nutzen	1
	26	NU_1_2	Nutzen	2
	27	NU_2_1	Nutzen	1
	27	NU_2_2	Nutzen	2
	28	GE_2_1	Gefallen	1

Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
28	GE_2_2	Gefallen	2
29	NU_3_1	Nutzen	1
29	NU_3_2	Nutzen	2
30	GE_3_1	Gefallen	1
30	GE_3_2	Gefallen	2
31	NU_4_1	Nutzen	1
31	NU_4_2	Nutzen	2

A.2 Kodierte Fragen aus dem Fragebogen

A.2.1 SELLMO-S*

LZ_1: (05)[51]

VL_1: (06)

AL_1: (09)

AV_1: (11)

LZ_2: (12)

AL_2: (13)

VL_2: (14)

AV_2: (15)

AL_3: (17)

VL_3: (18)

AV_3: (27)

LZ_3: (28)

A.2.2 SESSKO*

KSK_1: (02)

KSK_2: (03)

KSK_3: (05)

ISK_1: (07)

ISK_2: (08)

ISK_3: (10)

SSK_1: (14)

SSK_2: (16)

SSK_3: (17)

ASK_1: (19)

ASK_2: (21)

ASK_3: (22)

[51] Die Zahlen am Ende der Items in runden Klammern kennzeichnen die Itemnummern aus den originalen Tests.

A.2.3 EIFAMA

GE_1: Mathe mag ich gar nicht gerne / sehr gerne.

NU_1: Mathe ist im Leben gar nicht wichtig / sehr wichtig.

NU_2: Mathe brauche ich im Alltag gar nicht oft / sehr oft.

GE_2: Mathe macht mir gar keinen Spaß / sehr viel Spaß.

NU_3: Mathe brauche ich in anderen Fächern gar nicht oft / sehr oft.

GE_3: In Mathe bin ich gar nicht gut / sehr gut.

NU_4: Mathe ist für meinen Alltag/Freizeit gar nicht hilfreich / sehr hilfreich.

A.3 Item-Abkürzungen zum Rechenrätsel

Tabelle A.2

Variablennamen zum Rechenrätsel (DEMAT 4)

	Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
Arithmetik	1	ZS_1_1	Zahlenstrahl	1
	1	ZS_1_2	Zahlenstrahl	2
	2	ZS_2_1	Zahlenstrahl	1
	2	ZS_2_2	Zahlenstrahl	2
	3	ZS_3_1	Zahlenstrahl	1
	3	ZS_3_2	Zahlenstrahl	2
	4	AD_1_1	Addition	1
	4	AD_1_2	Addition	2
	5	AD_2_1	Addition	1
	5	AD_2_2	Addition	2
	6	AD_3_1	Addition	1
	6	AD_3_2	Addition	2
	7	AD_4_1	Addition	1
	7	AD_4_2	Addition	2
	8	SU_1_1	Subtraktion	1
	8	SU_1_2	Subtraktion	2
	9	SU_2_1	Subtraktion	1
	9	SU_2_2	Subtraktion	2
	10	SU_3_1	Subtraktion	1
	10	SU_3_2	Subtraktion	2
	11	SU_4_1	Subtraktion	1
	11	SU_4_2	Subtraktion	2
	12	MU_1_1	Multiplikation	1
	12	MU_1_2	Multiplikation	2
	13	MU_2_1	Multiplikation	1
	13	MU_2_2	Multiplikation	2
	14	MU_3_1	Multiplikation	1
	14	MU_3_2	Multiplikation	2
	15	MU_4_1	Multiplikation	1
	15	MU_4_2	Multiplikation	2

	Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
	16	DI_1_1	Division	1
	16	DI_1_2	Division	2
	17	DI_2_1	Division	1
	17	DI_2_2	Division	2
	18	DI_3_1	Division	1
	18	DI_3_2	Division	2
	19	DI_4_1	Division	1
	19	DI_4_2	Division	2
Sachrechnen	20	GV1_1	Größenvergleich	1
	20	GV_1_2	Größenvergleich	2
	21	GV_2_1	Größenvergleich	1
	21	GV_2_2	Größenvergleich	2
	22	GV_3_1	Größenvergleich	1
	22	GV_3_2	Größenvergleich	2
	23	GV_4_1	Größenvergleich	1
	23	GV_4_2	Größenvergleich	2
	24	GV_5_1	Größenvergleich	1
	24	GV_5_2	Größenvergleich	2
	25	GV_6_1	Größenvergleich	1
	25	GV_6_2	Größenvergleich	2
	26	SR_1A_1	Sachrechnung	1
	26	SR_1A_2	Sachrechnung	2
	27	SR_1B_1	Sachrechnung	1
	27	SR_1B_2	Sachrechnung	2
	28	SR_2_1	Sachrechnung	1
	28	SR_2_2	Sachrechnung	2
	29	SR_31_1	Sachrechnung	1
	29	SR_31_2	Sachrechnung	2
	30	SR_32_1	Sachrechnung	1
	30	SR_32_2	Sachrechnung	2
	31	SR_33_1	Sachrechnung	1
	31	SR_33_2	Sachrechnung	2
	32	SR_34_1	Sachrechnung	1
	32	SR_34_2	Sachrechnung	2
	33	SR_4_1	Sachrechnung	1
	33	SR_4_2	Sachrechnung	2
Geometrie	34	LB1_1	Lagebeziehung	1

	Item	Variablenname	Beschreibung	Messzeitpunkt
	34	LB_1_2	Lagebeziehung	2
	35	LB_2_1	Lagebeziehung	1
	35	LB_2_2	Lagebeziehung	2
	36	LB_3_2	Lagebeziehung	1
	36	LB_3_2	Lagebeziehung	2
	37	LB_4_2	Lagebeziehung	1
	37	LB_4_2	Lagebeziehung	2
	38	SZ_1_1	Spiegelzeichnung	1
	38	SZ_1_2	Spiegelzeichnung	2
	39	SZ_2_1	Spiegelzeichnung	1
	39	SZ_2_2	Spiegelzeichnung	2
	40	SZ_3_1	Spiegelzeichnung	1
	40	SZ_3_2	Spiegelzeichnung	2

B Statistik

B.1 Reliabilitäten

B.1.1 Skala *Lernziele*

Tabelle B.1

Skala-Statistiken zu Lernziele

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	13,70	1,63	0,474
Messzeitpunkt 2	80	3	13,36	1,85	0,547

Tabelle B.2

Item-Statistiken zu Lernziele

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	LZ_1_1	80	4,65	0,71	0,53
	LZ_2_1	80	4,24	1,03	0,11
	LZ_3_1	80	4,81	0,48	0,34
Messzeitpunkt 2	LZ_1_2	80	4,48	0,73	0,49
	LZ_2_2	80	4,20	1,10	0,37
	LZ_3_2	80	4,69	0,67	0,44

B.1.2 Skala *Annäherungs-Leistungsziele*

Tabelle B.3

Skala-Statistiken zu Annäherungs-Leistungsziele

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	7,39	3,73	0,80
Messzeitpunkt 2	80	3	6,93	3,56	0,76

Tabelle B.4

Item-Statistiken zu Annäherungs-Leistungsziele

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	AL_1_1	80	2,53	1,48	0,66
	AL_2_1	80	2,63	1,51	0,70
	AL_3_1	80	2,24	1,40	0,81
Messzeitpunkt 2	AL_1_2	80	2,19	1,37	0,67
	AL_2_2	80	2,44	1,51	0,62
	AL_3_2	80	2,30	1,44	0,76

B.1.3 Skala *Vermeidungs-Leistungsziele*

Tabelle B.5

Skala-Statistiken zu Vermeidungs-Leistungsziele

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	7,68	3,35	0,63
Messzeitpunkt 2	80	3	7,78	3,39	0,68

Tabelle B.6

Item-Statistiken zu Vermeidungs-Leistungsziele

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	VL_1_1	80	2,65	1,48	0,59
	VL_2_1	80	2,65	1,56	0,51
	VL_3_1	80	2,38	1,36	0,51
Messzeitpunkt 2	VL_1_2	80	2,98	1,53	0,65
	VL_2_2	80	2,64	1,50	0,53
	VL_3_2	80	2,16	1,32	0,56

B.1.4 Skala *Arbeitsvermeidung*

Tabelle B.7

Skala-Statistiken zu Arbeitsvermeidung

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	7,31	3,34	0,69
Messzeitpunkt 2	80	3	6,73	3,64	0,81

Tabelle B.8

Item-Statistiken zu Arbeitsvermeidung

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	AV_1_1	80	2,25	1,36	0,66
	AV_2_1	80	2,56	1,42	0,44
	AV_3_1	80	2,50	1,47	0,67
Messzeitpunkt 2	AV_1_2	80	2,29	1,41	0,67
	AV_2_2	80	2,30	1,49	0,75
	AV_3_2	80	2,14	1,39	0,78

B.1.5 Skala *kriterial*

Tabelle B.9

Skala-Statistiken zu kriterial

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	11,34	2,32	0,71
Messzeitpunkt 2	80	3	11,68	2,24	0,71

Tabelle B.10

Item-Statistiken zu kriterial

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	KSK_1_1	80	3,50	0,97	0,74
	KSK_2_1	80	4,04	0,86	0,58
	KSK_3_1	80	3,80	1,07	0,52
Messzeitpunkt 2	KSK_1_2	80	3,69	0,91	0,66
	KSK_2_2	80	4,01	0,99	0,62
	KSK_3_2	80	3,98	0,91	0,58

B.1.6 Skala *individuell*

Tabelle B.11

Skala-Statistiken zu individuell

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	10,99	2,77	0,76
Messzeitpunkt 2	80	3	11,14	2,88	0,85

Tabelle B.12

Item-Statistiken zu individuell

	Item	N	M	SD	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	ISK_1_1	80	3,59	1,21	0,71
	ISK_2_1	80	3,95	0,98	0,67
	ISK_3_1	80	3,45	1,16	0,67
Messzeitpunkt 2	ISK_1_2	80	3,63	1,18	0,87
	ISK_2_2	80	3,83	0,99	0,74
	ISK_3_2	80	3,69	1,11	0,75

B.1.7 Skala *sozial*

Tabelle B.13

Skala-Statistiken zu sozial

	N	Anzahl der Items	M	SD	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	10,55	2,18	0,78
Messzeitpunkt 2	80	3	10,20	2,66	0,89

Tabelle B.14

Item-Statistiken zu sozial

	Item	N	M	SD	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	SSK_1_1	80	3,60	0,85	0,69
	SSK_2_1	80	3,40	0,84	0,70
	SSK_3_1	80	3,55	0,93	0,72
Messzeitpunkt 2	SSK_1_2	80	3,46	1,06	0,86
	SSK_2_2	80	3,41	0,94	0,81
	SSK_3_2	80	3,33	0,94	0,87

B.1.8 Skala *absolut*

Tabelle B.15

Skala-Statistiken zu absolut

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	11,75	2,41	0,80
Messzeitpunkt 2	80	3	11,53	2,50	0,78

Tabelle B.16

Item-Statistiken zu absolut

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	ASK_1_1	80	3,71	1,00	0,73
	ASK_2_1	80	4,08	0,90	0,77
	ASK_3_1	80	3,96	0,95	0,69
Messzeitpunkt 2	ASK_1_2	80	3,69	1,05	0,71
	ASK_2_2	80	3,99	0,95	0,73
	ASK_3_2	80	3,85	1,01	0,65

B.1.9 Skala *Gefallen*

Tabelle B.17

Skala-Statistiken zu Gefallen

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	3	11,50	2,98	0,84
Messzeitpunkt 2	80	3	11,94	2,33	0,70

Tabelle B.18

Item-Statistiken zu Gefallen

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	GE_1_1	80	3,85	1,24	0,67
	GE_2_1	80	3,93	1,09	0,73
	GE_3_1	80	3,73	1,09	0,89
Messzeitpunkt 2	GE_1_2	80	4,13	0,99	0,43
	GE_2_2	80	4,04	0,97	0,59
	GE_3_2	80	3,78	0,98	0,77

B.1.10 Skala *Nutzen*

Tabelle B.19

Skala-Statistiken zu Nutzen

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	4	16,04	3,06	0,75
Messzeitpunkt 2	80	4	16,56	2,52	0,63

Tabelle B.20

Item-Statistiken zu Nutzen

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	NU_1_1	80	4,69	0,65	0,72
	NU_2_1	80	4,13	1,06	0,63
	NU_3_1	80	3,06	1,24	0,80
	NU_4_1	80	4,16	1,02	0,59
Messzeitpunkt 2	NU_1_2	80	4,79	0,44	0,67
	NU_2_2	80	4,29	0,98	0,54
	NU_3_2	80	3,26	1,13	0,58
	NU_4_2	80	4,23	0,94	0,41

B.1.11 Skala *Arithmetik*

Tabelle B.21

Skala-Statistiken zu Arithmetik

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	19	8,91	3,63	0,76
Messzeitpunkt 2	80	19	9,51	4,30	0,83

Tabelle B.22

Item-Statistiken zu Arithmetik

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	ZS_1_1	80	0,91	0,28	0,76
	ZS_2_1	80	0,61	0,49	0,76
	ZS_3_1	80	0,29	0,46	0,77
	AD_1_1	80	0,90	0,30	0,75
	AD_2_1	80	0,65	0,48	0,75
	AD_3_1	80	0,61	0,49	0,74
	AD_4_1	80	0,35	0,48	0,73
	SU_1_1	80	0,63	0,49	0,74
	SU_2_1	80	0,63	0,49	0,74
	SU_3_1	80	0,38	0,49	0,74
	SU_4_1	80	0,16	0,37	0,76
	MU_1_1	80	0,66	0,48	0,75
	MU_2_1	80	0,29	0,46	0,76

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
	MU_3_1	80	0,25	0,44	0,76
	MU_4_1	80	0,08	0,27	0,76
	DI_1_1	80	0,49	0,50	0,75
	DI_2_1	80	0,59	0,50	0,74
	DI_3_1	80	0,31	0,47	0,74
	DI_4_1	80	0,16	0,35	0,74
Messzeitpunkt 2	ZS_1_2	80	0,88	0,33	0,83
	ZS_2_2	80	0,63	0,49	0,83
	ZS_3_2	80	0,43	0,50	0,83
	AD_1_2	80	0,89	0,32	0,83
	AD_2_2	80	0,71	0,46	0,82
	AD_3_2	80	0,64	0,48	0,82
	AD_4_2	80	0,43	0,50	0,82
	SU_1_2	80	0,58	0,50	0,82
	SU_2_2	80	0,56	0,50	0,82
	SU_3_2	80	0,36	0,48	0,82
	SU_4_2	80	0,21	0,41	0,82
	MU_1_2	80	0,71	0,46	0,82
	MU_2_2	80	0,25	0,44	0,82
	MU_3_2	80	0,39	0,49	0,81

Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
MU_4_2	80	0,16	0,37	0,82
DI_1_2	80	0,44	0,50	0,81
DI_2_2	80	0,60	0,49	0,81
DI_3_2	80	0,39	0,49	0,81
DI_4_2	80	0,28	0,45	0,82

B.1.12 Skala *Sachrechnen*

Tabelle B.23

Skala-Statistiken zu Sachrechnen

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	14	7,18	2,84	0,68
Messzeitpunkt 2	80	14	7,6	3,35	0,77

Tabelle B.24

Item-Statistiken zu Sachrechnen

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	GV_1_1	80	0,63	0,49	0,69
	GV_2_1	80	0,58	0,50	0,66
	GV_3_1	80	0,69	0,47	0,66
	GV_4_1	80	0,51	0,50	0,70
	GV_5_1	80	0,76	0,43	0,66

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
	GV_6_1	80	0,79	0,41	0,67
	SR_1A_1	80	0,75	0,44	0,67
	SR_1B_1	80	0,25	0,44	0,66
	SR_2_1	80	0,25	0,44	0,66
	SR_31_1	80	0,45	0,50	0,64
	SR_32_1	80	0,44	0,50	0,62
	SR_33_1	80	0,51	0,50	0,61
	SR_34_1	80	0,41	0,50	0,63
	SR_4_1	80	0,16	0,37	0,67
Messzeitpunkt 2	GV_1_2	80	0,63	0,49	0,77
	GV_2_2	80	0,60	0,49	0,79
	GV_3_2	80	0,61	0,49	0,76
	GV_4_2	80	0,54	0,50	0,78
	GV_5_2	80	0,73	0,45	0,76
	GV_6_2	80	0,79	0,41	0,76
	SR_1A_2	80	0,79	0,41	0,76
	SR_1B_2	80	0,30	0,46	0,77
	SR_2_2	80	0,40	0,49	0,76
	SR_31_2	80	0,51	0,50	0,74
	SR_32_2	80	0,41	0,50	0,74

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
	SR_33_2	80	0,56	0,50	0,74
	SR_34_2	80	0,45	0,50	0,74
	SR_4_2	80	0,29	0,46	0,76

B.1.13 Skala *Geometrie*

Tabelle B.25

Skala-Statistiken zu Geometrie

	N	Anzahl der Items	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha
Messzeitpunkt 1	80	7	2,84	1,81	0,60
Messzeitpunkt 2	80	7	3,41	1,93	0,67

Tabelle B.26

Item-Statistiken zu Geometrie

	Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
Messzeitpunkt 1	LB_1_1	80	0,55	0,50	0,60
	LB_2_1	80	0,43	0,50	0,60
	LB_3_1	80	0,43	0,50	0,61
	LB_4_1	80	0,26	0,44	0,49
	SZ_1_1	80	0,45	0,50	0,62
	SZ_2_1	80	0,56	0,50	0,50
	SZ_3_1	80	0,16	0,37	0,54
Messzeitpunkt 2	LB_1_2	80	0,66	0,48	0,64

Item	N	*M*	*SD*	Cronbachs Alpha ohne das Item
LB_2_2	80	0,55	0,50	0,64
LB_3_2	80	0,59	0,50	0,58
LB_4_2	80	0,43	0,50	0,63
SZ_1_2	80	0,31	0,47	0,67
SZ_2_2	80	0,68	0,47	0,66
SZ_3_2	80	0,20	0,40	0,64

B.2 Normalverteilungen

B.2.1 Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation

Tabelle B.27

*Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest zu den SELLMO-S**

Skala	Gruppe	Messzeitpunkt	Spannweite	Signifikanz (p)	Normalverteilung
LZ	EG	1	8,00	$p < 0,05$	nein
LZ	EG	2	9,00	$p < 0,05$	nein
LZ	KG	1	5,00	$p < 0,05$	nein
LZ	KG	2	4,00	$p < 0,05$	nein
AL	EG	1	12,00	$p > 0,05$	ja
AL	EG	2	12,00	$p > 0,05$	ja
AL	KG	1	12,00	$p < 0,05$	nein
AL	KG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
VL	EG	1	10,00	$p > 0,05$	ja
VL	EG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
VL	KG	1	12,00	$p < 0,05$	nein
VL	KG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
AV	EG	1	12,00	$p > 0,05$	ja
AV	EG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
AV	KG	1	12,00	$p < 0,05$	nein
AV	KG	2	12,00	$p < 0,05$	nein

B.2.2 Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts

Tabelle B.28

*Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest zu den SESSKO**

Skala	Gruppe	Messzeitpunkt	Spannweite	Signifikanz (p)	Normalverteilung
KSK	EG	1	8,00	$p > 0,05$	ja
KSK	EG	2	10,00	$p < 0,05$	nein
KSK	KG	1	8,00	$p > 0,05$	ja
KSK	KG	2	9,00	$p < 0,05$	nein
ISK	EG	1	10,00	$p > 0,05$	ja
ISK	EG	2	10,00	$p < 0,05$	nein
ISK	KG	1	9,00	$p < 0,05$	nein
ISK	KG	2	12,00	$p > 0,05$	ja
SSK	EG	1	8,00	$p > 0,05$	ja
SSK	EG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
SSK	KG	1	11,00	$p < 0,05$	nein
SSK	KG	2	12,00	$p < 0,05$	nein
ASK	EG	1	9,00	$p < 0,05$	nein
ASK	EG	2	10,00	$p > 0,05$	ja
ASK	KG	1	10,00	$p < 0,05$	nein
ASK	KG	2	10,00	$p < 0,05$	nein

B.2.3 Skalen zur Einstellung zum Fach Mathematik

Tabelle B.29

Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest zur EIFAMA

Skala	Gruppe	Messzeitpunkt	Spannweite	Signifikanz (p)	Normalverteilung
GE	EG	1	11,00	$p < 0,05$	nein
GE	EG	2	7,00	$p < 0,05$	nein
GE	KG	1	9,00	$p < 0,05$	nein
GE	KG	2	7,00	$p < 0,05$	nein
NU	EG	1	11,00	$p < 0,05$	nein
NU	EG	2	7,00	$p > 0,05$	ja
NU	KG	1	15,00	$p > 0,05$	ja
NU	KG	2	11,00	$p < 0,05$	nein

B.2.4 Skalen zum Deutschen Mathematiktest für vierte Klassen

Tabelle B.30

Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest zum DEMAT 4

Skala	Gruppe	Messzeitpunkt	Spannweite	Signifikanz (p)	Normalverteilung
ARIT	EG	1	12,00	$p > 0,05$	ja
ARIT	EG	2	17,00	$p > 0,05$	ja
ARIT	KG	1	14,00	$p > 0,05$	ja
ARIT	KG	2	16,00	$p > 0,05$	ja
SACH	EG	1	13,00	$p > 0,05$	ja
SACH	EG	2	12,00	$p > 0,05$	ja
SACH	KG	1	11,00	$p > 0,05$	ja
SACH	KG	2	14,00	$p > 0,05$	ja
GEOM	EG	1	7,00	$p < 0,05$	nein
GEOM	EG	2	7,00	$p > 0,05$	ja
GEOM	KG	1	7,00	$p < 0,05$	nein
GEOM	KG	2	6,00	$p < 0,05$	nein

B.3 Varianzhomogenitäten

B.3.1 Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation

Tabelle B.31

*Levene-Test zu SELLMO-S**

Skala	Messzeitpunkt	Levene-Test	Signifikanz (p)	Homogenität
LZ	1	$F = 1,969$	$p > 0,05$	ja
LZ	2	$F = 6,529$	$p < 0,05$	nein
AL	1	$F = 1,567$	$p > 0,05$	ja
AL	2	$F = 2,163$	$p > 0,05$	ja
VL	1	$F = 3,909$	$p > 0,05$	ja
VL	2	$F = 1,190$	$p > 0,05$	ja
AV	1	$F = 2,053$	$p > 0,05$	ja
AV	2	$F = 0,750$	$p > 0,05$	ja

B.3.2 Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts

Tabelle B.32

*Levene-Test zu SESSKO**

Skala	Messzeitpunkt	Levene-Test	Signifikanz (p)	Homogenität
KSK	1	$F = 0,851$	$p > 0,05$	ja
KSK	2	$F = 0,479$	$p > 0,05$	ja
ISK	1	$F = 0,061$	$p > 0,05$	ja
ISK	2	$F = 0,000$	$p > 0,05$	ja
SSK	1	$F = 0,001$	$p > 0,05$	ja
SSK	2	$F = 0,076$	$p > 0,05$	ja
ASK	1	$F = 0,007$	$p > 0,05$	ja
ASK	2	$F = 0,016$	$p > 0,05$	ja

B.3.3 Skalen zur Einstellung zum Fach Mathematik

Tabelle B.33

Levene-Test zur EIFAMA

Skala	Messzeitpunkt	Levene-Test	Signifikanz (p)	Homogenität
GE	1	$F = 0,498$	$p > 0,05$	ja
GE	2	$F = 1,182$	$p > 0,05$	ja
NU	1	$F = 0,001$	$p > 0,05$	ja
NU	2	$F = 1,540$	$p > 0,05$	ja

B.3.4 Skalen zum Deutschen Mathematiktest für vierte Klassen

Tabelle B.34

Levene-Test zum DEMAT 4

Skala	Messzeitpunkt	Levene-Test	Signifikanz (p)	Homogenität
ARIT	1	$F = 3,426$	$p > 0,05$	ja
ARIT	2	$F = 0,215$	$p > 0,05$	ja
SACH	1	$F = 0,035$	$p > 0,05$	ja
SACH	2	$F = 0,429$	$p > 0,05$	ja
GEOM	1	$F = 2,220$	$p > 0,05$	ja
GEOM	2	$F = 0,112$	$p > 0,05$	ja

B.4 Mann-Whithney-U-Test

B.4.1 Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation

Tabelle B.35

*Mann-Whithney-U-Test zu SELLMO-S**

Skala	Messzeitpunkt	p (2-seitig)
LZ	1	0,382 (n.s.)
LZ	2	0,209 (n.s.)
AL	1	0,112 (n.s.)
AL	2	0,155 (n.s.)
VL	1	0,421 (n.s.)
VL	2	0,996 (n.s.)
AV	1	0,618 (n.s.)
AV	2	0,411 (n.s.)

B.4.2 Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts

Tabelle B.36

*Mann-Whithney-U-Test zu SESSKO**

Skala	Messzeitpunkt	p (2-seitig)
KSK	1	0,961 (n.s.)
KSK	2	0,123 (n.s.)
ISK	1	0,027 (*)
ISK	2	0,116 (n.s.)
SSK	1	0,725 (n.s.)
SSK	2	0,227 (n.s.)
ASK	1	0,573 (n.s.)
ASK	2	0,666 (n.s.)

B.4.3 Skalen zur Einstellung zum Fach Mathematik

Tabelle B.37

Mann-Whithney-U-Test zur EIFAMA

Skala	Messzeitpunkt	p (2-seitig)
GE	1	0,564 (n.s.)
GE	2	0,374 (n.s.)
NU	1	0,130 (n.s.)
NU	2	0,047 (*)

B.4.4 Skalen zum Deutschen Mathematiktest für vierte Klassen

Tabelle B.38

Mann-Whithney-U-Test zum DEMAT 4

Skala	Messzeitpunkt	p (2-seitig)
GEOM	1	0,636 (n.s.)
GEOM	2	0,827 (n.s.)

B.5 Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test

B.5.1 Skalen zur Erfassung der Lern- und Leistungsmotivation

Tabelle B.39

*Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu SELLMO-S**

Skala	Gruppe	p (1-/2-seitig)
LZ	EG	0,153 (n.s.)
LZ	KG	0,386 (n.s.)
AL	KG	0,414 (n.s.)
VL	EG	0,632 (n.s.)
VL	KG	0,299 (n.s.)
AV	EG	0,377 (n.s.)
AV	KG	0,056 (n.s.)

B.5.2 Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts

Tabelle B.40

*Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zu SESSKO**

Skala	Gruppe	p (1-/2-seitig)
KSK	EG	0,026 (*)
KSK	KG	0,799 (n.s.)
ISK	EG	0,007 (**)
ISK	KG	0,019 (*)
SSK	EG	0,908 (n.s.)
SSK	KG	0,065 (n.s.)
ASK	EG	0,359 (n.s.)
ASK	KG	0,471 (n.s.)

B.5.3 Skalen zur Einstellung zum Fach Mathematik

Tabelle B.41

Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zur EIFAMA

Skala	Gruppe	p (1-/2-seitig)
GE	EG	0,007 (**)
GE	KG	0,669 (n.s.)
NU	EG	0,142 (n.s.)
NU	KG	0,443 (n.s.)

B.5.4 Skalen zum Deutschen Mathematiktest für vierte Klassen

Tabelle B.42

Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zum DEMAT 4

Skala	Gruppe	p (1-/2-seitig)
GEOM	EG	0,003 (**)
GEOM	KG	0,096 (n.s.)